



آدرس وب سایت ما

novinkonkor.com

نوین کنکور

در شبکه های اجتماعی



novinkonkor



@novinkonkor



۰۹۳۸۲۵۱۶۷۴۷

نوین کنکور مرجع کنکور و امتحان نهایی



آزمون هدف گذاری

۱۲ آبان ۱۴۰۱

دوازدهم ریاضی (نظام جدید)

درس اختصاصی

پاسخ گویی به تمام سؤالات این آزمون اجباری است.

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	شماره سؤالات	مدت پاسخ گویی (دقیقه)
۱	حسابان ۲	۱۰	۱ - ۱۰	۱۵
۲	هندسه ۳	۱۰	۱۱ - ۲۰	۱۵
۳	ریاضیات گسسته	۱۰	۲۱ - ۳۰	۱۵
۴	فیزیک ۳	۱۰	۳۱ - ۴۰	۱۵
۵	شیمی ۳	۱۰	۴۱ - ۵۰	۱۰
	مجموع	۵۰	۱ - ۵۰	۷۰

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

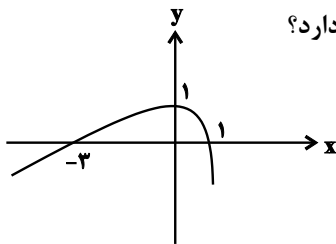
حسابان ۲: تابع، مثلثات: صفحه‌های ۱۳ تا ۳۴

۱- باقی مانده تقسیم چندجمله‌ای $p(x) = x^7 + kx - 5$ بر $x - 1$ برابر -1 و خارج قسمت آن $q(x)$ است. باقی مانده تقسیم $q(x)$ بر $x + 1$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) -2 (۳) ۲ (۴) -4

۲- تابع $f(x) = -2x^3 + 6x^2 - 6x + 6$ را دو واحد به راست و یک واحد به پایین منتقل می‌کنیم. اگر نمودار حاصل نیمساز ربع اول و سوم را در نقطه A قطع کند، فاصله A از مبدأ مختصات کدام است؟

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $3\sqrt{2}$ (۳) $2\sqrt{3}$ (۴) $2\sqrt{2}$



۳- نمودار تابع g در شکل زیر رسم شده است. معادله $g(x) = 3g(2|x|) - 1$ چند جواب حقیقی دارد؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

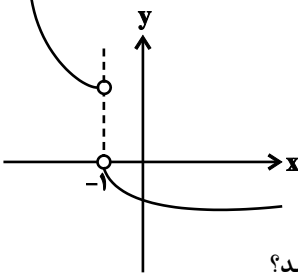
۴- کدام گزینه در مورد تابع $f(x) = \frac{3x-4}{x-2}$ درست است؟

- (۱) روی دامنه‌اش اکیداً صعودی است. (۲) روی $(-\infty, 2)$ اکیداً نزولی است.
(۳) روی $(2, +\infty)$ اکیداً صعودی است. (۴) روی دامنه‌اش اکیداً نزولی است.

۵- وضعیت یکنوایی تابع $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{x(x-1)}$ روی دامنه‌اش کدام است؟

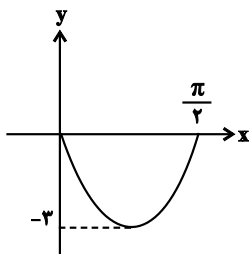
- (۱) ابتدا اکیداً نزولی سپس اکیداً صعودی است. (۲) ابتدا اکیداً صعودی سپس اکیداً نزولی است.
(۳) اکیداً نزولی است. (۴) اکیداً صعودی است.

۶- نمودار تابع f در شکل زیر رسم شده است. مجموعه جواب‌های نامعادله $f(-x^2) < f(4x-5)$ شامل چند عدد صحیح است؟



- (۱) ۶ (۲) ۵ (۳) ۳ (۴) ۴

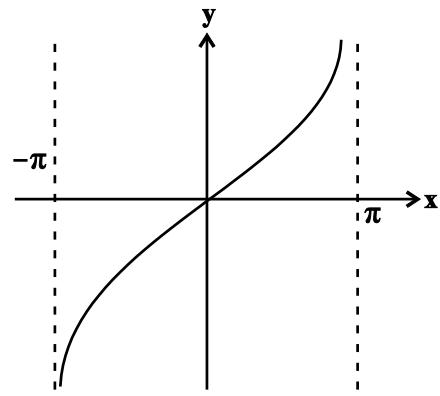
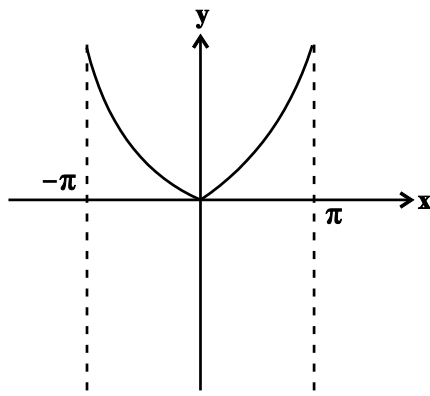
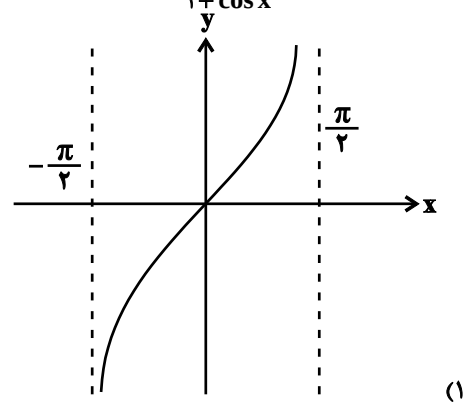
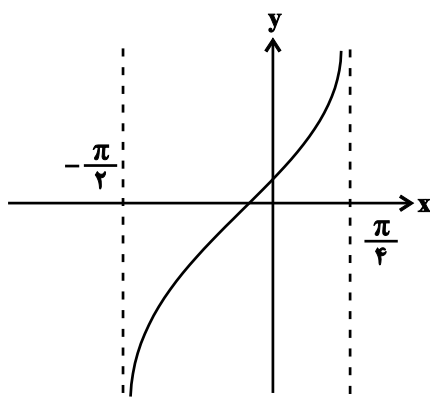
۷- اگر قسمتی از نمودار تابع $y = a \cos(bx + \frac{\pi}{2})$ به صورت زیر باشد، حاصل $a + b$ کدام می‌تواند باشد؟



- (۱) $-\frac{5}{2}$ (۲) ۵ (۳) -1 (۴) $\frac{7}{2}$

محل انجام محاسبات

۸- نمودار تابع با ضابطه $f(x) = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$ در یک دوره تناوب آن، کدام است؟



۹- خط $y = 5$ نمودار $y = \tan 2x$ را در بازه $(0, a)$ در ۲ نقطه قطع می‌کند. مقدار a کدام می‌تواند باشد؟

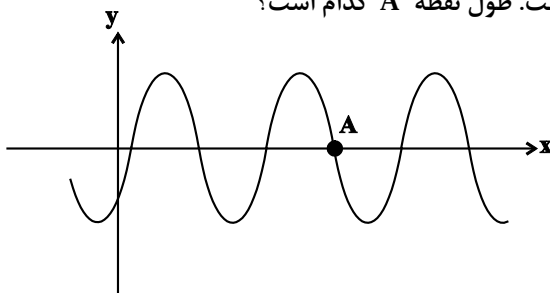
(۴) $\frac{5\pi}{2}$

(۳) $\frac{\pi}{6}$

(۲) $\frac{3\pi}{2}$

(۱) 2π

۱۰- بخشی از نمودار تابع $f(x) = 3\sin(3x - \frac{1}{4}\pi)$ در شکل زیر رسم شده است. طول نقطه A کدام است؟



(۱) $\frac{8}{21}$

(۲) $\frac{5}{7}$

(۳) $\frac{22}{21}$

(۴) $\frac{29}{21}$

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۳: ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۲ تا ۳۱

۱۱- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 1 & -2 & 2 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 0 & -2 \\ 3 & x \end{bmatrix}$ باشد، آنگاه ماتریس AB به ازای چند مقدار x وارون پذیر نیست؟

(۱) هیچ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی شمار

۱۲- اگر دترمینان ماتریس ضرایب دستگاه معادلات $\begin{cases} ax + 2y = 4 \\ bx - 5y = 7 \end{cases}$ برابر ۱۷ باشد، آنگاه مقدار x کدام است؟

(۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) -۲

۱۳- به ازای چند مقدار m ، معادله ماتریسی $\begin{bmatrix} m+1 & 3 \\ 1 & m-1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m \\ -m \end{bmatrix}$ بی شمار جواب دارد؟

(۱) هیچ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی شمار

۱۴- اگر A و B ماتریس‌های مربعی مرتبه ۲، $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$ ، $A + B = AB$ و B وارون پذیر باشد، مجموع درایه‌های ماتریس AB کدام است؟

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۶

۱۵- اگر $A \neq \bar{O}$ یک ماتریس مربعی و $A^t = \bar{O}$ باشد، وارون ماتریس $I + A$ کدام است؟

(۱) $A^t - A^t + A - I$ (۲) $-A^t + A^t - A + I$

(۳) $A^t + A^t + A + I$ (۴) $A^t + A^t + A - I$

۱۶- اگر $A = [i^t - j]_{2 \times 2}$ و $B = [j^t - i]_{2 \times 2}$ باشد، آنگاه دترمینان ماتریس AB کدام است؟

(۱) صفر (۲) ۹ (۳) ۳۶ (۴) ۵۴

۱۷- اگر $A = [a_{ij}]_{2 \times 2}$ و $a_{ij} = \frac{(2i-j)!}{i!j!}$ آنگاه حاصل $|A| + |2A|$ کدام است؟

