نوین کنکور

آدرس وب سایت ما

novinkonkor.com

نوین کنکور
در شبکه های اجتماعی

novinkonkor

@novinkonkor

۰۹۳۸۲۵۱۶۷۴۷

نوین کنکور مرجع کنکور و امتحان نهایی

علوم
ریاضی
و فنی

دوازدهم ریاضی

دفترچه اختصاصی

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی

آزمون هدیهٔ ۷ دی ۱۴۰۳

آزمــون اختصاصی

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شمارهٔ سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی
۱	ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۰ دقیقه
	فیزیک	۲۰	۴۱	۶۰	۳۰ دقیقه
	شیمی	۲۰	۶۱	۸۰	۲۰ دقیقه

novinkonkor.com

دفترچهٔ سؤال

آزمون هدیهٔ «۷ دی ۱۴۰۳»
اختصاصی دوازدهم ریاضی

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

مدت پاسخ‌گویی : ۱۲۰ دقیقه

تعداد کل سؤالات: ۸۰ سؤال

نام درس	تعداد سؤال	شمارهٔ سؤال
حسابان ۲	۲۰	۱-۲۰
هندسه ۳	۱۰	۲۱-۳۰
ریاضیات گسسته	۱۰	۳۱-۴۰
فیزیک ۳	۲۰	۴۱-۶۰
شیمی ۳	۲۰	۶۱-۸۰
جمع کل	۸۰	۱-۸۰

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲	هندسه ۳	ریاضیات گسسته	فیزیک ۳	شیمی ۳
گزینشگر و شبیه‌ساز سوالات	مهرداد ملوندی محمدپارسا سبزه‌ای سیدماهد عبدی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	حسام نادری	ایمان حسین‌نژاد
گروه ویراستاری	امیرحسین ابومحبوب	امیرمحمد کریمی امیرحسین ابومحبوب مهرداد ملوندی	امیرمحمد کریمی امیرحسین ابومحبوب مهرداد ملوندی	بهنام شاهنی زهره آقامحمدی	محمدحسن محمدزاده‌مقدم محمدرضا جمشیدی
ویراستاری رتبه های برتر	سیدسپهر متولیان سیدماهد عبدی محمدپارسا سبزه‌ای	محمدپارسا سبزه‌ای	محمدپارسا سبزه‌ای	سینا صالحی ماهان فرهمندفر	ماهان فرهمندفر
مسئول درس	مهرداد ملوندی	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	حسام نادری	حسین شاهسواری
مستند سازی	سمیه اسکندری	سجاد سلیمی	سجاد سلیمی	احسان صادقی	امیرحسین توحیدی
ویراستاران مستندسازی	احسان صادقی-سجاد سلیمی-علیرضا عباسی‌زاهد			سجاد رضایی پرهام مهرآرا سیدکیان مکی	سجاد رضایی محمدصدرا وطنی ملینا ملائی

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی	
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده	
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری	مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف‌نگار	فرزانه فتح اله‌زاده	
ناظر چاپ	سوران نعیمی	

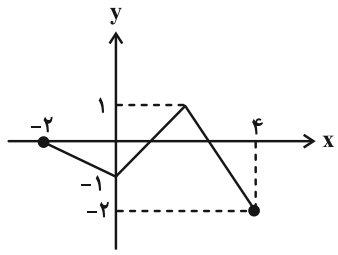
گروه آزمون
بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی «وقف عام»
دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین – پلاک ۹۲۳ – تلفن: ۶۴۶۳-۰۲۱

novinkonkor.com

ریاضیات

زمان پاسخگویی: ۷۰ دقیقه

۱- نمودار تابع $f(x)$ به صورت زیر است. اشتراک دامنه و برد تابع $g(x) = -3f(\frac{x}{2}) + 2$ شامل چند عدد صحیح نامثبت است؟



۱) ۲

۲) ۱

۳) ۸

۴) ۹

۲- نقطهٔ $A(2a , b+3)$ روی تابع $y = f(x)$، متناظر با نقطهٔ $A'(2a+3 , 2b-1)$ روی تابع $y = \frac{1}{2}f(2x+2) + 2$ می‌باشد. حاصل $a+b$ کدام است؟

۱) ۱-

۲) ۳/۵

۳) ۵/۵

۴) ۲-

۳- حداقل مقدار m به طوری که وارون تابع $f(x) = \sqrt[3]{x-8} + m$ از ناحیه دوم مختصات نگذرد، کدام است؟

۱) ۲

۲) ۲-

۳) ۸

۴) ۸-

۴- تابع $f(x) = 2^{-x}$ مفروض است. مجموعه جواب نامعادلهٔ $f((f(x))^2 + 1) \geq f(f(x)+1)$ برابر $[a , +\infty)$ می‌باشد، a برابر کدام است؟

۱) ۱-

۲) ۱

۳) ۲

۴) صفر

۵- مجموعه جواب نامعادلهٔ $\frac{1}{27} \leq (\frac{1}{3})^{1-2x} < \sqrt{3}$ کدام است؟

۱) $\mathbb{R} - (-1 , \frac{3}{4}]$

۲) $[-1 , \frac{1}{4})$

۳) $\mathbb{R} - (-1 , \frac{1}{4}]$

۴) $[-1 , \frac{3}{4})$

۶- باقی‌ماندهٔ تقسیم چندجمله‌ای $p(x) = 8x^3 + ax^2 + b$ بر $x-1$ برابر ۳ است. اگر $p(x)$ مضرب $(2x+1)$ باشد، باقی‌ماندهٔ تقسیم $p(x)$ بر $2x-3$ کدام است؟

۱) ۱۵

۲) ۱۲

۳) ۹

۴) ۶

novinkonkor.com

۷- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

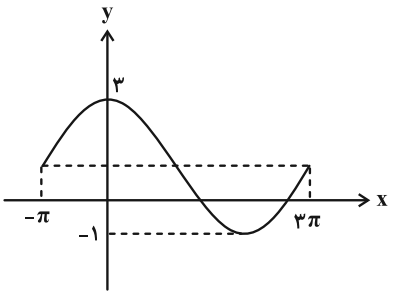
الف) اگرتابع $f+g$ در یک فاصله اکیداً یکنوا باشد، آن‌گاه توابع f و g در آن فاصله اکیداً یکنوا هستند.

ب) تابع $y=\tan x$ در مجموعهٔ $[0\,,\,2\pi]-\{\frac{\pi}{2}\,,\,\frac{3\pi}{2}\}$ اکیداً صعودی است.

پ) اگر n عدد طبیعی زوج و a عدد حقیقی باشد، آن‌گاه چندجمله‌ای x^n+a^n بر $x+a$ بخش‌پذیر است.

۱) هیچ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۸- شکل زیر، نمودار تابع $y=a\cos(bx)+c$ می‌باشد، کمترین مقدار $a+b+c$ کدام است؟



۱) ۳/۵

۲) -۱/۵

۳) ۲/۵

۴) -۰/۵

۹- معادلهٔ مثلثاتی $\cos 2x=\cos x-1$ در بازهٔ $[\frac{\pi}{4}\,,\,\pi]$ چند جواب دارد؟

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

۱۰- مجموع و تعداد جواب‌های معادلهٔ مثلثاتی $\sin(2x+\frac{\pi}{3})-\cos(x+\frac{\pi}{6})=0$، در بازهٔ $(0\,,\,2\pi]$ به ترتیب کدام‌اند؟

۱) 2π ، ۳ ۲) $\frac{13\pi}{3}$ ، ۴ ۳) $\frac{7\pi}{3}$ ، ۳ ۴) 3π ، ۴

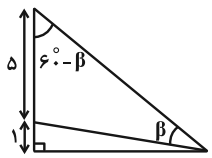
۱۱- تعداد جواب‌های معادلهٔ مثلثاتی $\tan(5x)\cot x=-1$ در بازهٔ $[0\,,\,2\pi]$ کدام است؟

۱) ۸ ۲) ۹ ۳) ۱۰ ۴) ۱۱

۱۲- معادلهٔ مثلثاتی $\frac{1}{\tan(x)+\cot(x)}=\frac{1}{4}$ در بازهٔ $[-\pi\,,\,\pi]$ چند جواب دارد؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

۱۳- در شکل زیر، مقدار $\tan\beta$ چقدر است؟



۱) $\frac{5}{\sqrt{3}}$ ۲) $7\sqrt{3}$

۳) $\frac{7}{\sqrt{3}}$ ۴) $\frac{5\sqrt{3}}{9}$

novinkonkor.com

۱۴- حاصل کدام یک از حدهای زیر درست نوشته شده است؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است.)

۱) $\lim\limits_{x\to\pi^+}\dfrac{\cos x}{\sin(2x-\pi)}=-\infty$

۲) $\lim\limits_{x\to(\frac{\pi}{2})^-}\dfrac{1-\cos^2 x}{\cot x}=0$

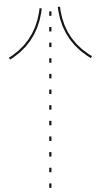
۳) $\lim\limits_{x\to(\frac{\pi}{2})^-}\dfrac{(\tan x)[x-\frac{\pi}{2}]}{1-\sin x}=+\infty$

۴) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\dfrac{[\sin x]^2-[\sin x]}{\cos x}=0$

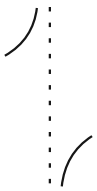
۱۵- اگر $\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{ax+a^2-3}{(2-x)^3}=+\infty$ باشد، چند مقدار صحیح برای a وجود دارد؟

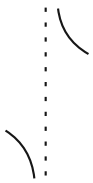
۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

۱۶- کدام گزینه وضعیت نمودار تابع $f(x)=\dfrac{2[x]-3}{2-x}$ را در نزدیکی مجانب قائم آن نشان می‌دهد؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است.)

۱) 

۲)

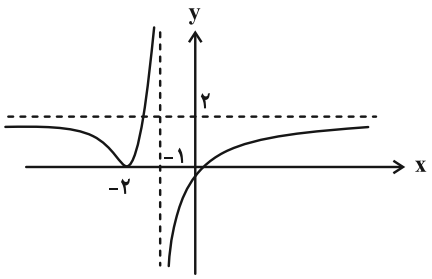
۳) 

۴) 

۱۷- به ازای چند مقدار a، تابع $f(x)=\dfrac{x^2-3x+2}{(a-1)x^2-2x+(2a-3)}$ فقط یک مجانب قائم دارد؟

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۳

۱۸- با توجه به نمودار تابع f، حاصل $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)]-\lim\limits_{x\to(-1)^-}(fof)(x)$ کدام است؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است.)



۱) ۲-

۲) ۱-

۳) صفر

۴) ۱

۱۹- حاصل حد $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x|x|}{-x|2x^2+x|+2x^3}$ کدام است؟

۱) $-\infty$ ۲) $+\infty$ ۳) ۲ ۴) ۲-

۲۰- مساحت ناحیه‌ای که بین مجانب‌های تابع $y=\dfrac{x+3}{3|x|-3}$ محصور می‌شود کدام است؟

۱) $\frac{2}{3}$ ۲) $\frac{3}{2}$ ۳) $\frac{4}{3}$ ۴) $\frac{3}{4}$

novinkonkor.com

۲۱- می‌دانیم $A=\begin{bmatrix}1 & m\\ n & 2\end{bmatrix}$ ، $B=\begin{bmatrix}2-m & -1\\ -2 & 1+n\end{bmatrix}$ و ماتریس $C=2A+3B$ قطری است. دترمینان ماتریس C کدام است؟

۱) ۴۲ ۲) ۴۹ ۳) ۵۶ ۴) ۶۴

۲۲- دو ماتریس $A=\begin{bmatrix}2 & m-1\\ -1 & m\end{bmatrix}$ و $B=\begin{bmatrix}m+1 & 4\\ -4 & 3\end{bmatrix}$ در رابطهٔ $(A-B)^2=A^2-2AB+B^2$ صدق می‌کنند. مقدار m کدام است؟

۱) ۲ ۲) -۲ ۳) ۱ ۴) -۱

۲۳- اگر $2A=\begin{bmatrix}|A| & -1\\ 1 & 4|A|\end{bmatrix}$ باشد، مقدار $|A^{-1}|$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) -۲ ۳) ۰/۵ ۴) -۰/۵

۲۴- در تساوی ماتریسی $\begin{bmatrix}5 & 2\\ 7 & 3\end{bmatrix}A=\begin{bmatrix}-1 & 2\\ 2 & 1\end{bmatrix}$ ، مجموع درایه‌های ماتریس A کدام است؟

۱) -۷ ۲) ۷ ۳) -۵ ۴) ۵

۲۵- اگر دستگاه معادلات $\begin{cases}-4x+(m-3)y=m+1\\ 2x-\dfrac{m-3}{2}y=-m\end{cases}$ بی‌شمار جواب داشته باشد، آن‌گاه جواب دستگاه زیر کدام است؟

$$\begin{cases}2x+3y=m\\ 3x+y=-2m\end{cases}$$

۱) $-x=y=1$ ۲) $x=y=1$ ۳) $x=-y=1$ ۴) $x=y=-1$

۲۶- به ازای کدام مقدار حقیقی x، فقط یک ماتریس به صورت $A=\begin{bmatrix}|A| & 0 & 1\\ 1 & |A| & 2\\ 0 & -1 & x\end{bmatrix}$ وجود دارد؟

۱) ۱/۲۵ ۲) -۰/۲۵ ۳) ۰/۷۵ ۴) -۰/۵

۲۷- در یک صفحه، نقطهٔ A و خط d مفروض‌اند. اگر سه نقطه در صفحه موجود باشد که از نقطهٔ A به فاصلهٔ ۴ واحد و از خط d به فاصلهٔ ۳ واحد باشد، آن‌گاه چند نقطه در صفحه وجود دارد که از نقطهٔ A به فاصلهٔ ۳ واحد و از خط d به فاصلهٔ ۴ واحد باشد؟

۱) هیچ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۲۸- خطوط $x+y=1$ و $x-y=3$ شامل قطرهایی از یک دایره هستند که این دایره روی خط به معادلهٔ $x+y=2$ وتری به طول $2\sqrt{2}$ ایجاد می‌کند. طول وتری که دایره روی محور xها به وجود می‌آورد، کدام است؟

۱) $\sqrt{6}$ ۲) $2\sqrt{2}$ ۳) ۲ ۴) $\sqrt{3}$

۲۹- معادلهٔ دایره‌ای به مرکز $(-1,2)$ که با دایره به معادلهٔ $(x-1)^2+y^2=2$ مماس داخل می‌باشد، کدام می‌تواند باشد؟

۱) $x^2+y^2-4x+2y=11$ ۲) $x^2+y^2+2x-4y=15$

۳) $x^2+y^2-4x+2y=7$ ۴) $x^2+y^2+2x-4y=13$

۳۰- دو دایره به معادلات $(x-1)^2+(y+2)^2=4$ و $x^2+y^2+6x-2y+m=0$ ، متخارج هستند. چند مقدار صحیح برای m وجود دارد؟

۱) ۸ ۲) ۹ ۳) ۱۰ ۴) ۱۱

novinkonkor.com

۳۱- در اثبات نامساوی $2x^2 - 4xy + 4y^2 \geq 4x - 4$ به روش بازگشتی (گزاره‌های هم‌ارز)، گزارهٔ همواره برقرار (نهایی) کدام است؟ $(x , y \in \mathbb{R})$

۱) $(x-y)^2 + (x+2)^2 \geq 0$
۲) $(x-2y)^2 + (x-2)^2 \geq 0$
۳) $(x+y)^2 + (x+2)^2 \geq 0$
۴) $(x+2y)^2 + (x-2)^2 \geq 0$

۳۲- مجموع دو عدد صحیح a و b، عددی زوج است. باقی‌ماندهٔ تقسیم $a^2 + b^2 - 5$ بر ۸ کدام نمی‌تواند باشد؟

۱) ۷
۲) ۵
۳) ۳
۴) ۱

۳۳- باقی‌ماندهٔ تقسیم عدد a بر دو عدد ۴ و ۵ به ترتیب ۲ و ۳ شده است. باقی‌ماندهٔ تقسیم عدد a بر ۲۰ چقدر است؟

۱) ۱۸
۲) ۱۴
۳) ۱۳
۴) ۱۰

۳۴- چند مورد از موارد زیر نادرست هستند؟

الف) اگر $m \in \mathbb{Z} - \{0\}$ آن‌گاه $[m^5 , (m^3 , m^2)] = m^5$.

ب) تفاضل هر دو عدد دلخواه از مجموعهٔ $A = \{4k + 3 \mid k \in \mathbb{Z}\}$، مضرب ۴ است.

پ) با اضافه کردن یک واحد به حاصل‌ضرب دو عدد زوج متوالی، حاصل، مربع کامل است.

ت) حاصل‌ضرب هر عدد گویا در عدد گنگ، همواره عددی گنگ است.

۱) ۳
۲) ۲
۳) ۱
۴) همگی درست‌اند.

۳۵- باقی‌ماندهٔ تقسیم عدد $1! + 2! + 3! + ... + 200!$ بر عدد ۱۵ کدام است؟

۱) ۳
۲) ۵
۳) ۷
۴) ۹

۳۶- اگر در یک سال، اول مهر شنبه باشد، در این صورت ۱۲ بهمن در همان سال چه روزی از هفته است؟

۱) دوشنبه
۲) سه‌شنبه
۳) چهارشنبه
۴) پنج‌شنبه

۳۷- در معادلهٔ سیالهٔ $15x + 19y = 7$، مجموع ارقام بزرگ‌ترین عدد طبیعی دو رقمی x، چقدر است؟ $(y \in \mathbb{Z})$

۱) ۱۵
۲) ۱۶
۳) ۱۷
۴) ۱۸

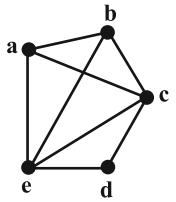
۳۸- گراف G، یک گراف کامل با ۲۸ یال است. حاصل $2\Delta(G) - 3\delta(G) + p(G)$ کدام است؟

۱) صفر
۲) ۱
۳) ۱-
۴) ۲-

۳۹- مکمل گراف P_5، چند دور دارد؟

۱) ۳
۲) ۲
۳) ۱
۴) هیچ

۴۰- در گراف زیر، چند مسیر از رأس a به رأس c وجود دارد؟



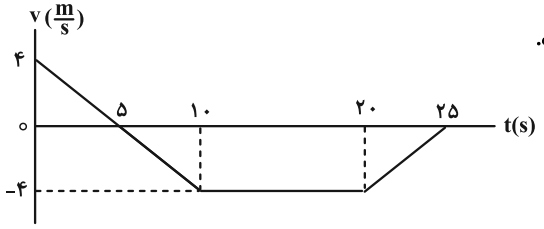
۱) ۷
۲) ۶
۳) ۵
۴) ۴

novinkonkor.com

فیزیک

زمان پاسخگویی: ۳۰ دقیقه

۴۱- نمودار سرعت- زمان متحرکی که در امتداد محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. کدام موارد زیر درست است؟



الف) متحرک در بازهٔ زمانی ۱۰s تا ۲۰s در جهت محور x حرکت کرده است.

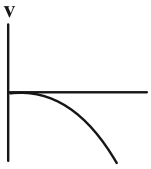
ب) در لحظهٔ t = ۵s جهت حرکت متحرک تغییر کرده است.

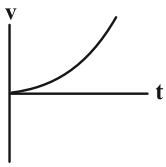
پ) در بازهٔ زمانی ۲۰s تا ۲۵s حرکت جسم کندشونده است.

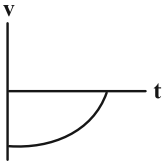
ت) جابه‌جایی متحرک در بازهٔ زمانی صفر تا ۱۰s برابر ۲۰ متر است.

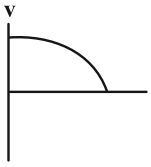
۱) الف و ب ۲) ب و پ ۳) الف، پ و ت ۴) پ و ت

۴۲- جسمی در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند. شتاب جسم در حال افزایش و تندی آن در حال کاهش است. نمودار سرعت- زمان این جسم مطابق کدام گزینه می‌تواند باشد؟

۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

۴۳- معادلهٔ مکان- زمان جسمی در دستگاه SI به صورت $x = ۲t^۲ + ۶t - ۱۸$ است. به ترتیب از راست به چپ، شتاب متحرک و سرعت اولیهٔ آن در SI چقدر است؟

۱) ۲ و ۶ ۲) ۴ و ۶ ۳) ۲ و ۱۸- ۴) ۴ و ۱۸-

۴۴- یک خودروی پلیس در کنار جاده‌ای مستقیم ایستاده است. موتورسواری با سرعت ثابت $۱۰۸\frac{km}{h}$ از کنار آن می‌گذرد. در همین لحظه، خودروی پلیس با شتاب ثابت $۴\frac{m}{s^۲}$ در همان جهت شروع به حرکت می‌کند. پس از چند ثانیه پلیس به موتورسوار می‌رسد؟

۱) ۱۵ ۲) ۲۰ ۳) ۳۰ ۴) ۷/۵

۴۵- اتومبیلی با سرعت $۱۰۸\frac{km}{h}$ در جاده‌ای مستقیم در حال حرکت است. راننده مانعی ساکن را در فاصلهٔ ۱۲۰ متری از خود می‌بیند و ترمز می‌گیرد. سرعت اتومبیل با شتاب ثابتی به بزرگی چند متر بر مجذور ثانیه کاهش یابد تا در فاصلهٔ ۲۰m از مانع متوقف شود؟ (از زمان واکنش راننده چشم‌پوشی کنید.)

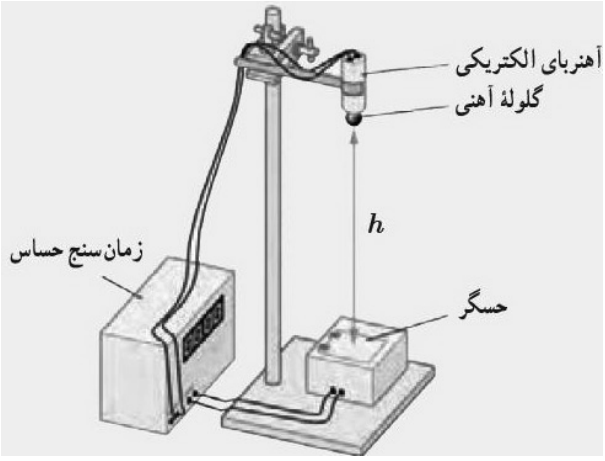
۱) ۹ ۲) ۴/۵ ۳) ۱۸ ۴) ۳/۷۵

محل انجام محاسبات

novinkonkor.com

۴۶- با استفاده از دستگاه شکل زیر، شتاب گرانش زمین را در محلی $۹/۸\frac{m}{s^۲}$ اندازه گرفته‌ایم. اگر ارتفاع گلوله از نقطهٔ رها شدن تا صفحهٔ حسگر $۰/۱۹۶m$ باشد، حساب کنید زمان‌سنج در لحظهٔ برخورد گلوله با صفحه، چه عددی را برحسب ثانیه نشان می‌دهد؟

(در لحظهٔ رها شدن گلوله، زمان‌سنج عدد صفر را نشان می‌دهد و از مقاومت هوا صرف‌نظر کنید.)



۱) ۰/۴

۲) ۰/۲

۳) ۰/۱

۴) ۰/۸

۴۷- سنگی از لبهٔ بام ساختمانی بدون سرعت اولیه و در شرایط خلأ رها می‌شود و پس از ۸ ثانیه به زمین برخورد می‌کند. سنگ در ۲ ثانیهٔ آخر حرکت به اندازهٔ چند متر جابه جا می‌شود؟ $(g = ۱۰\frac{m}{s^۲})$

۱) ۱۸۰ ۲) ۳۲۰ ۳) ۱۶۰ ۴) ۱۴۰

۴۸- چند مورد از عبارت‌های زیر نادرست است؟

الف) نیروهای کنش و واکنش همواره به دو جسم وارد می‌شوند و هم‌نوع‌اند.

ب) وزن یک جسم برخلاف جرم آن به مکان آن جسم بستگی ندارد.

پ) نیروی عمودی سطح، ناشی از تغییر شکل سطح تماس دو جسم است.

ت) ضریب اصطکاک ایستایی به عامل‌هایی مانند جنس سطح تماس دو جسم، میزان صافی و زبری آن‌ها بستگی ندارد.

ث) مکعب دورهٔ گردش ماهواره به دور زمین، متناسب با مربع فاصلهٔ ماهواره از مرکز زمین است.

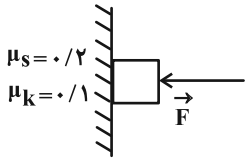
۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

novinkonkor.com

۴۹- شخصی به جرم ۵۰kg درون آسانسوری ساکن روی یک ترازوی فنری ایستاده است. وقتی آسانسور شتاب رو به پایین $۲\frac{m}{s^۲}$ دارد، ترازو چه عددی را برحسب نیوتون نشان می‌دهد؟ $(g=۱۰\frac{m}{s^۲})$

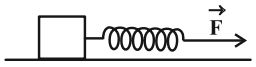
۱) ۵۰۰
۲) ۶۰۰
۳) ۱۰۰
۴) ۴۰۰

۵۰- در شکل زیر، جسم ۴ کیلوگرمی با تندی ثابت رو به پایین در حرکت است. اندازهٔ نیروی $\vec{F}$ چند نیوتون است؟ $(g=۱۰\frac{m}{s^۲})$



۱) ۲۰۰
۲) ۴۰۰
۳) ۲۰
۴) ۴۰

۵۱- مطابق شکل زیر، جسمی به جرم ۰/۶kg توسط فنری که ثابت آن $۸۰\frac{N}{m}$ است، با سرعت ثابت روی سطح افقی کشیده می‌شود. اگر در این حالت تغییر طول فنر ۱۰cm باشد، نیرویی که سطح به جسم وارد می‌کند چند نیوتون است؟ $(g=۱۰\frac{m}{s})$

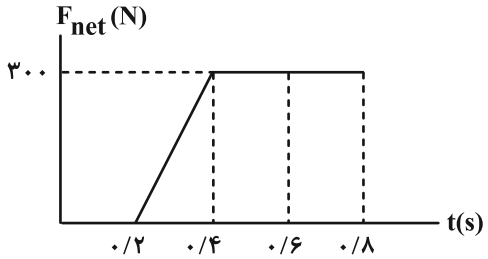


۱) ۸
۲) ۱۴
۳) ۶
۴) ۱۰

۵۲- گلوله‌ای به جرم ۲۰g با تکانهٔ $۰/۰۸\frac{kg.m}{s}$ در حال حرکت است. انرژی جنبشی گلوله چند ژول است؟

۱) ۱/۶
۲) ۱۶
۳) ۰/۱۶
۴) ۰/۰۱۶

۵۳- شکل زیر نمودار نیروی خالص وارد بر یک جسم برحسب زمان را نشان می‌دهد. نیروی متوسط وارد بر جسم در بازهٔ زمانی ۰/۲s تا ۰/۸s چند نیوتون است؟



۱) ۱۵۰
۲) ۵۰۰
۳) ۲۵۰
۴) ۲۰۰

novinkonkor.com

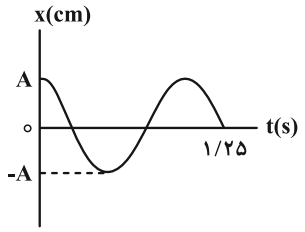
۵۴- خودرویی در یک میدان دایره‌ای شکل به شعاع ۱۶۰m با تندی ثابت $۷۲\frac{km}{h}$ در حال دور زدن است. شتاب مرکزگرای خودرو چند متربرمجذور ثانیه است؟

۱) ۱/۲۵ ۲) ۲/۵ ۳) ۵ ۴) ۲

۵۵- ارتفاع یک ماهواره از سطح زمین، ۵ برابر شعاع زمین است. وزن آن در این ارتفاع چند برابر وزنش در سطح زمین است؟

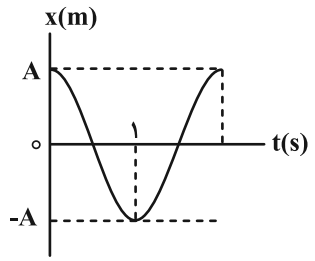
۱) $\frac{۱}{۶}$ ۲) ۶ ۳) $\frac{۱}{۳۶}$ ۴) ۳۶

۵۶- نمودار مکان- زمان حرکت هماهنگ سادهٔ یک نوسانگر به شکل زیر است. بسامد زاویه‌ای این نوسانگر چند رادیان بر ثانیه است؟



۱) π
۲) ۲π
۳) ۳π
۴) ۴π

۵۷- نمودار مکان- زمان یک آونگ ساده مطابق شکل زیر است. به ترتیب از راست به چپ، طول این آونگ برحسب متر و تعداد نوسان‌های این آونگ در مدت یک دقیقه چقدر است؟ ($g = ۱۰\frac{m}{s^۲}$ و $\pi^۲ = ۱۰$)



۱) ۱ و ۶۰
۲) ۲ و ۳۰
۳) ۱ و ۳۰
۴) ۲ و ۶۰

۵۸- معادلهٔ حرکت هماهنگ سادهٔ یک نوسانگر در SI، به صورت $x = ۰/۰۵\cos ۸\pi t$ است. اگر جرم نوسانگر ۱۰۰g باشد، انرژی مکانیکی نوسانگر چند ژول است؟ ($\pi^۲ = ۱۰$)

۱) ۰/۸ ۲) ۰/۰۸ ۳) ۰/۴ ۴) ۰/۰۴

۵۹- معادلهٔ حرکت هماهنگ سادهٔ یک نوسانگر در SI، به صورت $x = ۰/۰۴\cos\frac{\pi}{۴}t$ است. در چه زمانی برحسب ثانیه پس از لحظهٔ صفر، برای سومین بار انرژی جنبشی نوسانگر به بیشترین مقدار خود می‌رسد؟

۱) ۲ ۲) ۶ ۳) ۱۰ ۴) ۱۴

۶۰- به ترتیب از راست به چپ، با کاهش جرم نوسانگر در سامانهٔ جرم- فنر (با فنر یکسان) دورهٔ تناوب نوسان‌ها چه تغییری می‌کند و پدیده‌ای که در آن بسامد طبیعی نوسانگر با بسامد نوسان‌های واداشتهٔ آن یکسان است چه نام دارد؟

۱) افزایش- تداخل ۲) کاهش- تداخل ۳) افزایش- تشدید ۴) کاهش- تشدید

novinkonkor.com

شیمی

زمان پاسخگویی: ۲۰ دقیقه

۶۱- کدام گزینه نادرست است؟

۱) گل ادریسی در خاکی با $pH = ۴/۷$، به رنگ آبی است.