(۱) -۵ (۲) $\frac{5}{4}$ (۳) -۱ (۴) $\frac{17}{8}$

۱۸- معادله $\begin{vmatrix} x & 1 & x^2 \\ x^2 & x & 1 \\ 1 & x^2 & x \end{vmatrix} = 0$ چند ریشه حقیقی متمایز دارد؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۹- اگر $A = \begin{bmatrix} x & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} x & 1 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$ و دترمینان ماتریس AB با دترمینان وارون آن برابر باشد، آنگاه مجموع مقادیر x کدام است؟

(۱) ۱۶ (۲) ۸ (۳) -۸ (۴) -۱۶

۲۰- به ازای کدام مقدار a ، دترمینان ماتریس $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & a \end{bmatrix}$ در صورت افزودن یک واحد به تمامی درایه‌های واقع بر قطر اصلی آن تغییر نمی‌کند؟

(۱) $\frac{19}{2}$ (۲) ۹ (۳) $\frac{11}{7}$ (۴) $\frac{65}{7}$

محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

ریاضیات گسسته: آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۹ تا ۲۵

۲۱- باقی‌مانده تقسیم عدد $24! + 3^{14}$ بر عدد ۱۷ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۷

۲۲- اگر باقی‌مانده تقسیم عدد $a + 5^{18}$ بر ۱۱ برابر صفر باشد، آنگاه کمترین مقدار طبیعی a کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۳ (۳) ۵ (۴) ۷

۲۳- در یک تقسیم، مقسوم ۱۲۸ واحد بیشتر از مقسوم‌علیه و باقی‌مانده برابر ۲۰ است. خارج قسمت این تقسیم حداکثر کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۲۴- اگر a و b دو عدد صحیح، $a \equiv 2b^{75}$ و $b \equiv 3^{120}$ باشد، آنگاه a کدام یک از اعداد زیر می‌تواند باشد؟

- (۱) ۲۷ (۲) ۳۶ (۳) ۴۵ (۴) ۵۴

۲۵- از رابطه $18a \equiv 30b^{45}$ ، کدام نتیجه‌گیری نادرست است؟

- (۱) $a \mid 5$ (۲) $3 \mid b$ (۳) $6a \equiv 5b^{15}$ (۴) $3a \equiv 8b^{15}$

۲۶- اگر روز اول فروردین شنبه باشد، دومین جمعه در مهر ماه، کدام روز این ماه است؟

- (۱) دهم (۲) یازدهم (۳) دوازدهم (۴) سیزدهم

۲۷- معادله $73x \equiv 1^{23}$ در مجموعه اعداد طبیعی دو رقمی چند جواب دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۸- اگر x و y دو عدد صحیح و $5x + 6y \equiv 3^7$ و $2x + 5y \equiv 4^7$ باشد، آنگاه عدد $x + y$ به کدام صورت زیر است؟ ($k \in \mathbb{Z}$)

- (۱) $7k - 5$ (۲) $7k - 1$ (۳) $7k + 5$ (۴) $7k + 1$

۲۹- اگر $75x \equiv 54^{12}$ ، آنگاه عدد x به کدام دسته هم‌نهشتی به پیمانه ۸ می‌تواند تعلق داشته باشد؟

- (۱) $[3]$ (۲) $[4]$ (۳) $[5]$ (۴) $[6]$

۳۰- اگر عدد طبیعی پنج رقمی $a11a$ مضرب ۱۱ باشد، آنگاه چند عدد طبیعی چهاررقمی بخش‌پذیر بر ۹ به صورت $\overline{babb}$ وجود دارد؟

- (۱) هیچ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

محل انجام محاسبات

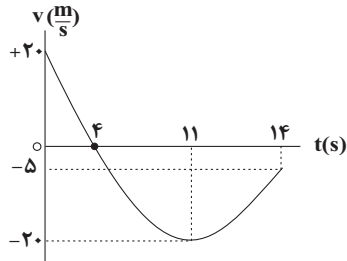
وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۳: حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۰ تا ۲۸

۳۱- معادله سرعت - زمان متحرکی در SI به صورت $v = t^2 - 10t - 2$ است. اگر در بازه زمانی صفر تا t ، شتاب متوسط متحرک برابر صفر باشد، سرعت متحرک در لحظه t چند متر بر ثانیه است؟

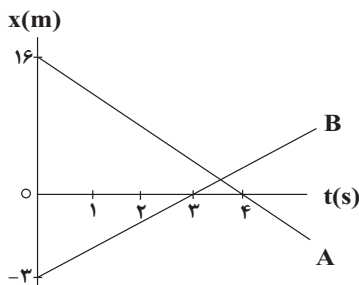
- (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) ۱۰ (۴) -۱۰

۳۲- نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. بزرگی شتاب متوسط در بازه زمانی که متحرک در جهت مثبت محور x ها حرکت می‌کند برابر بزرگی شتاب متوسط متحرک در بازه زمانی است که متحرک در خلاف جهت محور x ها حرکت می‌کند؟



- (۱) $\frac{1}{10}$
(۲) $\frac{11}{8}$
(۳) $\frac{8}{11}$
(۴) ۱۰

۳۳- نمودار مکان - زمان دو خودروی A و B که بر روی مسیری مستقیم در حال حرکت هستند، به صورت شکل زیر است. اختلاف زمانی بین دو لحظه‌ای که فاصله دو خودرو از یکدیگر ۴ متر می‌شود، چند ثانیه است؟



- (۱) ۱
(۲) $\frac{1}{6}$
(۳) ۲
(۴) $\frac{3}{2}$

۳۴- قطار A به طول ۲۰۰ متر و قطار B به طول ۳۰۰ متر به ترتیب با تندی ثابت $40 \frac{m}{s}$ و $30 \frac{m}{s}$ در یک جهت در حال حرکت هستند. پس از لحظه‌ای که انتهای قطار B به اندازه ۱۰۰ متر جلوتر از ابتدای قطار A قرار دارد، حداقل چند ثانیه طول می‌کشد تا قطار A از قطار B سبقت گرفته و به طور کامل از آن عبور کند؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۶۰ (۳) ۵۰ (۴) ۱۰

۳۵- متحرکی از حال سکون با شتاب ثابت شروع به حرکت می‌کند و پس از طی مسافت ۱۶ متر تندی آن به $12 \frac{m}{s}$ می‌رسد. بزرگی شتاب حرکت متحرک چند متر بر مجذور ثانیه است؟

- (۱) ۴ (۲) $\frac{9}{2}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) ۹

محل انجام محاسبات

۳۶- متحرکی روی محور x ها حرکت می‌کند و معادله مکان - زمان آن در SI به صورت $x = -2/5t^2 + 40t + 10$ است. نسبت

مسافتی که این متحرک در مدت ۱۰ ثانیه اول حرکت طی می‌کند، به جابه‌جایی آن در همین مدت کدام است؟

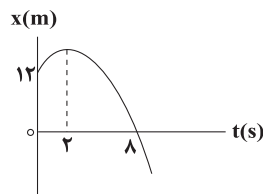
(۴) ۱

(۳) $\frac{16}{15}$

(۲) $\frac{17}{16}$

(۱) $\frac{17}{15}$

۳۷- نمودار مکان - زمان متحرکی که روی محور x با شتاب ثابت حرکت می‌کند، مطابق سهمی شکل زیر است. مسافت طی شده



توسط متحرک در ۶ ثانیه اول حرکت چند متر است؟

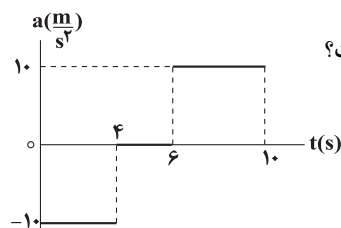
(۱) ۸

(۲) $13/5$

(۳) $7/5$

(۴) $6/5$

۳۸- شکل زیر، نمودار شتاب - زمان متحرکی را که روی محور x و با تندی اولیه $20 \frac{m}{s}$ در جهت مثبت محور x در حال حرکت



است، نشان می‌دهد. در ۱۰ ثانیه اول حرکت، تندی متوسط متحرک چند متر بر ثانیه است؟

(۱) ۱۴

(۲) ۱۰

(۳) ۸

(۴) ۱۲

۳۹- در شرایط خلأ، گلوله‌ای از ارتفاع h از سطح زمین رها می‌شود. اگر اندازه جابه‌جایی گلوله در ۲ ثانیه آخر سقوطش ۵ برابر اندازه

جابه‌جایی آن در ۲ ثانیه اول سقوطش باشد، تندی گلوله در لحظه برخورد به زمین چند متر بر ثانیه است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

(۲) $30\sqrt{2}$

(۱) ۶۰

(۴) ۴۵

(۳) ۳۰

۴۰- در شرایط خلأ و از ارتفاع به اندازه کافی بلند، گلوله‌ای را از ارتفاع معینی در لحظه $t = 0$ و گلوله دوم را از ۴۵ متر پایین‌تر از

همان ارتفاع در لحظه $t = 2s$ از حال سکون رها می‌کنیم. پس از لحظه $t = 0$ چند ثانیه طول می‌کشد تا دو گلوله به هم

برسند؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

(۴) ۲

(۳) $1/25$

(۲) ۱

(۱) $3/25$

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۳: مولکول‌ها در خدمت تدرستی: صفحه‌های ۱۶ تا ۳۶

۴۱- مقداری سدیم هیدروکسید را در دو لیتر آب مقطر در دمای اتاق حل می‌کنیم. چنانچه غلظت محلول حاصل ۸ppm شود، نسبت غلظت مولی