۲) در میان فلزها، کمترین E° کاهشی را لیتیم دارد.

۳) مخلوط اوره در هگزان، همگن است.

۴) محلول یک باز ضعیف را می‌توان به وسیلهٔ سرکه خنثی کرد.

۶۲- ثابت یونش برای محلول‌های آمونیاک ($NH_۳$) و متیل آمین ($CH_۳NH_۲$) با غلظت‌های یکسان در دمای اتاق به ترتیب برابر با $۱/۸\times۱۰^{-۵}$ و $۴/۴\times۱۰^{-۴}$ مول بر لیتر است. پاسخ صحیح پرسش‌های زیر در کدام گزینه به درستی آمده است؟

الف) کدام یک باز ضعیف‌تری است؟

ب) با قرار دادن جداگانهٔ مدار الکتریکی در دو محلول، روشنایی لامپ در کدام بیشتر است؟

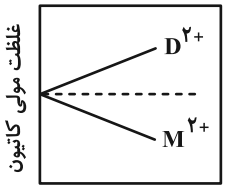
پ) با افزودن آب خالص به محلول متیل آمین، pH محلول چه تغییری می‌کند؟

۱) آمونیاک – متیل آمین – افزایش
۲) متیل آمین – آمونیاک – کاهش
۳) متیل آمین – آمونیاک – افزایش
۴) آمونیاک – متیل آمین – کاهش

۶۳- قدر مطلق پتانسیل کاهشی استاندارد دو فلز M و D داده شده است. هنگامی که هر نیم سلول با نیم سلول استاندارد هیدروژن (SHE)، به طور جداگانه سلول گالوانی تشکیل دهد، تغییر غلظت یون‌های $M^{۲+}(aq)$ و $D^{۲+}(aq)$ در هر سلول مطابق نمودار روبرو خواهد بود. با توجه به اطلاعات داده شده، عبارت کدام گزینه نادرست است؟

$M^{۲+}(aq)+۲e^- \rightarrow M(s)$; $|E^\circ|=۰/۳۴V$

$D^{۲+}(aq)+۲e^- \rightarrow D(s)$; $|E^\circ|=۱/۱۸V$



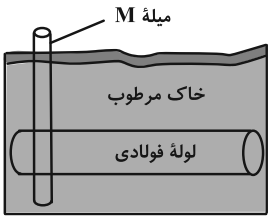
۱) فلز M نقش کاتد دارد.

۲) نیم‌واکنش انجام شده در آند به صورت $D(s) \rightarrow D^{۲+}(aq)+۲e$ است.

۳) نیروی الکتروموتوری (emf) سلول برابر با $۱/۵۲V$ است.

۴) جهت حرکت الکترون‌ها در مدار بیرونی از سمت الکترود M به سمت الکترود D است.

۶۴- جهت حفاظت از لوله‌های آهنی انتقال نفت از خوردگی در فاصله‌های معین، از برخی فلزها استفاده می‌شود. با توجه به جدول پتانسیل کاهشی استاندارد، در موقعیت M، چند مورد از فلزهای داده شده در جدول زیر را می‌توان استفاده کرد؟



نیم‌واکنش کاهش	$E^\circ(V)$
$Fe^{۲+}(aq)+۲e^- \rightarrow Fe(s)$	$-۰/۴۴$
$Sn^{۲+}(aq)+۲e^- \rightarrow Sn(s)$	$-۰/۱۴$
$Mg^{۲+}(aq)+۲e^- \rightarrow Mg(s)$	$-۲/۳۷$
$Cu^{۲+}(aq)+۲e^- \rightarrow Cu(s)$	$+۰/۳۴$
$Al^{۳+}(aq)+۳e^- \rightarrow Al(s)$	$-۱/۶۶$

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

محل انجام محاسبات

novinkonkor.com

۶۵- کدام گزینه نادرست است؟

۱) مولکول‌های روغن زیتون به دلیل برقراری جاذبهٔ وان‌درواسی با مولکول‌های هگزان، به خوبی در هگزان حل می‌شود.

۲) اغلب نافلزها در واکنش با فلزها، نقش اکسنده دارند.

۳) در آند سلول برقکافت لیتیم برمید مذاب، برم تولید می‌شود.

۴) برقکافت آب خالص نسبت به برقکافت محلول رقیق نمک خوراکی بهتر انجام می‌شود.

۶۶- برای باز کردن لوله‌های مسدود شده با چربی از محلول غلیظ سدیم هیدروکسید، مطابق واکنش زیر استفاده می‌شود. اگر در دمای اتاق ۰/۵ مول پاک‌کننده صابونی در انتهای واکنش تولید شود، pH محلول سدیم هیدروکسید کدام است؟ ($\log ۲ \simeq ۰/۳$) (حجم محلول را ۲ لیتر در نظر بگیرید.)

$$RCOOH(s) + NaOH(aq) \rightarrow RCOONa(aq) + H_۲O(l)$$

۱) ۱۳/۴ ۲) ۱۳/۶ ۳) ۱۲/۴ ۴) ۱۲/۶

۶۷- در نوعی سلول سوختی از متانول برای تولید انرژی الکتریکی استفاده می‌شود. اگر نیم‌واکنش‌های انجام شده در این سلول سوختی به صورت زیر باشد، کدام گزینه نادرست است؟

$$CO_۲(g) + ..(a)..H^+(aq) + ۶e^- \rightarrow CH_۳OH(aq) + H_۲O(l) \qquad E^\circ = -۰/۰۲V$$

$$O_۲(g) + ۴H^+(aq) + ۴e^- \rightarrow ..(b)..H_۲O(l) \qquad E^\circ = +۱/۲۳V$$

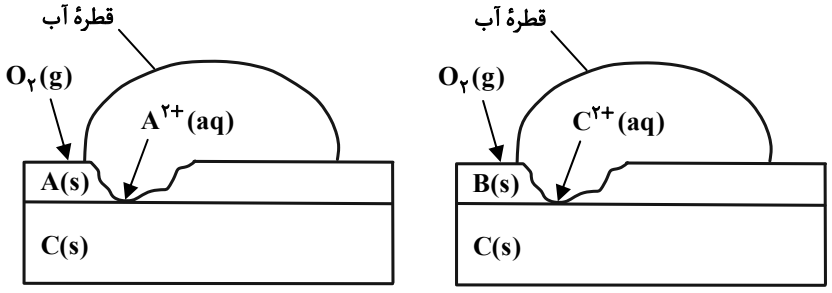
۱) مجموع ضرایب استوکیومتری a و b در معادلهٔ موازنه شدهٔ واکنش کلی سلول برابر با ۸ است.

۲) عدد اکسایش کربن در متانول برابر با ۲- است.

۳) در واکنش کلی سلول به ازای هر مول کربن دی‌اکسید تولید شده، ۶ مول الکترون مبادله می‌شود.

۴) emf سلول برابر با ۱/۲۵ ولت است.

۶۸- با توجه به شکل‌های زیر، اگر در دمای $۲۵^\circ C$ محلولی از نمک B را در ظرفی از جنس فلز A قرار دهیم، با گذشت زمان، دمای محلول (برحسب درجهٔ سلسیوس)، کدام یک از اعداد (۲۸ – ۲۵ – ۲۲) می‌تواند باشد و نیم‌واکنش کاهش انجام شده در شکل (۱) کدام است؟



شکل (۲) شکل (۱)

۱) ۲۲ - $O_۲(g) + ۲H_۲O(l) + ۴e^- \rightarrow ۴OH^-$

۲) ۲۸ - $O_۲(g) + ۲H_۲O(l) + ۴e^- \rightarrow ۴OH^-$

۳) ۲۵ - $۲H_۲O(l) + ۲e^- \rightarrow ۲OH^- + H_۲$

۴) ۲۸ - $۲H_۲O(l) + ۲e^- \rightarrow ۲OH^- + H_۲$

novinkonkor.com

۶۹- چند مورد از عبارت‌های زیر درست هستند؟

الف) سلول‌های سوختی کارایی بیشتری نسبت به باتری‌ها دارند و ردپای کربن دی‌اکسید را کاهش می‌دهند.

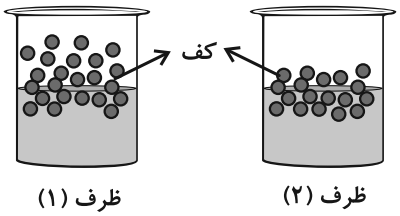
ب) اکسیدهای نافلزی محلول در آب، غلظت یون هیدرونیوم را در آب می‌توانند افزایش می‌دهند.

پ) عدد اکسایش اتم کلر در یون ClO_3^- برابر با ۵+ است.

ت) ثابت یونش محلول ۱ مولار اسید ضعیف (HX) در دمای معین، ده برابر ثابت یونش همان اسید با غلظت ۰/۱ مولار است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۷۰- مقدار یکسانی صابون جامد را در ظرف (۱ و ۲) که دارای نمونه‌هایی از آب مقطر و آب دریا است می‌ریزیم، تا محلول آب و صابون مطابق شکل زیر تهیه شود. چند مورد از عبارت‌های زیر درست هستند؟



الف) ظرف (۱) دارای آب مقطر و ظرف (۲) دارای آب دریا است.

ب) پس از شستن لباس با محلول ظرف (۲) بر روی لباس‌ها لکه‌های سفید بر جای می‌ماند.

پ) پاک‌کننده‌های غیرصابونی در هر دو ظرف خاصیت پاک‌کنندگی خود را حفظ می‌کنند.

ت) رسانایی الکتریکی محلول ظرف (۲) بیشتر از محلول ظرف (۱) است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۷۱- با توجه به جدول داده شده، عبارت کدام گزینه نادرست است؟

نیم‌واکنش کاهش	$E^\circ(V)$
$Au^{3+}(aq)+3e^- \rightarrow Au(s)$	+۱/۵۰
$O_2(g)+4H^+(aq)+4e^- \rightarrow 2H_2O(l)$	+۱/۲۳
$Ag^+(aq)+e^- \rightarrow Ag(s)$	+۰/۸۰
$Cr^{3+}(aq)+3e^- \rightarrow Cr(s)$	−۰/۷۳

۱) فلز طلا در محیط اسیدی با اکسیژن واکنش نمی‌دهد.

۲) سلول گالوانی ساخته شده از دو فلز طلا و کروم بیشترین مقدار ولتاژ را تولید می‌کنند.

۳) محلول کروم(III) کلرید را می‌توان در ظرفی از جنس فلز نقره نگه داری کرد.

۴) از فلز نقره می‌توان برای حفاظت کاتدی از فلز کروم استفاده کرد.

۷۲- اختلاف پتانسیل سلول گالوانی (روی – فلز X) برابر ۱/۱ ولت، در حالی که اختلاف پتانسیل سلول گالوانی (نیکل – فلز X) ۰/۵۹ ولت است. اختلاف پتانسیل سلول (روی – نیکل) بر حسب ولت کدام است؟

۱) ۰/۵۱ ۲) ۱/۶۹ ۳) ۰/۰۸ ۴) ۰/۴۱

۷۳- همهٔ عبارت‌های زیر درست هستند، به جز ...

۱) مخلوط آب، روغن و صابون از نوع سوسپانسیون است.

۲) در شیشه‌پاک‌کن، از محلول آمونیاک استفاده می‌شود.

۳) در فرایند هال برای تهیهٔ آلومینیم، گاز کربن دی‌اکسید در الکترود آند آزاد می‌شود.

۴) برای افزایش قدرت پاک‌کنندگی شوینده‌ها، از نمک‌های فسفات استفاده می‌شود.

۷۴- در دمای معین، ۲ لیتر محلول نیترو اسید (HNO_2)، دارای ۰/۰۳ مول یون نیتریت (NO_2^-) است. غلظت تعادلی نیترو اسید کدام است؟ ($K_a = 4/5\times10^{-4}$)

۱) ۰/۲۵ ۲) ۰/۵ ۳) ۱ ۴) ۱/۵

novinkonkor.com

۷۵- در فرایند خوردگی آهن سفید، با فرض تشکیل یک سلول گالوانی در محلول خوردگی، emf سلول تشکیل شده چند ولت است؟

$O_2(g)+2H_2O(l)+4e^- \rightarrow 4OH^-(aq) \qquad E^\circ = +0/4\,V$

$Zn^{2+}(aq)+2e^- \rightarrow Zn(s) \qquad E^\circ = -0/76\,V$

$Fe^{2+}(aq)+2e^- \rightarrow Fe(s) \qquad E^\circ = -0/44\,V$

۱) ۰/۸۴ ۲) ۱/۲ ۳) ۱/۱۶ ۴) ۰/۳۶

۷۶- اگر درصد یونش محلول 10^{-n} مول بر لیتر از اسید HA، در دمای اتاق برابر یک و $pH = 4$ باشد، مقدار n و نسبت غلظت یون هیدرونیوم به یون هیدروکسید در این محلول کدام است؟

۱) $2 - 10^4$ ۲) $4 - 10^4$ ۳) $2 - 10^6$ ۴) $4 - 10^6$

۷۷- کدام گزینه درست است؟

۱) نیروی بین مولکولی غالب در چربی‌ها از نوع واندروالس است.