یون هیدروکسید به غلظت مولی یون هیدرونیوم و pH محلول کدام است؟ (چگالی محلول = 1 g.mol.L^{-1})

$$(\text{Na} = 23, \text{O} = 16, \text{H} = 1 : \text{g.mol}^{-1}, \log 5 \approx 0.7)$$

$$(1) 10^{-4}, 3/10 \quad (2) 10^{-4}, 7/11 \quad (3) 10^{-6}, 3/10 \quad (4) 10^{-6}, 7/11$$

۴۲- رسانایی الکتریکی کدام محلول نسبت به دیگر محلول‌ها، بیشتر است؟ ($\text{O} = 16, \text{C} = 12, \text{H} = 1 : \text{g.mol}^{-1}$)

$$(1) 3 \text{ لیتر محلول } 23\% \text{ جرمی اتانول با چگالی } 1 \text{ g.mL}^{-1}$$

$$(2) 2 \text{ لیتر محلول } 0.2 \text{ مولار هیدروفلوئوریک اسید } (\alpha \approx 0.1)$$

$$(3) 5/0 \text{ لیتر محلول باریم هیدروکسید با } \text{pH} = 12/3 \text{ در دمای اتاق}$$

$$(4) 1 \text{ لیتر محلول } 2 \text{ مولار نیترواسید } (K_a = 4/5 \times 10^{-4})$$

۴۳- در دمای اتاق، برای تهیه محلولی از KOH به حجم ۳۰۰mL و $\text{pH} = 10$ به چند گرم KOH با خلوص ۸۰٪ نیاز است؟

$$(\text{KOH} = 56 \text{ g.mol}^{-1})$$

$$(1) 2/1 \times 10^{-3} \quad (2) 1/68 \times 10^{-4} \quad (3) 2/1 \times 10^{-10} \quad (4) 1/68 \times 10^{-8}$$

۴۴- اگر غلظت اسید بسیار ضعیف HA در دمای ثابت دو برابر شود، غلظت یون هیدرونیوم چند برابر می‌شود؟

$$(1) \sqrt{2} \quad (2) 2 \quad (3) 2\sqrt{2} \quad (4) \sqrt{3}$$

۴۵- در یک محلول آبی در دمای اتاق غلظت یون هیدروکسید برابر ۰/۰۶۸ppm است. با فرض اینکه چگالی محلول برابر 1 g.mL^{-1}

$$\text{باشد، pH محلول موردنظر کدام است؟ } (\text{O} = 16, \text{H} = 1 : \text{g.mol}^{-1}, \log 2 \approx 0.3)$$

$$(1) 8/6 \quad (2) 6/8 \quad (3) 6/9 \quad (4) 9/6$$

محل انجام محاسبات

۴۶- اگر در محلول اسید ضعیف HA با $pH = 3/4$ غلظت اسید یونیده نشده برابر 8×10^{-2} مولار باشد، مقدار ثابت یونش این اسید کدام است؟

- (۱) 4×10^{-2} (۲) 4×10^{-6} (۳) 2×10^{-4} (۴) 2×10^{-6}

۴۷- درون ظرفی به حجم ۲ لیتر، ۴/۳۲ گرم دی‌نیتروژن پنتاکسید و ۱/۷۹۲ لیتر گاز هیدروژن کلرید در شرایط STP وارد می‌کنیم. چنانچه حجم محلول تغییر نکند، pH محلول حاصل کدام است؟

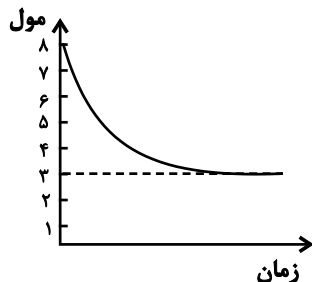
$$(N = 14, O = 16 : g.mol^{-1})(\log 2 \approx 0/3, \log 3 \approx 0/5)$$

- (۱) ۱/۱ (۲) ۱/۲ (۳) ۲/۱ (۴) ۲/۲

۴۸- اختلاف pH محلول $1/5 \times 10^{-3}$ مولار هیدروفلوئوریک اسید با درصد یونش ۲ و محلول 10^{-3} مولار کلسیم هیدروکسید، در دمای $25^{\circ}C$ ، کدام است؟ ($\log 2 \approx 0/3, \log 3 \approx 0/5$)

- (۱) ۶/۱ (۲) ۶/۸ (۳) ۸/۴ (۴) ۹/۳

۴۹- ثابت تعادل واکنش یونش اسید ضعیف HA که نمودار تغییرات تعداد مول آن در محلولی به حجم ۵۰ لیتر به صورت زیر است، به تقریب کدام است؟



- (۱) ۰/۱۷
(۲) ۰/۳۴
(۳) ۰/۵۱
(۴) ۰/۶۸

۵۰- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

الف) در بدن انسان بالغ، روزانه بین دو تا سه لیتر شیر معده تولید می‌شود که غلظت یون هیدرونیوم در آن حدود $3 \times 10^{-14} mol.L^{-1}$ است.

ب) برای افزایش قدرت پاک‌کنندگی چربی‌ها به شوینده‌ها جوش شیرین می‌افزایند.

پ) برای باز کردن برخی لوله‌ها و مجاری مسدود شده از محلول رقیق هیدروکلریک اسید استفاده می‌شود.

ت) آمونیاک از جمله بازهای ضعیف است، به طوری که در محلول آن افزون بر مقدار کمی مولکول‌های آمونیاک، شمار بسیار زیادی از یون‌های آب‌پوشیده وجود دارد.

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۱ (۴) ۴



دفترچه پاسخ آزمون هدف گذاری

۱۲ آبان ۱۴۰۱

اختصاصی دوازدهم ریاضی (نظام جدید)

طراحان

نام درس	نام طراحان (به ترتیب حروف الفبا)
حسابان ۲	عادل حسینی - فرامرز سپهری - سعید علم پور - حمید علیزاده - حمید مام قادری - سیدمحسن واعظزاده وحید ون آبادی
هندسه ۳	محمد مهدی ابوترابی - امیرحسین ابومحبوب - محمد خندان - یاسین سپهر
ریاضیات گسسته	امیرحسین ابومحبوب - جواد حاتمی - علیرضا شریف خطیبی - مرتضی فهیم علوی - هومن نورائی
فیزیک ۳	خسرو ارغوانی فرد - محمد اکبری - امیرحسین برادران - محمدعلی راست پیمان - میثم دشتیان علیرضا سلیمانی - رامین شادلویی - مصطفی کیانی - علیرضا گونه - محمدصادق مام سیده
شیمی ۳	محمد رضا پور جاوید - امیر حاتمیان - پیمان خواجوی مجد - روزبه رضوانی - حمید ذبحی - امیرحسین طیبی

گروه علمی

نام درس	حسابان ۲	هندسه ۳ و ریاضیات گسسته	فیزیک ۳	شیمی ۳
گزینشگر	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	بابک اسلامی	ایمان حسین نژاد
گروه ویراستاری	علی سرآبادانی	عادل حسینی	حمید زرین کفش	یاسر راش محمدحسن محمدزاده مقدم
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	بابک اسلامی	امیرحسین مسلمی
مسئول درس مستندسازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	مجتبی خلیل ارجمندی	سمیه اسکندری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	محمد اکبری
مسئول دفترچه	عادل حسینی
گروه مستندسازی	مدیر گروه: مازیار شیروانی مقدم مسئول دفترچه: محمدرضا اصفهانی
حروف نگار و صفحه آرا	میلاذ سیاهوشی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

حسابان ۲

۱- گزینه «۱»

(عارل حسینی)

قضیه تقسیم را برای تقسیم $p(x)$ بر $x-1$ می‌نویسیم:

$$p(x) = x^2 + kx - 5 = (x-1)q(x) - 1$$

باقی مانده تقسیم $p(x)$ بر $x-1$ برابر $p(1)$ است:

$$p(1) = 1 + k - 5 = -1 \Rightarrow k = 3 \Rightarrow p(x) = x^2 + 3x - 5$$

$$\Rightarrow x^2 + 3x - 5 = (x-1)q(x) - 1$$

$x = -1$ را در تساوی بالا جای گذاری می‌کنیم:

$$-1 - 3 - 5 = -2q(-1) - 1 \Rightarrow q(-1) = 4$$

$q(-1)$ باقی مانده تقسیم $q(x)$ است بر $x+1$.

(حسابان ۲ - تابع: صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

۲- گزینه «۲»

(سمیر علیرزاده)

ابتدا ضابطه f را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$f(x) = -2(x^3 - 3x^2 + 3x - 1 + 1) + 6$$

$$= -2((x-1)^3 + 1) + 6 = -2(x-1)^3 + 4$$

حال تبدیلات مورد نظر را اعمال می‌کنیم:

$$y = f(x) \xrightarrow[\text{دو واحد به راست}]{\text{یک واحد به پائین}} y = -2((x-2)-1)^3 + 4 - 1$$

$$= -2(x-3)^3 + 3$$

حال باید ضابطه این تابع را با ضابطه $y = x$ برابر قرار دهیم:

$$-2(x-3)^3 + 3 = x \Rightarrow x - 3 + 2(x-3)^3 = 0$$

$$\Rightarrow (x-3)(1 + 2(x-3)^2) = 0 \Rightarrow x-3 = 0 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow y = 3$$

فاصله نقطه $A(3, 3)$ از مبدأ مختصات برابر $3\sqrt{2}$ است.

(حسابان ۲ - تابع: صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۳- گزینه «۳»

(سعیر علم‌پور)

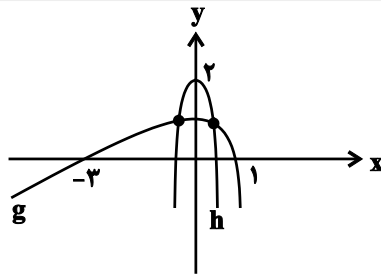
نمودارهای دو تابع g و $h(x) = 3g(2|x|) - 1$ را در یک دستگاه مختصات

رسم می‌کنیم. برای رسم h ، طول نقاط را بر ۲ تقسیم می‌کنیم. عرض نقاط را در ۳

ضرب می‌کنیم. نمودار حاصل را یک واحد به پائین منتقل می‌کنیم و در نهایت قرینه

سمت راست محور y ها را نسبت به محور y ها، به جای قسمت سمت چپ نمودار رسم

می‌کنیم. داریم:



مطابق شکل، نمودارها در ۲ نقطه یکدیگر را قطع می‌کنند. پس معادله صورت سؤال ۲

جواب حقیقی دارد.

(حسابان ۲ - تابع: صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۴- گزینه «۲»

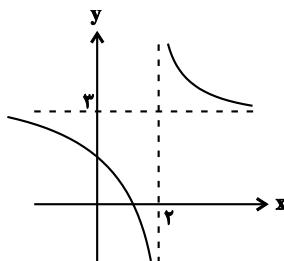
(سیرمفسن واعظ‌زاده)

$$f(x) = 3 + \frac{2}{x-2}$$

برای رسم نمودار تابع f نمودار تابع $y = \frac{1}{x}$ را ۲ واحد به سمت راست می‌بریم،

عرض نقاط آن را در ۲ ضرب می‌کنیم و در نهایت ۳ واحد به بالا منتقل می‌کنیم. نمودار

آن در شکل زیر رسم شده است:



نمودار f روی هر کدام از بازه‌های $(-\infty, 2)$ و $(2, +\infty)$ اکیداً نزولی است، اما

روی دامنه‌اش که $\mathbb{R} - \{2\}$ است، غیر یکنواست.

(حسابان ۲ - تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۵- گزینه «۲»

(سمیر مام‌قاری)

$$h(x) = x(x-1) = (x - \frac{1}{2})^2 - \frac{1}{4}, \quad g(x) = (\frac{1}{2})^x$$

تابع g روی $\mathbb{R}$ اکیداً نزولی است. حال اگر $x < \frac{1}{2}$ باشد، h نیز اکیداً نزولی است،

پس $f = goh$ اکیداً صعودی است، همچنین اگر $x \geq \frac{1}{2}$ باشد، h اکیداً صعودی

است، پس $f = goh$ اکیداً نزولی است. در نتیجه تابع $f = goh$ ابتدا اکیداً

صعودی و سپس اکیداً نزولی است.

(حسابان ۲ - تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۶- گزینه «۴»

(سعیر علم‌پور)

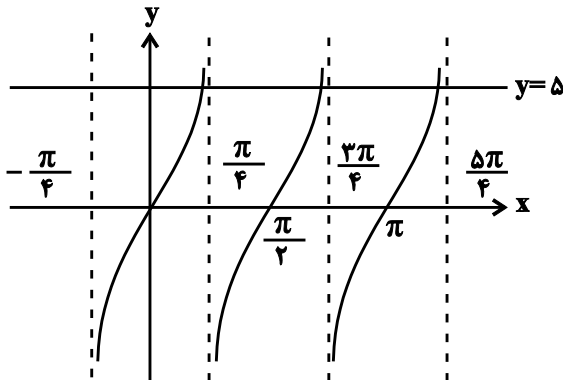
تابع f با دامنه $\mathbb{R} - \{-1\}$ اکیداً نزولی است، پس داریم:

$$f(-x^2) < f(4x-5) \Rightarrow -x^2 > 4x-5$$

(ویدئو و آباری)

۹- گزینه «۴»

نمودار $y = \tan x$ را با یک انقباض افقی روی نمودار $y = \tan x$ رسم می‌کنیم؛ نمودار این تابع به همراه خط $y = 5$ در شکل زیر رسم شده است:



با توجه به گزینه‌ها، فقط به ازای $a = \frac{5\pi}{6}$ است که دو نمودار در دو نقطه همدیگر را قطع می‌کنند. دقت کنید که به ازای مقادیر سایر گزینه‌ها تعداد نقاط تقاطع برابر ۲ نیست.

(مسایان ۲ - مثلثات، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۴)

(ویدئو و آباری)

۱۰- گزینه «۳»

$$f(x) = 3 \sin(3\pi x - \frac{\pi}{2})$$

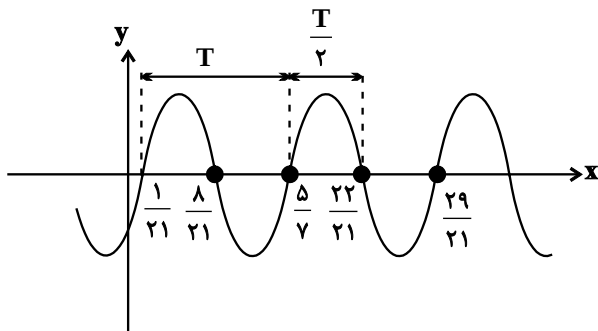
برای رسم نمودار تابع f ، نمودار تابع $y = 3 \sin x$ را $\frac{\pi}{2}$ به سمت راست انتقال می‌دهیم و سپس طول نقاط آن را بر 3π تقسیم می‌کنیم. بنابراین

اولین نقطه برخورد نمودار f با محور x ها برابر $\frac{1}{21}$ است. از طرفی دوره

$$\text{تناوب تابع برابر } T_f = \frac{2\pi}{3\pi} = \frac{2}{3} \text{ است.}$$

در نتیجه برای محاسبه طول نقطه A داریم:

$$x_A = \frac{1}{21} + \frac{3T}{2} = \frac{1}{21} + 1 = \frac{22}{21}$$



(مسایان ۲ - مثلثات، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۴)

$$\Rightarrow x^2 + 4x - 5 = (x-1)(x+5) < 0 \Rightarrow x \in (-5, 1)$$

اما به ازای $x = -1$ ، حاصل عبارت $-x^2$ برابر ۱- می‌شود که قابل قبول نیست.

$$\Rightarrow x \in (-5, 1) - \{-1\}$$

این مجموعه شامل ۴ عدد صحیح است.

(مسایان ۲- تابع، صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۷- گزینه «۲»

(فرامرز سپهری)

می‌دانیم: $\cos(\frac{\pi}{2} + \alpha) = -\sin \alpha$. پس ابتدا ضابطه را ساده می‌کنیم:

$$y = -a \sin bx$$

کم‌ترین مقدار تابع -3 است پس $|a| = 3$. با توجه به نمودار دوره تناوب π می‌باشد. داریم:

$$\pi = \frac{2\pi}{|b|} \Rightarrow |b| = 2 \xrightarrow{ab > 0} \begin{cases} b = 2, a = 3 \\ b = -2, a = -3 \end{cases} \Rightarrow a + b = \pm 5$$

(مسایان ۲ - مثلثات، صفحه‌های ۲۳ تا ۲۹)

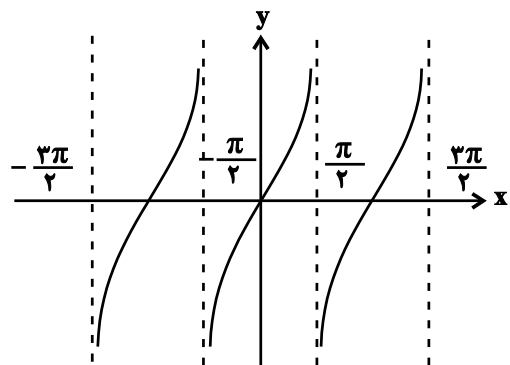
۸- گزینه «۳»

(ممد مام‌قارری)

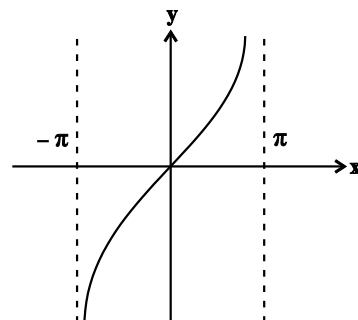
ابتدا ضابطه f را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$f(x) = \frac{\sin x}{1 + \cos x} = \frac{2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}}{2 \cos^2 \frac{x}{2}} = \tan \frac{x}{2}$$

نمودار $y = \tan x$ به صورت شکل زیر است.



پس برای رسم نمودار f ، طول نقاط نمودار $y = \tan x$ را در ۲ ضرب می‌کنیم:



(مسایان ۲ - مثلثات، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۴)

هندسه ۳

گزینه ۲» ۱۱-

(ممبر فنان)

$$AB = \begin{bmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 1 & -2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 0 & -2 \\ 3 & x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & -x-4 \\ 10 & 2x+6 \end{bmatrix}$$

ماتریس AB در صورتی وارون پذیر نیست که دترمینان آن برابر صفر باشد.
داریم:

$$|AB| = 5(2x+6) - 10(-x-4) = 20x + 70 = 0 \Rightarrow x = \frac{-7}{2}$$

بنابراین ماتریس AB تنها به ازای یک مقدار x، وارون پذیر نیست.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربرد، صفحه‌های ۱۷ تا ۲۳)

گزینه ۴» ۱۲-

(ممبر موری اوتوایی)

اگر $A = \begin{bmatrix} a & 2 \\ b & -5 \end{bmatrix}$ ، $X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 4 \\ y \end{bmatrix}$ باشد، آنگاه داریم:

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \begin{bmatrix} -5 & -2 \\ -b & a \end{bmatrix} \xrightarrow{|A|=17} A^{-1} = \frac{1}{17} \begin{bmatrix} -5 & -2 \\ -b & a \end{bmatrix}$$

$$X = A^{-1}B = \frac{1}{17} \begin{bmatrix} -5 & -2 \\ -b & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{17} \begin{bmatrix} -34 \\ -4b + 7a \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ \frac{7a - 4b}{17} \end{bmatrix} \Rightarrow x = -2$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربرد، صفحه‌های ۲۲ تا ۲۶)