۲) در آبکاری یک بند ساعت با طلا، فلز طلا به قطب منفی متصل می‌شود.

۳) به موادی که انحلال آنها در آب به شکل مولکولی است، الکترولیت گفته می‌شود.

۴) هر سلول گالوانی ولتاژ معینی دارد که با تغییر هر یک از اجزای سلول، ولتاژ ثابت می‌ماند.

۷۸- مخلوط یک حلال آلی (S) و یک حلال آبی (A) ناپایدار است. اما اگر مادهٔ (C) را به این مخلوط اضافه کنیم و آن را هم بزنیم، یک مخلوط ناهمگن پایدار ایجاد می‌شود. در این حالت، کدام موارد از عبارت‌های زیر درست هستند؟

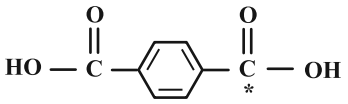
الف) مادهٔ C می‌تواند نمک اسید چرب باشد.

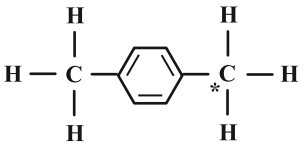
ب) مخلوط دو مادهٔ S و A می‌تواند یک کلوئید باشد.

پ) مادهٔ C می‌تواند هم در حلال S و هم در حلال A حل شود.

۱) (الف) و (ب) ۲) (الف) و (پ) ۳) (ب) و (پ) ۴) (الف)، (ب) و (پ)

۷۹- در ساختارهای زیر عدد اکسایش کربن‌های ستاره‌دار در مولکول‌های (a) و (b) در کدام گزینه به درستی آمده است؟

(a) 

(b) 

۱) ۳+ و ۳-

۲) ۰ و ۳-

۳) ۳+ و ۱-

۴) ۰ و ۱-

۸۰- نیم لیتر محلولی از باریم هیدروکسید با غلظت ۰/۰۱ مول بر لیتر در دمای اتاق موجود است. اگر حجم محلول را با افزودن آب خالص به دو لیتر برسانیم، pH نهایی کدام است؟ ($\log 2 \simeq 0/3$)

۱) ۱۲ ۲) ۱۱/۳ ۳) ۱۱/۷ ۴) ۱۲/۳

novinkonkor.com

دفترچهٔ پاسخ

آزمون هدیهٔ ۷ دی ۱۴۰۳

اختصاصی دوازدهم ریاضی

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲	هندسه ۳	ریاضیات گسسته	فیزیک ۳	شیمی ۳
گزینشگر و شبیه‌ساز سوالات	مهرداد ملوندی محمدپارسا سبزه‌ای سیدماهد عبدی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	حسام نادری	ایمان حسین‌نژاد
گروه ویراستاری	امیرحسین ابومحبوب	امیرمحمد کریمی امیرحسین ابومحبوب مهرداد ملوندی	امیرمحمد کریمی امیرحسین ابومحبوب مهرداد ملوندی	بهنام شاهنی زهره آقامحمدی	محمدحسن محمدزاده‌مقدم محمدرضا جمشیدی
ویراستاری رتبه های برتر	سیدسپهر متولیان سیدماهد عبدی محمدپارسا سبزه‌ای	محمدپارسا سبزه‌ای	محمدپارسا سبزه‌ای	سینا صالحی ماهان فرهمندفر	ماهان فرهمندفر
مسئول درس	مهرداد ملوندی	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	حسام نادری	حسین شاهسواری
مستند سازی	سمیه اسکندری	سجاد سلیمی	سجاد سلیمی	احسان صادقی	امیرحسین توحیدی
ویراستاران مستندسازی	احسان صادقی-سجاد سلیمی-علیرضا عباسی‌زاهد			سجاد رضایی پرهام مهرآرا سیدکیان مکی	سجاد رضایی محمدصدرا وطنی ملینا ملائی

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی	
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده	
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری	مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف‌نگار	فرزانه فتح اله‌زاده	
ناظر چاپ	سوران نعیمی	

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین – پلاک ۹۲۳ – کانون فرهنگی آموزش – تلفن: ۶۴۶۳-۰۲۱

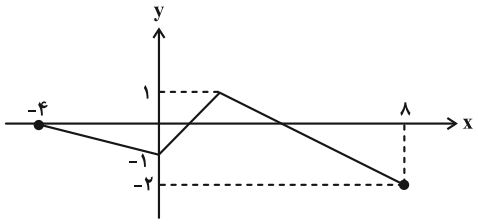
novinkonkor.com

ریاضیات

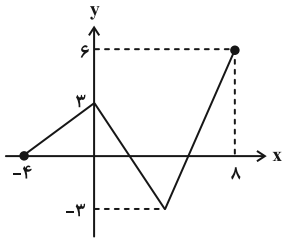
۱- **گزینهٔ «۱»** *(مشابه نهایی- دی ۱۴۰۲)*

نمودار تابع g را رسم می‌کنیم:

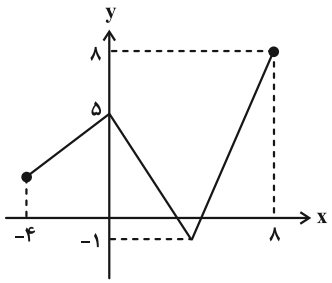
$$1)\ y=f(\frac{x}{2})$$



$$2)\ y=-3f(\frac{x}{2})$$



$$3)\ -3f(\frac{x}{2})+2$$



با توجه به نمودار، دامنهٔ تابع g را تعیین می‌کنیم:

$$\begin{cases} D_g=[-4\ ,\ 8] \\ R_g=[-1\ ,\ 8] \end{cases}$$

اشتراک دامنه و برد تابع g برابر با بازهٔ $[-1\ ,\ 8]$ می‌باشد که تنها شامل دو عدد نامثبت $\{-1\ ,\ 0\}$ است.

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۲ تا ۱۲)

۲- **گزینهٔ «۱»** *(مشابه نهایی- دی ۱۴۰۱)*

برای رسیدن از نقطهٔ A به نقطهٔ A' مراحل زیر را می‌پیماییم:

۱) دو واحد انتقال به چپ: $(2a-2\ ,\ b+3)$

۲) طول‌ها تقسیم بر ۲: $(a-1\ ,\ b+3)$

۳) عرض‌ها، $\frac{1}{2}$ برابر: $(a-1\ ,\ \frac{b+3}{2})$

۴) دو واحد انتقال به بالا: $(a-1\ ,\ \frac{b+7}{2})$

مختصات نقطهٔ به دست آمده را برابر با مختصات نقطهٔ A' قرار می‌دهیم:

$$\begin{cases} a-1=2a+3 \Rightarrow a=-4 \\ 2b-1=\frac{b+7}{2} \Rightarrow b=3 \end{cases} \Rightarrow a+b=-1$$

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۲ تا ۱۲)

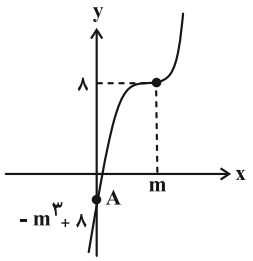
۳- **گزینهٔ «۱»** *(مشابه نهایی- مرداد ۱۴۰۳)*

به طریق زیر وارون تابع f را می‌یابیم:

$$y=\sqrt[3]{x-8}+m \Rightarrow \sqrt[3]{x-8}=y-m \Rightarrow x-8=(y-m)^3$$

$$\Rightarrow x=(y-m)^3+8 \xrightarrow{x\leftrightarrow y} f^{-1}(x)=(x-m)^3+8$$

شکل فرضی تابع f^{-1} به صورت زیر است. اگر نقطهٔ A را نقطهٔ برخورد f^{-1} با محور yها در نظر بگیریم، آن‌گاه برای آن‌که f^{-1} از ناحیهٔ دوم نگذرد، باید عرض نقطهٔ A کمتر یا مساوی صفر باشد:



$$-m^3+8\le 0 \Rightarrow m^3\ge 8 \Rightarrow m\ge 2$$

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۴- **گزینهٔ «۴»** *(مشابه نهایی- خرداد ۱۴۰۲)*

تابع $f(x)$ اکیداً نزولی است، با توجه به تعریف تابع اکیداً نزولی داریم:

$$f((f(x))^2+1)\ge f(f(x)+1) \Rightarrow (f(x))^2+1\le f(x)+1$$

$$\Rightarrow f(x)(f(x)-1)\le 0 \Rightarrow 0\le f(x)\le 1 \xrightarrow{f(x)=2^{-x}} 0\le 2^{-x}\le 1$$

طرف چپ نامساوی همواره برقرار است، پس کافی است طرف راست آن را حل کنیم:

$$2^{-x}\le 1 \Rightarrow 2^{-x}\le 2^0 \Rightarrow -x\le 0 \Rightarrow x\ge 0$$

یعنی مجموعه جواب نامعادله به صورت $[0\ ,\ +\infty)$ است، پس $a=0$.

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸ و تمرین ۳ صفحهٔ ۲۱)

۵- **گزینهٔ «۴»** *(مشابه نهایی- شهریور ۱۴۰۱)*

همگی اعداد را به صورت توانی از عدد $\frac{1}{3}$ می‌نویسیم:

$$\frac{1}{27}\le(\frac{1}{3})^{(1-2x)}<\sqrt{3} \Rightarrow (\frac{1}{3})^3\le(\frac{1}{3})^{1-2x}<(\frac{1}{3})^{-\frac{1}{2}}$$

novinkonkor.com

$$\xrightarrow{0<\frac{1}{3}<1} 3 \ge 1-2x > -\frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} 1-2x > -\frac{1}{2} \Rightarrow x < \frac{3}{4} \\ 1-2x \le 3 \Rightarrow x \ge -1 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{اشتراک}} x \in [-1, \frac{3}{4})$$

(حسابان ۲- تابع: مشابه تمرین ۹ صفحهٔ ۲۲)

۶- **گزینهٔ «۲»** *(مشابه نهایی- خرداد ۱۴۰۱)*

باقی‌ماندهٔ تقسیم $p(x)$ بر $x-1$ و $2x+1$ برابر $p(1)$ و $p(-\frac{1}{2})$ است،

لذا طبق فرض داریم:

$$\begin{cases} p(1)=3 \Rightarrow 8+a+b=3 \Rightarrow a+b=-5 \\ p(-\frac{1}{2})=0 \Rightarrow -1+\frac{a}{4}+b=0 \Rightarrow \frac{a}{4}+b=1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a=-8 \ , \ b=3$$

باقی‌ماندهٔ تقسیم $p(x)=8x^3-8x^2+3$ بر $2x-3$ برابر است با:

$$p(\frac{3}{2})=27-18+3=12$$

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۰)

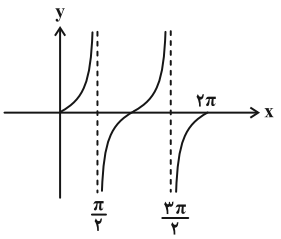
۷- **گزینهٔ «۱»** *(مشابه نهایی- خرداد و مرداد ۱۴۰۳)*

همهٔ عبارات نادرست هستند.

مثال نقض عبارت (الف): توابع زیر در فاصلهٔ $(-1, 1)$ غیریکنوا هستند. اما مجموع آن‌ها اکیداً صعودی است.

$$\begin{cases} f(x)=-x^2 \\ g(x)=x^2+x \end{cases}$$

ب) نمودار این تابع در مجموعهٔ فوق به صورت زیر است:



با توجه به نمودار، این تابع در مجموعهٔ مورد نظر، اکیداً صعودی نمی‌باشد.

پ) این گزاره برای n های طبیعی و فرد درست می‌باشد.

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۲۰ و مثلثات: کار در کلاس صفحهٔ ۳۲)

۸- **گزینهٔ «۳»** *(مشابه نهایی- مرداد ۱۴۰۳)*

با توجه به نمودار، ماکزیمم و مینیمم این تابع به ترتیب برابر ۳ و ۱- است:

$$\begin{cases} \text{ماکزیمم}: |a|+c=3 \\ \text{مینیمم}: -|a|+c=-1 \end{cases} \Rightarrow c=1 \ , \ |a|=2$$

در $x=0$ مقدار این تابع برابر $a+c$ می‌باشد که ماکزیمم است و در نتیجه: $a+c=|a|+c \Rightarrow a \ge 0$

لذا تنها مقدار $a=2$ قابل قبول است. همچنین داریم:

دورهٔ تناوب: $T=3\pi-(-\pi)=4\pi \Rightarrow 4\pi=\frac{2\pi}{|b|} \Rightarrow |b|=\frac{1}{2}$

$\Rightarrow a+b+c$ کمترین مقدار: $2+(-\frac{1}{2})+1=2/5$

(حسابان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

۹- **گزینهٔ «۳»** *(مشابه نهایی- دی ۱۴۰۱)*

رابطهٔ $\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$ را در معادلهٔ مثلثاتی جای‌گذاری می‌کنیم:

$$\cos 2x = \cos x - 1 \Rightarrow 2\cos^2 x - 1 = \cos x - 1$$

$$\Rightarrow 2\cos^2 x - \cos x = 0 \Rightarrow \cos x(2\cos x - 1) = 0 \Rightarrow \cos x = 0 \text{ یا } \frac{1}{2}$$

$$\begin{cases} \cos x = 0 \Rightarrow x = \dots , \frac{\pi}{2} , \frac{3\pi}{2} , \dots \\ \cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \quad (k \in \mathbb{Z}) \end{cases}$$

ولی تنها دو جواب $\frac{\pi}{2}$ و $\frac{\pi}{3}$ در بازهٔ $[\frac{\pi}{4}, \pi]$ قرار دارند.

(حسابان ۲- مثلثات: تمرین ۱ (ب) صفحهٔ ۴۴)

۱۰- **گزینهٔ «۲»** *(مشابه نهایی- خرداد ۱۴۰۱)*

با فرض $x+\frac{\pi}{6}=\alpha$ داریم $2x+\frac{\pi}{3}=2\alpha$ و در نتیجه معادلهٔ صورت سوال به صورت زیر می‌شود:

$$\sin 2\alpha - \cos\alpha = 0 \xrightarrow{\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha}$$

$$\cos\alpha(2\sin\alpha - 1) = 0 \qquad (*)$$

چون $0 < x \le 2\pi$، پس $\frac{\pi}{6} < \alpha \le 2\pi + \frac{\pi}{6}$ و داریم:

$$\xrightarrow{(*)} \begin{cases} \cos\alpha = 0 \Rightarrow \alpha = x+\frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} , \frac{3\pi}{2} \\ \sin\alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = x+\frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6} , 2\pi+\frac{\pi}{6} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} , \frac{4\pi}{3} \\ x = \frac{2\pi}{3} , 2\pi \end{cases}$$

novinkonkor.com

این معادلهٔ مثلثاتی در بازهٔ $(0 , 2\pi]$، چهار جواب با مجموع $\frac{13\pi}{3}$ دارد.