گزینه ۲» ۱۳-

(ممبر فنان)

شرط وجود بی‌شمار جواب برای معادله ماتریسی $\begin{bmatrix} a & b \\ a' & b' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c \\ c' \end{bmatrix}$

آن است که $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$ باشد. داریم:

$$\frac{m+1}{1} = \frac{3}{m-1} \Rightarrow m^2 - 1 = 3 \Rightarrow m^2 = 4 \Rightarrow m = \pm 2$$

دستگاه فاقد جواب است. $m = 2 \Rightarrow \frac{3}{1} = \frac{3}{1} \neq \frac{2}{-2}$

دستگاه بی‌شمار جواب دارد. $m = -2 \Rightarrow \frac{-1}{1} = \frac{3}{-3} = \frac{-2}{2}$

پس تنها به ازای $m = -2$ ، دارای بی‌شمار جواب است.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربرد، صفحه‌های ۲۳ تا ۲۶)

گزینه ۳» ۱۴-

(امیر شین اومشوب)

دترمینان ماتریس A مخالف صفر است، پس A وارون پذیر است و داریم:

$$A + B = AB \xrightarrow{\text{طرفین را از سمت چپ در } A^{-1} \text{ ضرب می‌کنیم}} A^{-1}A + A^{-1}B = A^{-1}(AB)$$

$$\Rightarrow I + A^{-1}B = B$$

$$\xrightarrow{\text{طرفین را از سمت راست در } B^{-1} \text{ ضرب می‌کنیم}} IB^{-1} + (A^{-1}B)B^{-1} = BB^{-1}$$

$$\Rightarrow B^{-1} + A^{-1} = I \Rightarrow B^{-1} = I - A^{-1}$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{-1} \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$$

$$B^{-1} = I - A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$$

ماتریس B، وارون ماتریس B^{-1} است، بنابراین داریم:

$$B = \frac{1}{0 \times 3 - (-1) \times 1} \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow AB = A + B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$$

بنابراین مجموع درایه‌های ماتریس AB، برابر است با:

$$5 + 2 + (-2) + (-1) = 4$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربرد، صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

گزینه ۲» ۱۵-

(ممبر موری اوتوایی)

دو ماتریس A و I تعویض پذیر هستند، پس اتحادهای جبری برای آنها

برقرار است و در نتیجه داریم:

$$I - A^2 = (I - A^2)(I + A^2) = (I - A)(I + A)(I + A^2)$$

$$\xrightarrow{A^2 = \bar{O}} I = (I + A)(I - A)(I + A^2)$$

بنابراین وارون ماتریس $I + A$ ، به صورت $(I - A)(I + A^2)$ است.

داریم:

$$(I + A)^{-1} = (I - A)(I + A^2) = I - A + A^2 - A^3$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربرد، صفحه‌های ۱۷ تا ۲۳)

۱۶- گزینه «۴»

(مفرد قدران)

طبق تعریف ماتریس‌های A و B داریم:

$$A = \begin{bmatrix} 1^2-1 & 1^2-2 & 1^2-3 \\ 2^2-1 & 2^2-2 & 2^2-3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -2 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1^2-1 & 2^2-1 \\ 1^2-2 & 2^2-2 \\ 1^2-3 & 2^2-3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ -1 & 2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$AB = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -2 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ -1 & 2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & -4 \\ -4 & 14 \end{bmatrix}$$

$$|AB| = 5 \times 14 - (-4)(-4) = 70 - 16 = 54$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربرد، صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

۱۷- گزینه «۱»

(یاسین سپهر)

طبق تعریف ماتریس A داریم:

$$a_{11} = \frac{1!}{1!1!} = 1, a_{12} = \frac{0!}{1!2!} = \frac{1}{2}$$

$$a_{21} = \frac{3!}{2!1!} = 3, a_{22} = \frac{2!}{2!2!} = \frac{1}{2}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} \\ 3 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = 1 \times \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \times 3 = -1$$

$$||A|A| + |2A| = |-A| + |2A| = (-1)^2 |A| + 2^2 |A| = 5|A| = -5$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربرد، صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

۱۸- گزینه «۲»

(امیرمسین ابومضوب)

طبق دستور ساروس برای محاسبهٔ دترمینان ماتریس‌های 3×3 داریم:

$$\begin{vmatrix} x & 1 & x^2 \\ x^2 & x & 1 \\ 1 & x^2 & x \end{vmatrix} = (x^3 + 1 + x^6) - (x^3 + x^3 + x^3) = 0$$

$$\Rightarrow x^6 + x^3 + 1 - 3x^3 = 0 \Rightarrow x^6 - 2x^3 + 1 = 0 \Rightarrow (x^3 - 1)^2 = 0$$

$$\Rightarrow x^3 - 1 = 0 \Rightarrow x^3 = 1 \Rightarrow x = 1$$

بنابراین معادله فقط یک ریشهٔ حقیقی دارد.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربرد، صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

۱۹- گزینه «۱»

(امیرمسین ابومضوب)

$$AB = \begin{bmatrix} x & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & 1 \\ -2 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x^2 - 4 & x - 2 \\ 3x - 2 & 2 \end{bmatrix}$$

دترمینان وارون یک ماتریس، عکس دترمینان آن ماتریس است، بنابراین اگر

دترمینان یک ماتریس با دترمینان وارون آن برابر باشد، آنگاه دترمینان آن

ماتریس برابر ± 1 است. در نتیجه داریم:

$$|AB| = \pm 1 \Rightarrow \begin{vmatrix} x^2 - 4 & x - 2 \\ 3x - 2 & 2 \end{vmatrix} = \pm 1$$

$$\Rightarrow 2(x^2 - 4) - (x - 2)(3x - 2) = \pm 1$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 8 - 3x^2 + 2x + 6x - 4 = \pm 1 \Rightarrow -x^2 + 8x - 12 = \pm 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 - 8x + 13 = 0 \Rightarrow \text{مجموع ریشه‌ها} = -\frac{b}{a} = 8 \\ x^2 - 8x + 11 = 0 \Rightarrow \text{مجموع ریشه‌ها} = -\frac{b}{a} = 8 \end{cases}$$

بنابراین مجموع مقادیر x، برابر $8 + 8 = 16$ است.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربرد، صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

۲۰- گزینه «۴»

(مهم‌موری ابوترابی)

دترمینان ماتریس را در دو حالت با استفاده از دستور ساروس به‌دست آورده

و با هم برابر قرار می‌دهیم. داریم:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & a \end{vmatrix} = (5a + 84 + 96) - (105 + 48 + 8a) = -3a + 27$$

$$\begin{vmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 4 & 6 & 6 \\ 7 & 8 & a+1 \end{vmatrix} = (12a + 12 + 84 + 96) - (126 + 96 + 8a + 8) = 4a - 38$$

$$= 4a - 38$$

$$\Rightarrow -3a + 27 = 4a - 38 \Rightarrow 7a = 65 \Rightarrow a = \frac{65}{7}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربرد، صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

ریاضیات گسسته

۲۱- گزینه «۱»

(علیرضا شریف‌فطیپی)

$$3^4 = 81 \equiv -4 \xrightarrow{\text{به توان ۳}} 3^{12} \equiv (-4)^3 \equiv -64 \equiv -64 + 4 \times 17 \equiv 4$$

$$\xrightarrow{\times 3^2} 3^{14} \equiv 3^6 \equiv 2$$

از طرفی $24!$ مضرب 17 است، پس $24! \equiv 0$ و در نتیجه داریم:

$$3^{14} + 24! \equiv 2 + 0 \equiv 2$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد، صفحه‌های ۱۸ تا ۲۱)

۲۲- گزینه «۴»

(پوادر فاطمی)

$$5^2 \equiv 25 \equiv 3 \xrightarrow{\times 5} 5^3 \equiv 15 \equiv 4 \xrightarrow{\text{به توان ۲}} 5^6 \equiv 16 \equiv 5$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۳}} 5^{18} \equiv 5^3 \equiv 4 \Rightarrow 5^{18} + a \equiv 4 + a$$

بنابراین $4 + a$ باید مضرب 11 باشد که در نتیجه کمترین مقدار طبیعی a ،

برابر $11 - 4 = 7$ است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد، صفحه‌های ۱۸ تا ۲۱)

۲۳- گزینه «۳»

(امیرمسین ابومصوب)

طبق قضیه تقسیم داریم:

$$a = bq + r \xrightarrow{a=b+128, r=20} b + 128 = bq + 20 \Rightarrow b(q-1) = 108$$

از طرفی در عمل تقسیم، همواره $0 \leq r < b$ است، پس $b > 20$ و در نتیجه

یکی از حالت‌های زیر امکان‌پذیر است:

$$b(q-1) = 108 = 108 \times 1 = 54 \times 2 = 36 \times 3 = 27 \times 4$$

بنابراین حداکثر مقدار خارج قسمت در این تقسیم، به‌ازای $b = 27$ حاصل می‌شود. داریم:

$$b(q-1) = 27 \times 4 \Rightarrow \begin{cases} b = 27 \\ q-1 = 4 \Rightarrow q = 5 \end{cases}$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد، صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

۲۴- گزینه «۲»

(امیرمسین ابومصوب)

طبق ویژگی‌های هم‌نهمی داریم:

$$a \equiv 2b \xrightarrow{15|75} a \equiv 2b \quad (1)$$

$$b \equiv 3 \xrightarrow{15|120} b \equiv 3 \xrightarrow{\times 2} 2b \equiv 6 \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow a \equiv 6 \Rightarrow a = 15k + 6 \quad (k \in \mathbb{Z})$$

در بین اعداد داده شده تنها عدد 36 دارای شرایط موردنظر است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد، صفحه‌های ۱۸ تا ۲۱)

۲۵- گزینه «۴»

(امیرمسین ابومصوب)

$$18a \equiv 30b \xrightarrow{\div 6} 3a \equiv 5b \xrightarrow{\substack{45 \\ 3}} 3a \equiv 5b \Rightarrow 3a \equiv 5b$$

گزینه «۱»:

$$3a \equiv 5b \xrightarrow{5|15} 3a \equiv 5b \equiv 0 \xrightarrow{\substack{+3 \\ (3,5)=1}} a \equiv 0 \Rightarrow 5|a$$

گزینه «۲»:

$$3a \equiv 5b \xrightarrow{3|15} 5b \equiv 3a \equiv 0 \xrightarrow{\substack{+5 \\ (5,3)=1}} b \equiv 0 \Rightarrow 3|b$$

گزینه «۳»:

$$\left. \begin{aligned} 5|a &\xrightarrow{\times 3} 15|3a \Rightarrow 3a \equiv 0 \\ 3a &\equiv 5b \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{جمع}} \begin{aligned} 15 \\ 15 \end{aligned} \Rightarrow 6a \equiv 5b$$

رابطه هم‌نهمی گزینه «۴» در حالت کلی از رابطه $18a \equiv 30b$ قابل

نتیجه‌گیری نیست.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد، صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

۲۶- گزینه «۱»

(امیرمسین ایومضوب)

ابتدا محاسبه می‌کنیم که روز اول مهر در این سال چه روزی از هفته است.

برای این کار، فاصله اول فروردین تا اول مهر را به دست می‌آوریم. داریم:

$$۱۸۶ = ۱ + ۵ \times ۳۱ + ۳۰$$

مهر اردیبهشت تاشهریور فروردین

$$۱۸۶ = ۷ \times ۲۶ + ۴ \equiv ۴$$

بنابراین اگر روز شنبه معادل صفر فرض شود، روز اول مهر، ۴ روز بعد از آن

در هفته، یعنی روز چهارشنبه است. در این صورت سوم مهر، اولین جمعه و در

نتیجه ۱۰ مهر دومین جمعه این ماه است.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد، صفحه ۲۴)

۲۷- گزینه «۴»

(پوار فامی)

$$۷۳x \equiv ۱ \Rightarrow ۴x \equiv ۱ \Rightarrow ۲۴ \xrightarrow{+۴} x \equiv ۶ \pmod{(۴,۷۳)=۱}$$

$$\Rightarrow x = ۲۳k + ۶ \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$۱۰ \leq x \leq ۹۹ \Rightarrow ۱۰ \leq ۲۳k + ۶ \leq ۹۹ \Rightarrow ۴ \leq ۲۳k \leq ۹۳$$

$$\xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} ۱ \leq k \leq ۴$$

بنابراین معادله مورد نظر، ۴ جواب در مجموعه اعداد طبیعی دو رقمی دارد.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد، صفحه‌های ۲۴ و ۲۵)

۲۸- گزینه «۱»

(هومن نورانی)

$$\left. \begin{array}{l} ۵x + ۶y \equiv ۳ \\ ۲x + ۵y \equiv ۴ \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{مجموع}} ۷x + ۱۱y \equiv ۷ \pmod{۱۹}$$

$$\xrightarrow{+۴} y \equiv ۰ \pmod{(۴,۷)=۱} \quad (۱)$$

$$۲x + ۵y \equiv ۴ \xrightarrow{(۱)} ۲x + ۵ \times ۰ \equiv ۴ \Rightarrow ۲x \equiv ۴ \xrightarrow{+۲} x \equiv ۲ \pmod{(۲,۷)=۱} \quad (۲)$$

$$۷ \Rightarrow x + y \equiv ۲ \Rightarrow x + y = ۷m + ۲ = ۷m + ۷ - ۷ + ۲$$

$$= ۷(m+۱) - ۵ \Rightarrow x + y = ۷k - ۵ \quad (m, k \in \mathbb{Z})$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد، صفحه‌های ۲۴ و ۲۵)

۲۹- گزینه «۴»

(مرتضی فویم‌علوی)

$$۷۵x \equiv ۵۴ \Rightarrow ۳x \equiv ۶ \xrightarrow{+۳} x \equiv ۲ \pmod{(۳,۷۵)=۳}$$

$$\Rightarrow x \equiv ۲ \Rightarrow x = ۴k + ۲ \quad (k \in \mathbb{Z})$$

اگر k عددی زوج باشد، آنگاه داریم:

$$x = ۴(۲m) + ۲ \Rightarrow x = ۸m + ۲ \Rightarrow x \equiv [۲]_۸$$

اگر k عددی فرد باشد، آنگاه داریم:

$$x = ۴(۲m+۱) + ۲ \Rightarrow x = ۸m + ۶ \Rightarrow x \equiv [۶]_۸$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد، صفحه‌های ۲۴ و ۲۵)

۳۰- گزینه «۴»

(امیرمسین ایومضوب)

$$۱۱ \mid ۱۱a \equiv ۰ \Rightarrow a - ۱ + ۱ - ۱ + a \equiv ۰ \Rightarrow ۲a \equiv ۱ \pmod{۱۲}$$

$$\xrightarrow{+۲} a \equiv ۶ \pmod{(۲,۱۱)=۱} \Rightarrow a = ۶$$

$$۹ \mid ۹b \equiv ۰ \Rightarrow ۳b + ۶ \equiv ۰ \Rightarrow ۳b \equiv -۶ \xrightarrow{+۳} b \equiv -۲ \pmod{(۳,۹)=۳} \Rightarrow b \equiv ۱$$

$$\Rightarrow b = ۱, ۴, ۷$$

بنابراین سه عدد ۱۶۱۱، ۴۶۴۴ و ۷۶۷۷، اعداد طبیعی چهاررقمی مورد نظر

هستند.

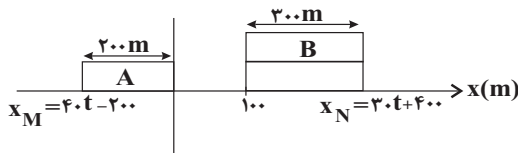
(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد، صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

$$d = 4m \Rightarrow |-5t + 19| = 4 \Rightarrow \begin{cases} -5t_1 + 19 = 4 \Rightarrow t_1 = 3s \\ -5t_2 + 19 = -4 \Rightarrow t_2 = 4.8s \end{cases}$$

بنابراین فاصله زمانی این دو لحظه برابر $4.8 - 3 = 1.8s$ است.
(فیزیک ۳، حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۳۴- گزینه «۲» (علیرضا کونه)

هنگامی که قطار A از قطار B سبقت گرفته و به‌طور کامل از آن عبور کند، $x_M = x_N$ می‌شود.



$$x_M = 40t - 200 \quad x_N = 30t + 400$$

$$x_M = x_N \Rightarrow 40t - 200 = 30t + 400$$

$$10t = 600 \Rightarrow t = 60s$$

(فیزیک ۳، حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۳۵- گزینه «۲» (مهمرب کبری)

با استفاده از رابطه سرعت - جابه‌جایی (مستقل از زمان) در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \quad \Delta x = 16m \quad v_0 = 0, v = 12 \frac{m}{s}$$

$$12^2 - 0 = 2a \times 16 \Rightarrow a = \frac{12 \times 12}{2 \times 16} = 4.5 \frac{m}{s^2}$$

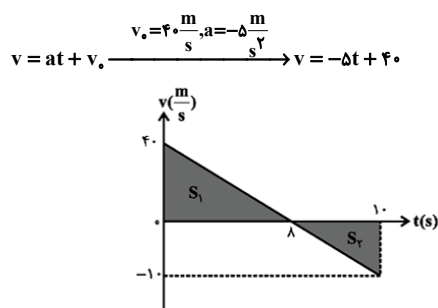
(فیزیک ۳، حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۳۶- گزینه «۱» (مصطفی کیانی)

ابتدا با استفاده از معادله استاندارد مکان - زمان در حرکت با شتاب ثابت، شتاب، سرعت اولیه و مکان اولیه متحرک را به‌دست می‌آوریم:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \quad \begin{cases} a = -\frac{\Delta}{s^2} \\ v_0 = 40 \frac{m}{s} \\ x_0 = 10m \end{cases}$$

اکنون معادله سرعت - زمان را به‌دست آورده و نمودار آن را رسم می‌کنیم:



فیزیک ۳

۳۱- گزینه «۲» (مهمرب کبری)

(مهمرب کبری)

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow 0 = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \Delta v = 0 \Rightarrow v - v_0 = 0$$

$$\Rightarrow v = v_0 \Rightarrow t^2 - 10t - 2 = (0)^2 - 10(0) - 2$$

$$t^2 - 10t = 0 \Rightarrow t^2 = 10t \Rightarrow t = 10s$$

شتاب متوسط در بازه زمانی صفر تا ۱۰ ثانیه صفر می‌شود. حال در این لحظه سرعت متحرک را به‌دست می‌آوریم که برابر است با:

$$v = (10)^2 - 10 \times (10) - 2 \Rightarrow v = -2 \frac{m}{s}$$

راه دوم: با توجه به این که $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = 0$ ، سرعت متحرک در لحظه $t = 10s$ برابر با سرعت اولیه متحرک است. بنابراین:

$$v_{t=10s} = v_0 = 0^2 - 10 \times 0 - 2 = -2 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳، حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

۳۲- گزینه «۴» (علیرضا سلیمانی)