(حسابان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۱)

۱۱- **گزینهٔ «۱»** *(مشابه نهایی- دی ۱۴۰۲)*

می‌دانیم کتانژانت، معکوس تانژانت است، لذا داریم:

$$\tan 5x \times \frac{1}{\tan x} = -1 \Rightarrow \tan(5x) = -\tan(x)$$

$$\Rightarrow \tan(5x) = \tan(-x) \Rightarrow 5x = k\pi + (-x)$$

$$\Rightarrow 6x = k\pi \Rightarrow x = \frac{k\pi}{6} \ , \quad k \in \mathbb{Z}$$

به ازای $0 \le k \le 12$، جواب‌های $x = \frac{k\pi}{6}$ در بازهٔ $(0 , 2\pi]$ هستند که جواب‌های $\{0 , \frac{\pi}{2} , \pi , \frac{3\pi}{2} , 2\pi\}$ غیرقابل قبول‌اند (چرا؟)، پس تعداد جواب‌های مطلوب برابر است با ۸.

(حسابان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۴۱ و ۴۲)

۱۲- **گزینهٔ «۳»** *(مشابه نهایی- خرداد ۱۴۰۲)*

داریم:

$$\frac{1}{\tan(x)+\cot(x)} = \frac{1}{\frac{\sin(x)}{\cos(x)} + \frac{\cos(x)}{\sin(x)}}$$

$$= \frac{1}{\frac{\sin^2(x)+\cos^2(x)}{\sin(x)\cos(x)}} = \sin(x)\cos(x)$$

در نتیجه معادلهٔ مورد نظر به صورت زیر می‌شود:

$$\sin(x)\cos(x) = \frac{1}{4} \Rightarrow 2\sin(x)\cos(x) = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin(2x) = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{12} \ , \quad k \in \mathbb{Z} \\ 2x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \Rightarrow x = k\pi + \frac{5\pi}{12} \ , \quad k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

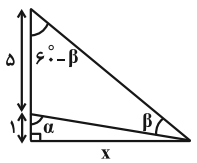
۴ جواب $\{\frac{-11\pi}{12} , \frac{-7\pi}{12} , \frac{\pi}{12} , \frac{5\pi}{12}\}$ در بازهٔ $[-\pi , \pi]$ قرار دارند.

(حسابان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۹ تا ۴۱)

۱۳- **گزینهٔ «۴»** *(مشابه نهایی- خرداد ۱۴۰۳)*

در شکل زیر داریم:

$$\alpha = \beta + (60^\circ - \beta) = 60^\circ$$



تانژانت زوایای $\alpha = 60^\circ$ و $60^\circ - \beta$ را می‌نویسیم:

$$\tan\alpha = \tan 60^\circ = \frac{x}{1} \Rightarrow x = \sqrt{3}$$

$$\tan(60^\circ - \beta) = \frac{\tan 60^\circ - \tan\beta}{1 + \tan 60^\circ \tan\beta} \Rightarrow \frac{x}{6} = \frac{\sqrt{3} - \tan\beta}{1 + \sqrt{3}\tan\beta}$$

$$\xrightarrow{x=\sqrt{3}} \sqrt{3} + 3\tan\beta = 6\sqrt{3} - 6\tan\beta$$

$$\Rightarrow 9\tan\beta = 5\sqrt{3} \Rightarrow \tan\beta = \frac{5\sqrt{3}}{9}$$

(حسابان ۲-مثلثات: صفحه‌های ۴۲ و ۴۳)

۱۴- **گزینهٔ «۴»** *(مشابه نهایی- دی ۱۴۰۲)*

بررسی گزینه‌ها:

۱)
$$\lim_{x\to\pi^+} \frac{\cos x}{\sin(2x-\pi)} = \frac{-1}{\sin(\pi^+)} = \frac{-1}{0^-} = +\infty$$

۲)
$$\lim_{x\to(\frac{\pi}{2})^-} \frac{1-\cos^2 x}{\cot x} = \lim_{x\to(\frac{\pi}{2})^-} \frac{\sin^2 x}{\frac{\cos x}{\sin x}}$$

$$= \lim_{x\to(\frac{\pi}{2})^-} \frac{\sin^3 x}{\cos x} = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

۳)
$$\lim_{x\to(\frac{\pi}{2})^-} \frac{(\tan x)[x-\frac{\pi}{2}]}{1-\sin x} = \frac{(+\infty)[0^-]}{0^+} = (+\infty)(-1) = -\infty$$

۴)
$$\lim_{x\to\frac{\pi}{2}} \frac{[\sin x]([\sin x]-1)}{\cos x} = \frac{\overbrace{[1^-]}^{\text{صفر مطلق}} \times ([1^-]-1)}{\text{صفر حدی}} = 0$$

(حسابان ۲- حدهای نامتناهی- حد در بی‌نهایت: صفحه‌های ۵۱ تا ۵۵)

۱۵- **گزینهٔ «۲»** *(مشابه نهایی- دی ۱۴۰۱)*

حد مورد نظر به صورت زیر می‌شود:

$$\lim_{x\to 2^+} \frac{ax + a^2 - 3}{(2-x)^3} = \frac{a^2 + 2a - 3}{(2-2^+)^3} = \frac{a^2 + 2a - 3}{0^-} = +\infty$$

از آنجایی که حاصل این حد برابر $+\infty$ شده است، دو حالت زیر را بررسی می‌کنیم:

حالت (۱): $a^2 + 2a - 3 < 0 \Rightarrow (a-1)(a+3) < 0 \Rightarrow -3 < a < 1$

حالت (۲): $a^2 + 2a - 3 = 0 \Rightarrow a = 1 \ , \ a = -3$

$$a = 1 : \lim_{x\to 2^+} \frac{x-2}{(2-x)^3}$$

novinkonkor.com

$$= \lim_{x\to 2^+} \frac{-1}{(2-x)^2} = \frac{-1}{(2-2^+)^2} = \frac{-1}{0^+} = -\infty \qquad \times$$

$$a=-3:\ \lim_{x\to 2^+} \frac{-3x+6}{(2-x)^3}$$

$$= \lim_{x\to 2^+} \frac{3}{(2-x)^2} = \frac{3}{0^+} = +\infty \qquad \checkmark$$

لذا مقادیر صحیح a برابر هستند با $0, -1, -2, -3$.

توجه: حالت $\frac{0}{0}$ در حد، می‌تواند صفر، ∞ و یا عددی غیرصفر شود.

(حسابان ۲- حدهای نامتناهی- حد در بی‌نهایت: صفحه‌های ۵۱ تا ۵۵)

۱۶- **گزینهٔ «۲»** *(مشابه نهایی- دی ۱۴۰۱)*

مجانب قائم این تابع $x=2$ می‌باشد و داریم:

$$\lim_{x\to 2^+} \frac{2[x]-3}{2-x} = \frac{2[2^+]-3}{2-(2^+)} = \frac{1}{0^-} = -\infty$$

$$\lim_{x\to 2^-} \frac{2[x]-3}{2-x} = \frac{2[2^-]-3}{2-(2^-)} = \frac{-1}{0^+} = -\infty$$

(حسابان ۲- حدهای نامتناهی- حد در بی‌نهایت: صفحه‌های ۵۵ تا ۵۸)

۱۷- **گزینهٔ «۱»** *(مشابه نهایی- دی ۱۴۰۲)*

ابتدا ریشه‌های صورت را پیدا می‌کنیم:

$$x^2-3x+2=0 \Rightarrow (x-1)(x-2)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=2 \end{cases}$$

حالت اول این است که مخرج کسر، یک ریشه داشته باشد، یعنی دلتای مخرج صفر باشد:

$$\Delta = 4-4(a-1)(2a-3)=0 \Rightarrow 2a^2-5a+2=0$$

$$\Rightarrow (a-2)(2a-1)=0 \Rightarrow a=\frac{1}{2}, 2$$

توجه کنید که به ازای $a=2$، تابع f به صورت زیر می‌شود که فقط مجانب قائم $x=1$ را دارد:

$$f(x)=\frac{(x-2)(x-1)}{(x-1)^2}=\frac{x-2}{x-1}$$

حالت دوم این است که مخرج کسر، دو ریشه داشته باشد که یکی از آن‌ها در صورت کسر صدق کند:

$$x=1: (a-1)-2+2a-3=0 \Rightarrow a=2$$

$$x=2: 4(a-1)-4+2a-3=0 \Rightarrow 6a-11=0 \Rightarrow a=\frac{11}{6}$$

حالت سوم این است که ضریب x^2 در مخرج برابر صفر باشد و چندجمله‌ای مخرج، از درجهٔ یک شده و فقط یک ریشه داشته باشد:

$$(a-1)=0 \Rightarrow a=1$$

پس به ازای ۴ مقدار a، تابع $f(x)$ فقط یک مجانب قائم دارد.

(حسابان ۲- حدهای نامتناهی- حد در بی‌نهایت: صفحه‌های ۵۵ تا ۵۸)

۱۸- **گزینهٔ «۲»** *(مشابه نهایی- شهریور ۱۴۰۱)*

$$\begin{cases} \lim_{x\to -\infty}[f(x)]=[2^-]=1 \\ \lim_{x\to (-1)^-}(fof)(x)=\lim_{x\to +\infty} f(t)=2 \end{cases} \Rightarrow 1-2=-1:\ \text{عبارت مورد نظر}$$

توجه: $\lim_{x\to(-1)^-} f(x)=+\infty$

(حسابان ۲- حدهای نامتناهی- حد در بی‌نهایت: صفحه‌های ۶۱ تا ۶۴)

۱۹- **گزینهٔ «۳»** *(مشابه نهایی- مرداد ۱۴۰۳)*

با توجه به علامت قدرمطلق، داریم:

$$\lim_{x\to -\infty} \frac{2x|x|}{-x|2x^2+x|+2x^3} = \lim_{x\to -\infty} \frac{2x(-x)}{-x(2x^2+x)+2x^3}$$

$$= \lim_{x\to -\infty} \frac{-2x^2}{-x^2} = 2$$

توجه: واضح است که به ازای $x\to -\infty$ داریم: $|2x^2+x| = 2x^2+x$.

(حسابان ۲- حدهای نامتناهی- حد در بی‌نهایت: صفحه‌های ۶۲ تا ۶۶)

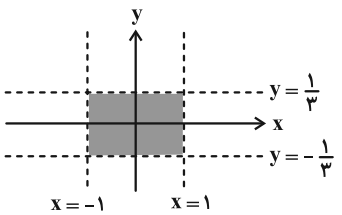
۲۰- **گزینهٔ «۳»** *(مشابه نهایی- شهریور ۱۴۰۱)*

مجانب‌های قائم و افقی به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$3|x|-3=0 \Rightarrow |x|=1 \Rightarrow x=-1,\ x=1 \quad \text{(مجانب‌های قائم)}$$

$$\begin{cases} \lim_{x\to +\infty} \frac{x+3}{3|x|-3} = \lim_{x\to +\infty} \frac{x}{3x} = \frac{1}{3} \\ \lim_{x\to -\infty} \frac{x+3}{3|x|-3} = \lim_{x\to -\infty} \frac{x}{-3x} = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow y=-\frac{1}{3},\ y=\frac{1}{3} \qquad \text{(مجانب‌های افقی)}$$



$$\text{مساحت ناحیهٔ محصور} = (2)(\frac{2}{3}) = \frac{4}{3}$$

(حسابان ۲- حدهای نامتناهی- حد در بی‌نهایت: صفحه‌های ۵۵ تا ۵۸ و ۶۷ تا ۶۹)

novinkonkor.com

۲۱- **گزینهٔ «۳»** *(مشابه نوایی- مرداد ۱۴۰۳)*

ماتریس C را تشکیل می‌دهیم:

$$C = 2A + 3B = \begin{bmatrix} 2 & 2m \\ 2n & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 6-3m & -3 \\ -6 & 3+3n \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 8-3m & 2m-3 \\ 2n-6 & 7+3n \end{bmatrix}$$

طبق فرض، ماتریس C قطری است، پس:

$$\begin{cases} 2m-3=0 \Rightarrow m=\frac{3}{2} \\ 2n-6=0 \Rightarrow n=3 \end{cases}$$

داریم:

$$C = \begin{bmatrix} 8-3(\frac{3}{2}) & 0 \\ 0 & 7+3(3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{7}{2} & 0 \\ 0 & 16 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow |C| = \frac{7}{2} \times 16 = 56$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۲ و ۲۳)

۲۲- **گزینهٔ «۱»** *(مشابه نوایی- شهریور ۱۴۰۱)*

برای ماتریس‌های مربعی و هم‌مرتبهٔ A و B داریم:

$$(A-B)^2 = (A-B)(A-B) = A^2 - AB - BA + B^2$$

با توجه به رابطهٔ فرض، نتیجه می‌گیریم که $AB = BA$، یعنی A و B تعویض‌پذیرند و داریم:

$$\begin{bmatrix} 2 & m-1 \\ -1 & m \end{bmatrix}\begin{bmatrix} m+1 & 4 \\ -4 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2m+6 & 3m+5 \\ -5m-1 & 3m-4 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} m+1 & 4 \\ -4 & 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 2 & m-1 \\ -1 & m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2m-2 & m^2+4m-1 \\ -11 & -m+4 \end{bmatrix} \quad (2)$$

از برابری ماتریس‌های (۱) و (۲) نتیجه می‌گیریم:

$$-5m-1 = -11 \Rightarrow m = 2$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحهٔ ۲۱)

۲۳- **گزینهٔ «۱»** *(مشابه نوایی- شهریور ۱۴۰۲)*

از طرفین تساوی داده شده، دترمینان می‌گیریم:

$$|2A| = \begin{vmatrix} |A| & -1 \\ 1 & 4|A| \end{vmatrix} \Rightarrow 2^2|A| = 4|A|^2 + 1$$

$$\Rightarrow 4|A|^2 - 4|A| + 1 = 0 \Rightarrow (2|A|-1)^2 = 0$$

$$\Rightarrow 2|A| = 1 \Rightarrow |A| = \frac{1}{2}$$

در نتیجه داریم:

$$|A^{-1}| = \frac{1}{|A|} = 2$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحهٔ ۳۱)

۲۴- **گزینهٔ «۴»** *(مشابه نوایی- خرداد ۱۴۰۲)*

طرفین تساوی را از سمت چپ در وارون ماتریس $B = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 3 \end{bmatrix}$ ضرب می‌کنیم:

$$B^{-1} = \frac{1}{5\times3 - 2\times7}\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -7 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -7 & 5 \end{bmatrix}$$

$$B^{-1} \times (BA = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}) \Rightarrow \underbrace{B^{-1}B}_{I} A = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -7 & 5 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A = \begin{bmatrix} -7 & 4 \\ 17 & -9 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{مجموع درایه‌ها} = -7+4+17-9 = 5$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۲۵- **گزینهٔ «۱»** *(مشابه نوایی- خرداد ۱۴۰۳)*

شرط این‌که دستگاه اولیه، بی‌شمار جواب داشته باشد را بررسی می‌کنیم:

$$\frac{-4}{2} = \overbrace{\frac{m-3}{-\frac{m-3}{2}}}^{-2} = \frac{m+1}{-m} \Rightarrow 2m = m+1 \Rightarrow m = 1$$

در نتیجه باید جواب دستگاه زیر را بیابیم:

$$\begin{cases} 2x+3y=1 \\ 3x+y=-2 \end{cases} \Rightarrow \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix} = \frac{1}{-7}\begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{-1}{7}\begin{bmatrix} 7 \\ -7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۳ تا ۲۶)

۲۶- **گزینهٔ «۲»** *(مشابه نوایی- خرداد ۱۴۰۲)*

دترمینان ماتریس داده شده را از روش ساروس محاسبه می‌کنیم:

$$|A| = \begin{vmatrix} |A| & 0 & 1 \\ 1 & |A| & 2 \\ 0 & -1 & x \end{vmatrix} = \left(x|A|^2 + -1\right) - (0+0-2|A|)$$

$$\Rightarrow x|A|^2 + |A| - 1 = 0 \qquad (*)$$

این‌که فقط یک ماتریس برای A وجود دارد، با توجه به درایه‌های آن، نتیجه می‌گیریم که فقط یک مقدار برای $|A|$ باید وجود داشته باشد. لذا معادله درجه دوم (*) فقط یک جواب خواهد داشت. یعنی:

$$\Delta = (1)^2 - 4(x)(-1) = 0 \Rightarrow x = \frac{-1}{4} = -0/25$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۷ تا ۳۰)

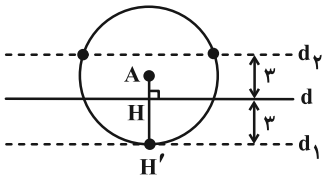
novinkonkor.com

۲۷- **گزینهٔ «۲»** *(مشابه نهایی- دی ۱۴۰۲)*

۱) مکان هندسی نقاطی از صفحه که از نقطهٔ A به فاصلهٔ ۴ واحد است، دایره‌ای به مرکز A و شعاع ۴ است.

۲) مکان هندسی نقاطی از صفحه که از خط d به فاصلهٔ ۳ واحد است، دو خط موازی (و در طرفین) d و به فاصلهٔ ۳ از d هستند.

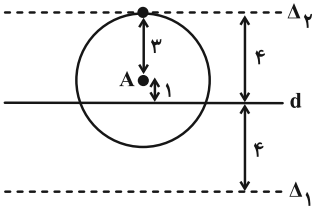
طبق فرض، باید مکان هندسی‌های (۱) و (۲)، سه نقطهٔ مشترک داشته باشند که تنها شکل زیر قابل قبول است.



از نقطهٔ A بر دو خط d و d_1 عمود رسم می‌کنیم، داریم:

$$\begin{cases} AH' = ۴ \\ HH' = ۳ \end{cases} \Rightarrow AH = ۱$$

مطابق شکل، تنها ۱ نقطه در صفحه موجود است که از نقطهٔ A به فاصلهٔ ۳ و از خط d به فاصلهٔ ۴ است:



(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

۲۸- **گزینهٔ «۱»** *(مشابه نهایی- خرداد ۱۴۰۳)*

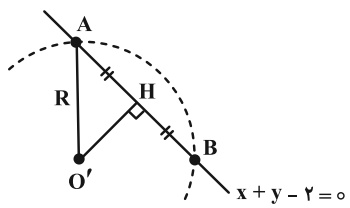
مرکز دایره، محل برخورد دو قطر دایره است:

$$\begin{cases} x + y = ۱ \\ x - y = ۳ \end{cases} \Rightarrow \text{مرکز دایره}: O'(۲ , -۱)$$

مطابق شکل، عمود $O'H$، وتر AB (ایجاد شده روی خط $x + y - ۲ = ۰$) را نصف می‌کند. داریم:

$$\begin{cases} O'H = \dfrac{|۲-۱-۲|}{\sqrt{۱^۲+۱^۲}} = \dfrac{۱}{\sqrt{۲}} \\ AH = HB = \dfrac{AB}{۲} = \sqrt{۲} \end{cases} \xrightarrow{\text{فیثاغورس}} O'A^۲ = (\frac{۱}{\sqrt{۲}})^۲ + (\sqrt{۲})^۲$$

$$\Rightarrow R^۲ = \frac{۱}{۲} + ۲ = \frac{۵}{۲}$$



فاصلهٔ $O'(۲ , -۱)$ از محور xها برابر $|-۱| = ۱$ است. اگر دایره محور xها را در نقاط C و D قطع کند، آن‌گاه داریم:

$$۱^۲ + (\frac{CD}{۲})^۲ = \frac{۵}{۲} \Rightarrow (\frac{CD}{۲})^۲ = \frac{۳}{۲} \Rightarrow CD = ۲\sqrt{\frac{۳}{۲}} = \sqrt{۶}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۴۰ تا ۴۳)

۲۹- **گزینهٔ «۴»** *(مشابه نهایی- دی ۱۴۰۲)*

مرکز و شعاع دایرهٔ داده شده را می‌یابیم:

$$(x-۱)^۲ + y^۲ = ۲ \Rightarrow O_1(۱ , ۰) \ , \ R_1 = \sqrt{۲}$$

طبق فرض، $O_2(-۱ , ۲)$ مرکز دایرهٔ دوم است. R_2 را شعاع دایرهٔ دوم می‌گیریم، در صورتی این دو دایره مماس داخل‌اند که:

$$O_1O_2 = |R_1 - R_2| \Rightarrow \sqrt{(-۱-۱)^۲ + (۲-۰)^۲} = |\sqrt{۲} - R_2|$$

$$\Rightarrow ۲\sqrt{۲} = |\sqrt{۲} - R_2| \Rightarrow \begin{cases} R_2 = ۳\sqrt{۲} & \text{ق ق} \\ R_2 = -\sqrt{۲} & \text{غ ق ق} \end{cases}$$

در نتیجه معادلهٔ دایرهٔ مورد نظر عبارتست از:

$$(x+۱)^۲ + (y-۲)^۲ = (۳\sqrt{۲})^۲ \Rightarrow x^۲ + y^۲ + ۲x - ۴y = ۱۳$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۴۳ و ۴۴)

۳۰- **گزینهٔ «۱»** *(مشابه نهایی- شهریور ۱۴۰۲)*

مرکز و شعاع هر دو دایره را به دست می‌آوریم:

$$(x-۱)^۲ + (y+۲)^۲ = ۴ \Rightarrow O_1(۱ , -۲) \ , \ R_1 = ۲$$

$$x^۲ + y^۲ + ۶x - ۲y + m = ۰$$

$$\Rightarrow O_2(-۳ , ۱) \ , \ R_2 = \frac{۱}{۲}\sqrt{۳۶ + ۴ - ۴m} = \sqrt{۱۰ - m}$$

شرط دو دایرهٔ متخارج به صورت زیر است:

$$O_1O_2 > R_1 + R_2 \Rightarrow \sqrt{(۱+۳)^۲ + (-۲-۱)^۲} > ۲ + \sqrt{۱۰ - m}$$

$$\Rightarrow ۳ > \sqrt{۱۰ - m} \xrightarrow{\text{هر دو طرف، مثبت}} ۹ > ۱۰ - m \Rightarrow m > ۱$$

از طرفی $۱۰ - m > ۰$، پس $m < ۱۰$ ؛ در نتیجه:

$$۱ < m < ۱۰ \xrightarrow{m \in \mathbb{Z}} m = ۲ , ۳ , ... , ۹ \quad (\text{۸ مقدار})$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۴۴ تا ۴۶)

novinkonkor.com

۳۱- **گزینهٔ «۲»** *(مشابه نهایی- شهریور ۱۴۰۲)*

روند اثبات به روش بازگشتی به صورت زیر است:

$$2x^2-4xy+4y^2\ge 4x-4$$

$$\Leftrightarrow (x^2-4x+4)+(x^2-4xy+4y^2)\ge 0$$

$$\Leftrightarrow (x-2)^2+(x-2y)^2\ge 0$$ (همواره برقرار)

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۶ تا ۸)

۳۲- **گزینهٔ «۴»** *(مشابه نهایی- مرداد ۱۴۰۳)*

این که مجموع دو عدد صحیح a و b، عددی زوج است، نتیجه می‌شود که هر دو عدد فرد یا هر دو عدد زوج هستند.

الف) اگر هر دو عدد a و b فرد باشند، در این صورت:

$$\begin{cases}a^2=8k+1\\ b^2=8k'+1\end{cases}$$

و در نتیجه:

$$a^2+b^2-5=8(k+k')-3=8(k+k'-1)+5=8q+5$$

ب) اگر هر دو عدد a و b زوج باشد، در این صورت:

$$\begin{cases}a^2=8k_1 \text{ یا } 8k_1+4\\ b^2=8k_2 \text{ یا } 8k_2+4\end{cases}$$

۱) $a^2+b^2=8(k_1+k_2)=8q$

۲) $$\begin{cases}a^2+b^2=(8k_1+4)+8k_2=8(k_1+k_2)+4\\ =8q+4\\ a^2+b^2=8k_1+(8k_2+4)=8(k_1+k_2)+4\\ =8q+4\end{cases}$$

۳) $a^2+b^2=(8k_1+4)+(8k_2+4)=8(k_1+k_2+1)=8q$

در حالت (ب)، باقی‌ماندهٔ تقسیم a^2+b^2-5 یکی از دو عدد زیر می‌شود:

$$\begin{cases}a^2+b^2-5=8q-5=8(q-1)+3\\ a^2+b^2=8q+4-5=8(q-1)+7\end{cases}$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

۳۳- **گزینهٔ «۱»** *(مشابه نهایی- خرداد ۱۴۰۳)*

طبق فرض داریم:

$$\begin{cases}a=4k+2\xrightarrow{\times 5}5a=20k+10\\ a=5q+3\xrightarrow{\times 4}4a=20q+12\end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{تفاضل}}a=20(k-q)-2=20(k-q-1)+18$$

توجه: البته بدون توجه به این راه‌حل، در بین گزینه‌ها، تنها باقی‌ماندهٔ تقسیم عدد ۱۸ بر دو عدد ۴ و ۵ به ترتیب ۲ و ۳ شده است.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۱۴ تا ۱۶)

۳۴- **گزینهٔ «۲»** *(مشابه نهایی- خرداد ۱۴۰۳ و دی ۱۴۰۲)*

تنها عبارت‌های (الف) و (ت) نادرست هستند.

الف) به ازای m های منفی، نادرست است.

ت) به ازای عدد گویای صفر، نادرست است.

دلیل درستی دو عبارت دیگر:

عبارت (ب): $$\begin{cases}x_1=4k_1+3\\ x_2=4k_2+3\end{cases}\Rightarrow x_1-x_2=4(k_1-k_2)$$

عبارت (پ):

$$1+2k(2k+2)=1+4k^2+4k=(2k+1)^2$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۲، ۳ و ۱۳ تا ۱۶)

۳۵- **گزینهٔ «۱»** *(مشابه نهایی- دی ۱۴۰۱)*

عدد ۱۵ هم مضرب ۳ است و هم مضرب ۵، پس: $n\ge 5: n!\overset{15}{\equiv}0$

در نتیجه:

$$1!+2!+3!+4!+5!+\dots+200!$$

$$\overset{15}{\equiv}\underbrace{1+2+6+24}_{33}+\underbrace{0+\dots+0}_{0}\overset{15}{\equiv}3$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

novinkonkor.com

۳۶- **گزینهٔ «۴»** *(مشابه نهایی- خرداد ۱۴۰۱)*

باید ببینیم که ۱۲ بهمن، چند روز بعد از اول مهر است؟

$$\text{تعداد روزها} = \underbrace{(۳۰-۱)}_{\text{مهر}} + \underbrace{۳\times۳۰}_{\text{آبان،آذر،دی}} + \underbrace{۱۲}_{\text{بهمن}} = ۱۳۱$$

روز شنبه را به پیمانهٔ ۷، عدد صفر در نظر می‌گیریم:

جمعه	پنج‌شنبه	چهارشنبه	سه‌شنبه	دوشنبه	یکشنبه	شنبه
(۶)	(۵)	(۴)	(۳)	(۲)	(۱)	(۰)

$$۱۳۱ \overset{۷}{\equiv} ۵$$

در نتیجه ۱۲ بهمن، روز پنج‌شنبه است.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحهٔ ۲۴)

۳۷- **گزینهٔ «۳»** *(مشابه نهایی- خرداد ۱۴۰۲)*

واضح است که این معادله در $\mathbb{Z}$ جواب دارد، چون‌که: $\underbrace{(۱۵\,,\,۱۹)}_{۱} \mid ۷$

برای یافتن جواب کلی x، معادلهٔ سیاله را به معادلهٔ همنهشتی زیر تبدیل می‌کنیم:

$$۱۵x+۱۹y=۷ \xrightarrow{\text{پیمانهٔ ۱۹}} ۱۵x \overset{۱۹}{\equiv} ۷ \Rightarrow -۴x \overset{۱۹}{\equiv} ۷$$

$$\Rightarrow -۴x \overset{۱۹}{\equiv} -۱۲ \xrightarrow[(-۴\,,\,۱۹)=۱]{+(-۴)} x \overset{۱۹}{\equiv} ۳$$

$$\Rightarrow x = ۱۹k+۳ \quad , \quad k \in \mathbb{Z}$$

بزرگ‌ترین مقدار طبیعی و دو رقمی x برابر می‌شود با:

$$x = ۱۹k+۳ < ۱۰۰ \Rightarrow k < \frac{۹۷}{۱۹} \Rightarrow k_{max} = ۵$$

$$\Rightarrow x = ۱۹\times۵+۳ = ۹۸ \Rightarrow \text{مجموع ارقام}: ۹+۸ = ۱۷$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

۳۸- **گزینهٔ «۲»** *(مشابه نهایی- مرداد ۱۴۰۳)*

راه‌حل اول: گراف G را گراف کامل K_p در نظر می‌گیریم که طبق فرض:

$$\binom{p}{۲} = ۲۸ \Rightarrow p = ۸$$

در گراف کامل $K_۸$ داریم $\Delta = \delta = ۷$، پس:

$$۲\Delta(G) - ۳\delta(g) + p(G) = ۲\times۷ - ۳\times۷ + ۸ = ۱$$

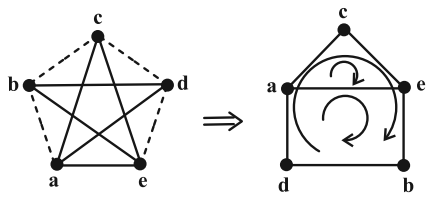
راه‌حل دوم: می‌دانیم در گراف کامل K_p: $\Delta = \delta = p-۱$

پس: $۲\Delta - ۳\delta + p = ۲(p-۱) - ۳(p-۱) + p = ۱$

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

۳۹- **گزینهٔ «۱»** *(مشابه نهایی- دی ۱۴۰۲)*

مطابق شکل، رئوس $P_۵$ (همان مسیر abcde در شکل) را نام‌گذاری و مکمل آن را رسم کرده‌ایم:



گراف حاصل ۳ دور دارد.