در بازه زمانی صفر تا ۴s که نمودار بالای محور زمان قرار دارد، متحرک در جهت مثبت محور X در حال حرکت است و در بازه زمانی ۴s تا ۱۴s چون نمودار زیر محور زمان قرار دارد، متحرک در خلاف جهت محور X حرکت می‌کند. با توجه به رابطه شتاب متوسط داریم:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a_{av(0-4s)} = \frac{v_4 - v_0}{4 - 0} \Rightarrow a_{av(0-4s)} = \frac{0 - 20}{4} = -5 \frac{m}{s^2}$$

$$\Rightarrow |a_{av(0-4s)}| = 5 \frac{m}{s^2}$$

$$a_{av(4s-14s)} = \frac{v_{14} - v_4}{14 - 4} = \frac{-5 - 0}{10} = -0.5 \frac{m}{s^2}$$

$$\Rightarrow |a_{av(4s-14s)}| = 0.5 \frac{m}{s^2}$$

$$\frac{|a_{av(0-4s)}|}{|a_{av(4s-14s)}|} = \frac{5}{0.5} = 10$$

(فیزیک ۳، حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

۳۳- گزینه «۲» (میشم شتیان)

(میشم شتیان)

ابتدا معادله مکان - زمان دو متحرک را به‌دست می‌آوریم:

$$v_A = A \text{ شیب خط } = \frac{0 - 16}{4 - 0} = -4 \frac{m}{s}$$

$$v_B = B \text{ شیب خط } = \frac{0 - (-3)}{3 - 0} = 1 \frac{m}{s}$$

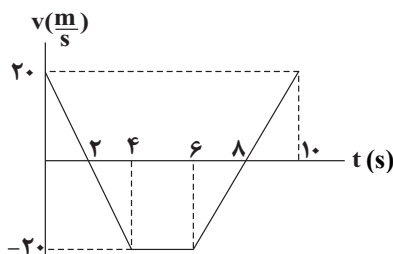
با توجه به نمودار، دو متحرک با سرعت ثابت حرکت می‌کنند؛ پس می‌توان برای هر متحرک نوشت:

$$\begin{cases} x_A = v_A t + x_{0A} \Rightarrow x_A = -4t + 16 \\ x_B = v_B t + x_{0B} \Rightarrow x_B = t - 3 \end{cases}$$

اگر فاصله دو متحرک را d بنامیم، می‌توان نوشت: $d = |x_A - x_B|$
بنابراین: $d = |(-4t + 16) - (t - 3)| = |-5t + 19|$

$$t = \frac{v_0}{|a|} = \frac{20}{10} = 2s$$

لحظه توقف متحرک:



حال مسافت طی شده توسط متحرک در ۱۰ ثانیه اول حرکت را محاسبه می‌کنیم و از آن تندی متوسط را به دست می‌آوریم:

سطح محصور بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان بیانگر جابه‌جایی متحرک است. پس مسافت طی شده توسط متحرک در این بازه زمانی برابر است با:

$$d = \frac{2 \times 20}{2} + \frac{(2+6) \times 20}{2} + \frac{20 \times 2}{2} = 20 + 80 + 20 = 120m$$

$$\Rightarrow s_{av} = \frac{d}{t} = \frac{120}{10} = 12 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳، حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

(معمربلی راست، پیمان)

۳۹- گزینه «۱»

اگر کل زمان سقوط گلوله را t ثانیه فرض کنیم، با فرض در نظر گرفتن محل رها شدن گلوله به عنوان مبدأ مکان و جهت پایین به عنوان جهت مثبت، جابه‌جایی گلوله در ۲ ثانیه اول و ۲ ثانیه آخر حرکت برابر است با:

$$\text{در ۲ ثانیه اول: } y_1 = \frac{1}{2}gt_1^2 = \frac{1}{2}g \times 2^2 \Rightarrow y_1 = \frac{1}{2}g \times 4$$

$$\text{در ۲ ثانیه آخر: } y_2 = y_{t=2} - y_{t=0} = \frac{1}{2}g[t^2 - (t-2)^2]$$

طبق فرض سؤال، داریم:

$$\frac{1}{2}g[t^2 - (t-2)^2] = \Delta x = \frac{1}{2}g \times 4 \Rightarrow t = 4s$$

بنابراین تندی گلوله در لحظه برخورد به زمین برابر است با:

$$v = gt = 10 \times 4 \Rightarrow v = 40 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۳)

(رامین شادلوپی)

۴۰- گزینه «۱»

گلوله اول ۲ ثانیه زودتر حرکت کرده، یعنی ۲ ثانیه بیشتر در راه بوده است.

$$t_1 = (t_2 + 2)s \quad (I)$$

در ضمن، مکان گلوله اول ۴۵ متر، بیشتر بوده

$$y_1 = (y_2 + 45)m$$

اگر جهت مثبت را رو به پایین فرض کنیم، داریم:

$$y_1 = y_2 + 45 \Rightarrow \frac{1}{2}gt_1^2 = \frac{1}{2}gt_2^2 + 45$$

$$\xrightarrow{(I)} \Delta(t_2 + 2)^2 = \Delta t_2^2 + 45 \Rightarrow t_2^2 + 4t_2 + 4 = t_2^2 + 9$$

و زمان گلوله اول

$$t_1 = t_2 + 2 \xrightarrow{t_2=1/25s} t_1 = 1/25 + 2 = 3/25s$$

(فیزیک ۳، حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۳)

مساحت علامت‌دار بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان برابر با جابه‌جایی متحرک و جمع قدرمطلق مساحت‌ها برابر با مسافت طی شده است. داریم:

$$S_1 = \frac{40 \times 2}{2} \Rightarrow S_1 = 40m$$

$$S_2 = \frac{10 \times 2}{2} \Rightarrow S_2 = 10m$$

$$\text{جابه‌جایی: } \Delta x = S_1 - S_2 = 40 - 10 = 30m$$

$$\text{مسافت: } d = S_1 + S_2 = 40 + 10 = 50m$$

$$\Rightarrow \frac{d}{\Delta x} = \frac{50}{30}$$

(فیزیک ۳، حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۳۷- گزینه «۳»

(امیرحسین برادران)

با توجه به نمودار مکان - زمان متحرک، در لحظه $t = 2s$ تندی متحرک برابر با صفر است. بنابراین سرعت متحرک در لحظات $t = 0s$ و $t = 8s$ برابر است با:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \begin{cases} v_{t=2s} = 0 \Rightarrow \Delta t = 2s \\ v_{t=2s} = 0 \Rightarrow \Delta t' = 8 - 2 = 6s \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = \frac{v_{t=2s} - v_0}{2} \Rightarrow v_0 = -2a \\ a = \frac{v_{t=8s} - v_{t=2s}}{6} \Rightarrow v_{t=8s} = 6a \end{cases}$$

اکنون با استفاده از رابطه سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت، شتاب حرکت را به دست می‌آوریم:

$$\frac{v_0 + v_{t=8s}}{2} = \frac{\Delta x_{0-8s}}{\Delta t} \Rightarrow \frac{v_0 + 6a}{2} = \frac{\Delta x_{0-8s}}{8} \Rightarrow \frac{-2a + 6a}{2} = \frac{-12m}{8} \Rightarrow 2a = -3 \Rightarrow a = -\frac{3}{2} \frac{m}{s^2}$$

اکنون جابه‌جایی متحرک را در بازه‌های زمانی صفر تا ۲s و ۲s تا ۸s به دست می‌آوریم:

$$\frac{\Delta x_{0-2s}}{2} = \frac{v_0 + v_{t=2s}}{2} \Rightarrow \frac{\Delta x_{0-2s}}{2} = \frac{v_0 + 0}{2} \Rightarrow \Delta x_{0-2s} = \frac{v_0}{2} = \frac{-3}{2} \frac{m}{s^2} \times \frac{2^2}{2} = -3m$$

$$v_{t=8s} = at + v_0$$

$$v_{t=8s} = 6a - 2a = 4a$$

$$\frac{\Delta x_{2s-8s}}{4} = \frac{v_{t=2s} + v_{t=8s}}{2} \Rightarrow \frac{\Delta x_{2s-8s}}{4} = \frac{0 + 4a}{2} \Rightarrow \Delta x_{2s-8s} = 8a$$

$$\Rightarrow \Delta x_{0-8s} = -6m$$

$$\Delta x_{0-8s} = |\Delta x_{0-2s}| + |\Delta x_{2s-8s}| = 3 + 3 = 6m$$

(فیزیک ۳، حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۳۸- گزینه «۴»

(فسرو ارغوانی فرد)

ابتدا با توجه به نمودار شتاب - زمان و سرعت اولیه متحرک، نمودار سرعت - زمان را رسم می‌کنیم. با توجه به این که مساحت علامت‌دار محصور بین نمودار شتاب - زمان و محور زمان برابر با تغییرات سرعت است، خواهیم داشت:

$$v_4 - v_0 = 4 \times (-10) \Rightarrow v_4 - 20 = -40 \Rightarrow v_4 = -20 \frac{m}{s}$$

$$v_{t=10s} - v_{t=6s} = 4 \times 10 \Rightarrow v_{t=10s} - (-20) = 40 \Rightarrow v_{10s} = 20 \frac{m}{s}$$

شیمی ۳

۴۱- گزینه «۳»

(سمید زبلی)

$$\begin{aligned} \text{غلظت مولی} &= \frac{\text{ppm} \times d}{\text{جرم مولی} \times 1000} = \frac{8 \times 1}{1000 \times 40} = 2 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1} \\ [\text{OH}^-] &= 2 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1} \Rightarrow [\text{H}^+][\text{OH}^-] = 10^{-14} \\ \Rightarrow [\text{H}^+] &= \frac{10^{-14}}{2 \times 10^{-4}} = \frac{1}{2} \times 10^{-10} \\ \Rightarrow \frac{[\text{OH}^-]}{[\text{H}^+]} &= \frac{2 \times 10^{-4}}{\frac{1}{2} \times 10^{-10}} = 4 \times 10^6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{pH} &= -\log[\text{H}^+] = -\log \frac{1}{2} \times 10^{-10} \\ &= -(\log 5 + \log 10^{-11}) = -(0.7 - 11) = 10.3 \end{aligned}$$