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی: صفحهٔ ۳۸)

۴۰- **گزینهٔ «۱»** *(مشابه نهایی- خرداد ۱۴۰۳)*

در این گراف، ۷ مسیر از رأس a به رأس c وجود دارد.

ac : مسیر به طول ۱

aec و **abc** : مسیرهای به طول ۲

aedc ، **aebc** و **abec** : مسیرهای به طول ۳

abedc : مسیر به طول ۴

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی: صفحهٔ ۳۸)

novinkonkor.com

فیزیک

۴۱- **گزینهٔ «۲»** *(مشابه نهایی- خرداد ۱۴۰۱)*

بررسی موارد نادرست:

مورد الف: متحرک در بازهٔ زمانی $10s$ تا $20s$ در خلاف جهت محور x حرکت کرده است.

مورد ت: در بازهٔ زمانی $t=0$ تا $t=10s$، شتاب ثابت است و داریم:

$$\Delta x=(\frac{v+v_0}{2})\Delta t \xrightarrow[\Delta t=10s]{v_0=4\frac{m}{s},\ v=-4\frac{m}{s}} \Delta x=(\frac{-4+4}{2})\times 10=0$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱ تا ۱۲ و ۱۵ تا ۲۰)

۴۲- **گزینهٔ «۳»** *(مشابه نهایی- خرداد ۱۴۰۲)*

باید نموداری را در نظر گرفت که زیر محور زمان باشد چون جسم خلاف جهت محور x حرکت می‌کند و سرعت آن منفی است. همچنین نمودار به محور زمان نزدیک شود چون تندی در حال کاهش است. از طرفی شیب خط مماس بر نمودار هم که بیانگر شتاب متحرک است، رفته‌رفته زیاد شود که در گزینهٔ «۳» این نمودار را می‌بینیم.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱ تا ۱۰ و ۱۵ تا ۲۰)

۴۳- **گزینهٔ «۲»** *(مشابه نهایی- شهریور ۱۴۰۱)*

کافی است فرم کلی معادلهٔ مکان- زمان در حرکت با شتاب ثابت را با معادلهٔ داده شده، مقایسه کنیم:

$$x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0 \Rightarrow x=2t^2+6t-18$$

$$\Rightarrow v_0=6\frac{m}{s}\ ,\ \frac{1}{2}a=2 \Rightarrow a=4\frac{m}{s^2}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

۴۴- **گزینهٔ «۱»** *(مشابه نهایی- خرداد ۱۴۰۳)*

موتورسوار: $x_1=v_1t+x_0 \xrightarrow{x_0=0\ ,\ v_1=108\frac{km}{h}=30\frac{m}{s}}$

$$x_1=30t$$

پلیس: $x_2=\frac{1}{2}a_2t^2+v_0t+x_0 \xrightarrow[a_2=4\frac{m}{s^2}]{v_0=0\ ,\ x_0=0} x_2=2t^2$

$$\Rightarrow x_1=x_2 \Rightarrow 30t=2t^2 \Rightarrow t=15s$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۸)

۴۵- **گزینهٔ «۲»** *(مشابه نهایی- شهریور ۱۴۰۲)*

«در فاصلهٔ ۲۰ متری از مانع بایستد» معادل با جابه‌جایی ۱۰۰ متری است و داریم:

$$\Delta x=120-20=100m$$

$$v^2-v_0^2=2a\Delta x \xrightarrow[\Delta x=100m]{v=0\ ,\ v_0=30\frac{m}{s}} 0-30^2=2a\times 100$$

$$\Rightarrow a=-\frac{900}{200}=-4/5\frac{m}{s^2} \Rightarrow |a|=4/5\frac{m}{s^2}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۴۶- **گزینهٔ «۲»** *(مشابه نهایی- شهریور ۱۴۰۲)*

با در نظر گرفتن جهت مثبت محور y به سمت بالا داریم:

$$\Delta y=-\frac{1}{2}gt^2 \xrightarrow[g=9/8\frac{m}{s^2}]{\Delta y=-0/196m} -0/196=-\frac{1}{2}\times 9/8\times t^2$$

$$\Rightarrow t^2=0/04 \Rightarrow t=0/2s$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۴۷- **گزینهٔ «۴»** *(مشابه نهایی- دی ۱۴۰۱)*

با در نظر گرفتن جهت مثبت محور y به سمت بالا داریم:

$$\Delta y=-\frac{1}{2}gt^2$$

$$\xrightarrow{t_1=6s} \Delta y_1=-\frac{1}{2}\times 10\times 36 \Rightarrow \Delta y_1=-180m$$

$$\xrightarrow{t_2=8s} \Delta y_2=-\frac{1}{2}\times 10\times 64 \Rightarrow \Delta y_2=-320m$$

حال جابه‌جایی در ۲ ثانیهٔ آخر حرکت را می‌یابیم:

$$\Delta y=-320-(-180)=-140m \Rightarrow |\Delta y|=140m$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۴۸- **گزینهٔ «۲»** *(مشابه نهایی- دی ۱۴۰۲)*

موارد (ب)، (ت) و(ث) نادرستند.

بررسی موارد نادرست:

ب) جرم یک جسم برخلاف وزن آن، به مکان آن جسم بستگی ندارد.

ت) ضریب اصطکاک ایستایی به عامل‌هایی مانند جنس سطح تماس دو جسم، میزان صافی و زبری آن‌ها بستگی دارد.

ث) مربع دورهٔ گردش ماهواره به دور زمین، متناسب با مکعب فاصلهٔ ماهواره از مرکز زمین است.

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۴ تا ۴۱ و ۵۶)

۴۹- **گزینهٔ «۴»** *(مشابه نهایی- خرداد ۱۴۰۱)*

کافی است قانون دوم نیوتون را بنویسیم و توجه شود عددی که ترازو نشان می‌دهد همان اندازهٔ نیروی عمودی سطح است:

$$mg-F_N=ma \Rightarrow 500-F_N=50\times 2=100$$

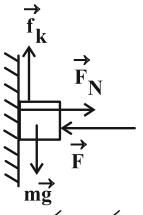
$$\Rightarrow F_N=500-100=400N$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۷ تا ۳۹)

novinkonkor.com

۵۰- **گزینهٔ «۲»** (مشابه نهایی- دی ۱۴۰۲)

$$F_{net,y}=0 \Rightarrow mg-f_k=0 \Rightarrow f_k=mg=40N$$
$$F_{net,x}=0 \Rightarrow F_N=F$$
$$\Rightarrow f_k=\mu_k F_N$$
$$\Rightarrow 40=0/1F \Rightarrow F=400N$$



(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۳)

۵۱- **گزینهٔ «۴»** (مشابه نهایی- مرداد ۱۴۰۳)

$$F_{net}=ma=0 \Rightarrow F_e=f_k \Rightarrow f_k=kx$$
$$\Rightarrow f_k=80\times 0/1=8N$$
$$F_N=mg=0/6\times 10=6N$$

نیروی سطح: $R=\sqrt{F_N^2+f_k^2} \Rightarrow R=\sqrt{36+64}=10N$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۵)

۵۲- **گزینهٔ «۳»** (مشابه نهایی- دی ۱۴۰۲)

$$K=\frac{p^2}{2m} \xrightarrow[m=20g=20\times 10^{-3}kg]{p=8\times 10^{-2}\frac{kg.m}{s}} K=\frac{(8\times 10^{-2})^2}{2\times 2\times 10^{-2}}=0/16J$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۴۶ تا ۴۸)

۵۳- **گزینهٔ «۳»** (مشابه نهایی- شهریور ۱۴۰۲)

سطح زیر نمودار $F-t$ برابر تغییرات تکانه است:

$$\Delta p=S \Rightarrow \Delta p=(\frac{0/6+0/4}{2})\times 300=150\frac{kg.m}{s}$$
$$F_{av}=\frac{\Delta p}{\Delta t} \Rightarrow F_{av}=\frac{150}{(0/8-0/2)} \Rightarrow F_{av}=250N$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۴۶ تا ۴۸)

۵۴- **گزینهٔ «۲»** (مشابه نهایی- خرداد ۱۴۰۱)

$$a_c=\frac{v^2}{r} \xrightarrow[r=160m]{v=72\frac{km}{h}=20\frac{m}{s}} a_c=\frac{(20)^2}{160} \Rightarrow a_c=2/5\frac{m}{s^2}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۴۸ تا ۵۳)

۵۵- **گزینهٔ «۳»** (مشابه نهایی- خرداد ۱۴۰۳)

$$W=\frac{GmM_e}{r^2} \Rightarrow \frac{W_2}{W_1}=(\frac{r_1}{r_2})^2 \xrightarrow[r_2=R_e+5R_e]{r_1=R_e}$$
$$\frac{W_2}{W_1}=(\frac{R_e}{6R_e})^2 \Rightarrow \frac{W_2}{W_1}=\frac{1}{36}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۵۳ تا ۵۶)

۵۶- **گزینهٔ «۲»** (مشابه نهایی- خرداد ۱۴۰۱)

ابتدا به کمک نمودار دورهٔ تناوب را حساب کرده و سپس بسامد زاویه‌ای را می‌یابیم:

$$5\frac{T}{4}=1/25s \Rightarrow T=1s \Rightarrow \omega=\frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega=\frac{2\pi}{1}=2\pi\frac{rad}{s}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵)

۵۷- **گزینهٔ «۳»** (مشابه نهایی- دی ۱۴۰۱)

طبق نمودار $\Rightarrow \frac{T}{2}=1 \Rightarrow T=2s$

$$T=2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow 2=2\pi\sqrt{\frac{L}{10}}$$
$$\Rightarrow 1=\pi^2\times\frac{L}{10}=10\times\frac{L}{10} \Rightarrow L=1m$$

تعداد نوسان‌ها: $T=\frac{t}{n} \Rightarrow 2=\frac{60}{n} \Rightarrow n=30$

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه‌های ۶۲ تا ۶۷)

۵۸- **گزینهٔ «۲»** (مشابه نهایی- مرداد ۱۴۰۳)

$$E=\frac{1}{2}mA^2\omega^2 \xrightarrow[A=5\times 10^{-2}m\ ,\ \omega=8\pi]{m=100g=0/1kg}$$
$$E=\frac{1}{2}\times 0/1\times 25\times 10^{-4}\times 64\pi^2 \Rightarrow E=0/08J$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه‌های ۶۲ تا ۶۷)

۵۹- **گزینهٔ «۳»** (مشابه نهایی- دی ۱۴۰۲)

در مرکز نوسان انرژی جنبشی بیشینه است و در $t=\frac{5T}{4}$ نوسانگر برای سومین بار از مرکز نوسان عبور می‌کند:

$$\omega=\frac{2\pi}{T} \Rightarrow \frac{\pi}{4}=\frac{2\pi}{T} \Rightarrow T=8s$$
$$t=5\frac{T}{4} \Rightarrow t=5\times 2=10s$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه‌های ۶۲ تا ۶۷)

۶۰- **گزینهٔ «۴»** (مشابه نهایی- مرداد ۱۴۰۳)

طبق رابطهٔ $T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$، با کاهش جرم نوسانگر (m) در سامانهٔ جرم-فنر، دورهٔ تناوب نوسان کاهش می‌یابد. پدیده‌ای که در آن بسامد طبیعی نوسانگر با بسامد نوسان‌های واداشتهٔ آن یکسان است، تشدید نام دارد.

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه‌های ۶۵ و ۶۸)

novinkonkor.com

شیمی

۶۱- **گزینهٔ «۳»** *(مشابه نهایی- مرداد ۱۴۰۳)*

اوره ترکیبی قطبی بوده و در هگزان که یک حلال ناقطبی است، نامحلول بوده و مخلوط آن‌ها ترکیبی ناهمگن را ایجاد می‌کند.

(شیمی ۳- ترکیبی؛ صفحه‌های ۴، ۱۴، ۱۵، ۳۱، ۳۴ و ۴۹)

۶۲- **گزینهٔ «۴»** *(مشابه نهایی- مرداد ۱۴۰۳)*

با توجه به ثابت یونش‌های داده شده، آمونیاک باز ضعیف‌تری نسبت به متیل آمین است، پس در دما و غلظت یکسان، غلظت یون‌ها در محلول آمونیاک کمتر از محلول متیل آمین است، پس رسانایی الکتریکی محلول متیل آمین بیشتر از آمونیاک است. با افزودن آب خالص به محلول بازها، pH محلول به سمت عدد ۷ نزدیک می‌شود.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۲۹ و ۳۶)

۶۳- **گزینهٔ «۴»** *(مشابه نهایی- مرداد ۱۴۰۳)*

با توجه به تغییر غلظت کاتیون‌ها در سلول گالوانی حاصل از اتصال نیم‌سلول‌ها با نیم‌سلول SHE، نیم‌سلول D دارای E° منفی و نیم‌سلول M دارای E° مثبت است.

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: فلز M دارای پتانسیل کاهشی مثبت‌تری نسبت به فلز D است، پس در این سلول نقش کاتد را ایفا می‌کند.

گزینهٔ «۲»: فلز D نقش آند را ایفا می‌کند، پس نیم‌واکنش این الکترود، به صورت اکسایش است: $D(s) \rightarrow D^{2+}(aq) + 2e^-$

گزینهٔ «۳»: با توجه به اطلاعات داده شده می‌توان نوشت:

$$emf = E^\circ_{\text{کاتد}} - E^\circ_{\text{آند}}$$

$$\Rightarrow emf = (+0/34) - (-1/18) = 1/52V$$

گزینهٔ «۴»: جهت حرکت الکترون‌ها در مدار بیرونی همواره از سمت الکترود آند به سمت الکترود کاتد است؛ بنابراین جهت حرکت الکترون در مدار بیرونی در این سلول از سمت الکترود D به سمت الکترود M است.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۴۴ تا ۴۸)

۶۴- **گزینهٔ «۲»** *(مشابه نهایی- مرداد ۱۴۰۳)*

برای این که فلزی به عنوان محافظ کاتدی فلز دیگر قرار گیرد، می‌بایست پتانسیل کاهشی استاندارد منفی‌تری نسبت به فلز محافظت شده داشته باشد.