(شیمی ۳ - صفحه‌های ۲۵ تا ۲۸)

۴۲- گزینه «۴»

(امیرمسین طیبی)

رسانایی الکتریکی محلول‌ها به غلظت یون‌های درون آن‌ها بستگی دارد و در نتیجه حجم محلول‌ها اهمیتی ندارد. فقط مجموع غلظت یون‌ها را در محلول‌ها بررسی می‌کنیم هر محلولی که مجموع غلظت یونی در آن بالاتر است رسانایی بیشتری دارد.
گزینه «۱»: اتانول در آب به شکل مولکولی حل شده و یون تولید نمی‌کند.
گزینه «۲»:

$$\begin{aligned} [\text{H}^+] &= M \times \alpha \times n = 0.2 \times 0.1 \times 1 = 2 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1} \\ \xrightarrow{[\text{H}^+] = [\text{F}^-]} \text{مجموع غلظت‌ها} &= 4 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1} \end{aligned}$$

گزینه «۳»:

$$\begin{aligned} \text{pH} = 12.3 &\Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-12.3} \text{ mol.L}^{-1} \\ \Rightarrow [\text{H}^+][\text{OH}^-] &= 10^{-14} \Rightarrow [\text{OH}^-] = 10^{-1.7} \text{ mol.L}^{-1} \\ \Rightarrow [\text{OH}^-] &= 10^{-1.7} = 10^{-2} \times 10^{0.3} = 2 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1} \\ \xrightarrow{[\text{Ba}^{2+}] = \frac{1}{2}[\text{OH}^-]} \text{مجموع غلظت‌ها} &= 3 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1} \end{aligned}$$

گزینه «۴»:

$$\begin{aligned} K_a &= \frac{[\text{H}^+] \times [\text{NO}_2^-]}{[\text{HNO}_2]} \xrightarrow{K_a < 10^{-3}} K_a = \frac{[\text{H}^+]}{M} \\ \Rightarrow [\text{H}^+] &= \sqrt{K_a \cdot M} = \sqrt{4 \times 10^{-4} \times 2} \\ &= \sqrt{8 \times 10^{-4}} = 3 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1} \\ \Rightarrow \text{مجموع غلظت‌ها یون‌ها} &= 6 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1} \end{aligned}$$

(شیمی ۳ - صفحه‌های ۱۶ تا ۲۰)

۴۳- گزینه «۱»

(روزبه رضوانی)

$$\begin{aligned} \text{pH} = 10 &\Rightarrow [\text{OH}^-] = M_{\text{KOH}} = 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1} \\ \text{ناخالص KOH} &= \frac{100 \text{ g KOH}}{80 \text{ g KOH}} \times \frac{56 \text{ g KOH}}{1 \text{ mol KOH}} \times \frac{10^{-4} \text{ mol KOH}}{1 \text{ L محلول}} \times 0.3 \text{ L محلول} \\ &= 2.1 \times 10^{-3} \text{ g KOH ناخالص} \end{aligned}$$

(شیمی ۳ - صفحه‌های ۲۸ تا ۳۰)

۴۴- گزینه «۱»

(روزبه رضوانی)

$$\begin{aligned} K &\approx \frac{[\text{H}^+]}{M} \text{ و } [\text{H}^+] = M \cdot \alpha : \text{می‌دانیم که در اسیدهای ضعیف} \\ \text{وقتی غلظت دو اسید برابر می‌شود:} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} K &= \frac{[\text{H}^+]^2}{M_2}, M_2 = 2M_1 \\ \xrightarrow{\quad} \frac{[\text{H}^+]^2}{M_2} &= \frac{[\text{H}^+]^2}{M_1} \Rightarrow \frac{[\text{H}^+]^2}{M_2} = \frac{M_2}{M_1} = 2 \end{aligned}$$

$$\frac{[\text{H}^+]_2}{[\text{H}^+]_1} = \sqrt{2}$$

(شیمی ۳ - صفحه‌های ۱۶ تا ۲۵)

۴۵- گزینه «۱»

(روزبه رضوانی)

$$\begin{aligned} [\text{OH}^-] &= 0.068 \text{ ppm} \\ \Rightarrow \text{غلظت مولی هیدروکسید} &= 0.068 \frac{\text{mg}}{\text{L}} \times \frac{1 \text{ g}}{1000 \text{ mg}} \times \frac{1 \text{ mol}}{17 \text{ g}} \\ &= 4 \times 10^{-6} \text{ mol.L}^{-1} \end{aligned}$$

$$[\text{H}^+][\text{OH}^-] = 10^{-14} \Rightarrow [\text{H}^+] = \frac{10^{-14}}{4 \times 10^{-6}} = 25 \times 10^{-10} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\text{pH} = -\log 25 \times 10^{-10} = 10 - \log 25 \Rightarrow 10 - 1.4 = 8.6$$

(شیمی ۳ - صفحه‌های ۱۶ تا ۲۵)

۴۶- گزینه «۴»

(پیمان فواوی میسر)

$$[H^+] = 10^{-pH} = 10^{-3/4} = 10^{-4} \times 10^{+0/6} = 4 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$$

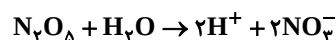
$$[A^-] = 4 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$K_a = \frac{[H^+][A^-]}{[HA]} = \frac{4 \times 10^{-4} \times 4 \times 10^{-4}}{8 \times 10^{-2}} = 2 \times 10^{-6} \text{ mol.L}^{-1}$$

(شیمی ۳ - صفحه‌های ۲۴ تا ۲۸)

۴۷- گزینه «۱»

(پیمان فواوی میسر)



$$4/32g N_2O_5 \times \frac{1 \text{ mol } N_2O_5}{108g N_2O_5} \times \frac{2 \text{ mol } H^+}{1 \text{ mol } N_2O_5} = 0.08 \text{ mol } H^+$$



$$1/792L HCl \times \frac{1 \text{ mol } HCl}{22/4L HCl} \times \frac{1 \text{ mol } H^+}{1 \text{ mol } HCl} = 0.08 \text{ mol } H^+$$

$$[H^+] = \frac{0.08 + 0.08}{2} = 0.08 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$pH = -\log[H^+] = -\log 8 \times 10^{-2} = 1/1$$

(شیمی ۳ - صفحه‌های ۲۴ تا ۲۸)

۴۸- گزینه «۲»

(محمدرضا پورجاویر)

برای هیدروفلوئوریک اسید به عنوان یک اسید ضعیف تک ظرفیتی می‌توان گفت:

$$\alpha = 2 \times 10^{-2}$$

$$[H^+] = M \times \alpha = (1/5 \times 10^{-3}) \times (2 \times 10^{-2}) = 4 \times 10^{-5} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$pH = -\log[H^+] = -\log(4 \times 10^{-5}) = -0/5 + 5 = 4/5$$

برای کلسیم هیدروکسید نیز که یک باز قوی دو ظرفیتی است، خواهیم داشت:

$$[H^+] = M \times \alpha \times n = (1 \times 10^{-3}) \times 1 \times 2 = 2 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[H^+] = \frac{10^{-14}}{2 \times 10^{-3}} = 5 \times 10^{-12} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\Rightarrow pH = -\log(5 \times 10^{-12}) = -0/7 + 12 = 11/3$$

به این ترتیب اختلاف pH این دو محلول برابر است با:

$$11/3 - 4/5 = 6/8$$

(شیمی ۳ - صفحه‌های ۲۴ تا ۲۸)

۴۹- گزینه «۱»

(محمدرضا پورجاویر)

غلظت اولیه و نهایی محلول این اسید برابر است با:

$$[HA]_{\text{اولیه}} = \frac{1 \text{ mol}}{50L} = 0/02 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[HA]_{\text{نهایی}} = \frac{3 \text{ mol}}{50L} = 0/06 \text{ mol.L}^{-1}$$

به این ترتیب ۰/۱ مولار آن به یون‌های H^+ و A^- تبدیل شده است و

می‌توان گفت:

$$K_a = \frac{[H^+][A^-]}{[HA]} = \frac{0/1 \times 0/1}{0/06} \approx 0/17 \text{ mol.L}^{-1}$$

(شیمی ۳ - صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۵۰- گزینه «۳»

(امیر ماتیان)

فقط مورد «ب» درست است.

بررسی عبارت‌ها:

الف) نادرست - در بدن انسان بالغ روزانه بین دو تا سه لیتر شیر معده تولید می‌شود که غلظت یون هیدرونیوم در آن حدود ۰/۰۳ مول بر لیتر است.

ب) درست - جوش شیرین ضداسید بوده و برای پاک کردن چربی‌ها به شوینده‌ها اضافه می‌شود.

پ) نادرست - برای باز کردن برخی لوله‌ها و مجاری مسدودشده از محلول غلیظ هیدروکلریک اسید استفاده می‌شود.

ت) نادرست - آمونیاک از جمله بازهای ضعیف است، به طوری که در محلول آن افزون بر مقدار کمی از یون‌های آب پوشیده، شمار بسیار زیادی از مولکول‌های آمونیاک نیز یافت می‌شود.

(شیمی ۳ - صفحه‌های ۲۹ تا ۳۲)



آدرس وب سایت ما

novinkonkor.com

نوین کنکور

در شبکه های اجتماعی



novinkonkor



@novinkonkor



۰۹۳۸۲۵۱۶۷۴۷

نوین کنکور مرجع کنکور و امتحان نهایی