در میان فلزهای جدول داده شده، فلزهای منیزیم و آلومینیم، پتانسیل کاهشی استاندارد منفی‌تری نسبت به فلز آهن دارند، پس از آن‌ها به عنوان محافظ می‌توان در موقعیت M استفاده کرد.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۵۸ و ۵۹)

۶۵- **گزینهٔ «۴»** *(مشابه نهایی- خرداد ۱۴۰۳)*

آب خالص رسانایی الکتریکی ضعیفی دارد و با افزودن مقدار کمی الکترولیت (مانند نمک خوراکی) به آن باعث افزایش رسانش الکتریکی آن و در نتیجه بهتر انجام شدن برقکافت می‌شود.

(شیمی ۳- ترکیبی؛ صفحه‌های ۴، ۵، ۴۰، ۵۴ و ۵۵)

۶۶- **گزینهٔ «۱»** *(مشابه نهایی- خرداد ۱۴۰۳)*

ابتدا با استفاده از معادلهٔ واکنش، غلظت سدیم هیدروکسید را محاسبه کرده و سپس به محاسبهٔ pH می‌پردازیم:

$$?\,mol\,NaOH = 0/5\,mol\,RCOONa$$

$$\times \frac{1\,mol\,NaOH}{1\,mol\,RCOONa} = 0/5\,mol\,NaOH$$

$$[NaOH] = \frac{0/5}{2} = \frac{1}{4} \xrightarrow{[OH^-]=[NaOH]}$$

$$[OH^-] = \frac{1}{4} \xrightarrow{[H^+][OH^-]=10^{-14}} [H^+] = 4\times10^{-14}\,mol.L^{-1}$$

$$pH = -\log[H^+]$$

$$\Rightarrow pH = -\log(4\times10^{-14}) = 14 - \log 4 = 13/4$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۲۵، ۲۶ و ۳۱)

۶۷- **گزینهٔ «۱»** *(مشابه نهایی- خرداد ۱۴۰۳)*

معادلهٔ موازنه شدهٔ واکنش به صورت «$2CH_3OH(l) + 3O_2(g) \rightarrow 2CO_2(g) + 4H_2O(l)$» است. در این معادله، یون هیدرونیوم وجود ندارد؛ بنابراین ضریب استوکیومتری a در معادلهٔ کلی سلول وجود ندارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۲»: در ترکیب CH_3OH اگر عدد اکسایش کربن را x در نظر بگیریم، می‌توان نوشت: $x + 3 - 2 + 1 = 0 \Rightarrow x = -2$

گزینهٔ «۳»: در معادلهٔ موازنه شدهٔ نیم‌واکنش اکسایش، به ازای تولید هر مول کربن دی‌اکسید، ۶ مول الکترون آزاد می‌شود، پس در معادلهٔ موازنه شدهٔ واکنش سلول نیز به همین میزان الکترون به ازای تولید هر مول کربن دی‌اکسید مبادله خواهد شد.

novinkonkor.com

گزینهٔ «۴»: با توجه به نیم‌واکنش‌های داده شده می‌توان نوشت:

$$emf = E^{\circ}_{\text{کاتد}} - E^{\circ}_{\text{آند}}$$

$$\Rightarrow emf = (+۱/۲۳) - (-۰/۰۲) = ۱/۲۵V$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی: صفحه‌های ۴۸ و ۵۰ تا ۵۲)

۶۸- **گزینهٔ «۲»** *(مشابه نهایی- خرداد ۱۴۰۳)*

با توجه به شکل داده شده، کاهندگی فلز A نسبت به فلز C بیشتر و کاهندگی فلز B نسبت به فلز C کمتر است، پس کاهندگی فلز A نسبت به فلز B بیشتر است؛ بنابراین اگر محلولی از نمک B در ظرفی از فلز A قرار گیرد، فلز A اکسید شده و دمای محلول افزایش می‌یابد.

در شکل (۱) درون سوال نیز اکسیژن در حضور آب، مطابق معادلهٔ $O_۲(g) + ۲H_۲O(l) + ۴e^- \rightarrow ۴OH^-(aq)$ کاهش یافته و یون هیدروکسید تولید می‌کند.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی: صفحه‌های ۵۷ و ۵۹)

۶۹- **گزینهٔ «۳»** *(مشابه نهایی- دی ۱۴۰۲)*

عبارت‌های (الف)، (ب) و (پ) درست هستند.

بررسی عبارت (ت):

ثابت یونش یک واکنش تعادلی، تنها به دما وابسته است و در دمای معین، همواره مقداری ثابت بوده و مستقل از غلظت واکنش‌دهنده‌ها یا فراورده‌ها است.

(شیمی ۳- ترکیبی: صفحه‌های ۱۵، ۱۶، ۲۲ و ۵۱ تا ۵۳)

۷۰- **گزینهٔ «۴»** *(مشابه نهایی- دی ۱۴۰۲)*

صابون جامد در ظرفی که آب مقطر وجود دارد، بیشتر کف می‌کند. زیرا یون‌های سخت ($Mg^{۲+}$ و $Ca^{۲+}$) کمتری در آن است. در آب دریا یون‌های بیشتری نسبت به آب مقطر وجود دارد پس رسانایی الکتریکی در آن بیشتر است.

همهٔ عبارت‌های داده شده، درست هستند.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی: صفحه‌های ۹، ۱۰ و ۱۱)

۷۱- **گزینهٔ «۴»** *(مشابه نهایی- دی ۱۴۰۲)*

برای حفاظت کاتدی باید از فلزی با پتانسیل کاهشی استاندارد منفی‌تر نسبت به فلز اصلی استفاده کرد. با توجه به جدول داده شده، پتانسیل کاهشی استاندارد فلز نقره نسبت به فلز کروم مثبت‌تر است، پس نقره نمی‌تواند نقش محافظ کاتدی فلز کروم را ایفا کند.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی: صفحه‌های ۵۷ و ۵۸)

۷۲- **گزینهٔ «۱»** *(مشابه نهایی- دی ۱۴۰۲)*

اختلاف پتانسیل هر سلول از کم کردن پتانسیل کاهشی استاندارد آند از پتانسیل کاهشی استاندارد کاتد به دست می‌آید. در نوشتن نام یک سلول گالوانی به صورت استاندارد به زبان فارسی، الکترود آند در سمت راست و الکترود کاتد در سمت چپ نوشته می‌شود، پس در سلول گالوانی (روی – فلز X)، الکترود روی، آند و الکترود فلز X، کاتد است.

$$(emf = E^{\circ}_{\text{کاتد}} - E^{\circ}_{\text{آند}} \Rightarrow ۱/۱ = E^{\circ}_{X} - E^{\circ}_{Zn})$$

همچنین در سلول گالوانی (نیکل – فلز X)، الکترود نیکل، آند و الکترود فلز X، کاتد است.

$$(emf = E^{\circ}_{\text{کاتد}} - E^{\circ}_{\text{آند}} \Rightarrow ۰/۵۹ = E^{\circ}_{X} - E^{\circ}_{Ni})$$

دو معادله را از هم کم می‌کنیم:

$$۱/۱ - ۰/۵۹ = -E^{\circ}_{Zn} + E^{\circ}_{Ni} \Rightarrow E^{\circ}_{Ni} - E^{\circ}_{Zn} = ۰/۵۱V$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی: صفحه‌های ۴۶، ۴۷ و ۴۸)

۷۳- **گزینهٔ «۱»** *(مشابه نهایی- شهریور ۱۴۰۲)*

صابون ماده‌ای است که هم در آب و هم در روغن حل می‌شود، اما مخلوط آب، روغن و صابون نوعی کلوئید محسوب می‌شود.

(شیمی ۳- ترکیبی: صفحه‌های ۷، ۱۲، ۲۸، ۲۹ و ۶۱)

۷۴- **گزینهٔ «۲»** *(مشابه نهایی- شهریور ۱۴۰۲)*

معادلهٔ یونش محلول نیترو اسید به صورت

« $HNO_۲(aq) \rightleftharpoons NO_۲^-(aq) + H^+(aq)$ » است؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$K_a = \frac{[NO_۲^-][H^+]}{[HNO_۲]} \Rightarrow ۴/۵\times۱۰^{-۴} = \frac{(۰/۰۳\div۲)(۰/۰۳\div۲)}{[HNO_۲]}$$

$$\Rightarrow [HNO_۲] = ۰/۵\,mol.L^{-۱}$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۳)

novinkonkor.com

۷۵- **گزینهٔ «۳»** *(مشابه نوایی- شهریور ۱۴۰۲)*

در فرایند خوردگی آهن سفید، فلز روی نقش محافظ کاتدی را داشته و به جای فلز آهن در نیم‌واکنش اکسایش شرکت می‌کند، پس می‌توان نوشت:

$$emf = E^{\circ}_{\text{کاتد}} - E^{\circ}_{\text{آند}}$$

$$\Rightarrow emf = (+۰/۴) - (-۰/۷۶) = ۱/۱۶\,V$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۵۷، ۵۸ و ۵۹)

۷۶- **گزینهٔ «۳»** *(مشابه نوایی- شهریور ۱۴۰۲)*

اگر درصد یونش اسید HA برابر با یک باشد، پس درجهٔ یونش آن برابر با یک صدم است، پس می‌توان نوشت:

$$[H^+] = M.\alpha \xrightarrow{[H^+]=۱۰^{-pH}} ۱۰^{-۴} = M \times ۱۰^{-۲}$$

$$\Rightarrow M = ۱۰^{-۲}\,mol.L^{-۱} \Rightarrow n = ۲$$

$$[H^+][OH^-] = ۱۰^{-۱۴} \Rightarrow [OH^-] = \frac{۱۰^{-۱۴}}{۱۰^{-۴}} = ۱۰^{-۱۰}\,mol.L^{-۱}$$

$$\Rightarrow \frac{[H^+]}{[OH^-]} = \frac{۱۰^{-۴}}{۱۰^{-۱۰}} = ۱۰^{۶}$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۹، ۲۵ و ۲۶)

۷۷- **گزینهٔ «۱»** *(مشابه نوایی- خرداد ۱۴۰۲)*

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینهٔ «۲»: در آبکاری یک قطعه، فلز روکش را به قطب مثبت (آند) سلول متصل می‌کنند.

گزینهٔ «۳»: به موادی که انحلال آنها در آب به شکل مولکولی است، غیرالکترولیت گفته می‌شود.

گزینهٔ «۴»: هر سلول گالوانی ولتاژ معینی دارد که با تغییر هر یک از اجزای سلول، ولتاژ تغییر می‌کند.

(شیمی ۳- ترکیبی؛ صفحه‌های ۵، ۶، ۱۷، ۴۶، ۶۰ و ۶۲)

۷۸- **گزینهٔ «۲»** *(مشابه نوایی- خرداد ۱۴۰۲)*

مخلوط ناهمگن حاصل از حلال‌های S و A و مادهٔ C یک کلوئید پایدار است، پس مادهٔ C هم در حلال S و هم در حلال A قابلیت انحلال دارد. مادهٔ C می‌تواند یک نمک اسید چرب باشد، زیرا صابون‌ها هم قابلیت انحلال در حلال‌های آلی (به دلیل زنجیر(دم) هیدروکربنی) و هم قابلیت انحلال در حلال آبی (به دلیل سر آبدوست (گروه کربوکسیلات)) را دارند. اما مخلوط دو مادهٔ S و A نمی‌تواند یک کلوئید پایدار باشد، زیرا دو ماده در یکدیگر امکان مخلوط شدن نداشته و پایدار نیستند. (مانند اختلاط روغن در آب)

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۵ تا ۷)

۷۹- **گزینهٔ «۱»** *(مشابه نوایی- خرداد ۱۴۰۲)*

کربن ستاره‌دار شده در مولکول (a)، به دو اتم اکسیژن و یک اتم کربن دیگر متصل شده است. اتم اکسیژن به علت داشتن خصلت نافلزی بیشتر از اتم کربن، جفت الکترون پیوندی را به سمت خود می‌کشد و کربن دیگر هم به علت داشتن خصلت نافلزی یکسان نصف جفت الکترون پیوندی را به سمت خود می‌کشد. در نتیجه عدد اکسایشی آن ۳+ خواهد شد. $(۴-۱=+۳)$. کربن ستاره‌دار شده در مولکول (b)، به سه اتم هیدروژن و یک اتم کربن دیگر متصل شده است. اتم هیدروژن به علت داشتن خصلت نافلزی کمتر از اتم کربن، هیچ سهمی از جفت الکترون پیوندی نبرده و کربن دیگر به علت داشتن خصلت نافلزی یکسان نصف جفت الکترون پیوندی را به سمت خود می‌کشد . در نتیجه عدد اکسایشی آن ۳- خواهد شد. $(۴-۷=-۳)$.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحهٔ ۵۲)

۸۰- **گزینهٔ «۳»** *(مشابه نوایی- خرداد ۱۴۰۲)*

با توجه به اینکه باریم هیدروکسید یک باز قوی بوده و به ازای هر مول آن، دو مول یون هیدروکسید تولید می‌شود، پس غلظت یون هیدروکسید در محلول اولیه برابر با ۰/۰۲ مول بر لیتر است؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$n(OH^-) = ۰/۰۲ \times ۰/۵ = ۰/۰۱\,mol$$

$$\Rightarrow [OH^-]_۲ = \frac{۰/۰۱}{۲} = ۵ \times ۱۰^{-۳}\,mol.L^{-۱}$$

$$[H^+][OH^-] = ۱۰^{-۱۴} \Rightarrow [H^+] = \frac{۱۰^{-۱۴}}{۵ \times ۱۰^{-۳}} = ۲ \times ۱۰^{-۱۲}\,mol.L^{-۱}$$

$$\xrightarrow{pH=-\log[H^+]} pH = ۱۲ - \log ۲ = ۱۱/۷$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۲۵، ۲۶ تا ۳۰)

novinkonkor.com

نوین کنکور

آدرس وب سایت ما

novinkonkor.com

نوین کنکور
در شبکه های اجتماعی

novinkonkor

@novinkonkor

۰۹۳۸۲۵۱۶۷۴۷

نوین کنکور مرجع کنکور و امتحان نهایی