

|                                                                                                  |                         |                     |                      |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------|---------------------|----------------------|
| سؤالات آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته                                                            | تعداد صفحه : ۲          | رشته: ریاضی و فیزیک | ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح |
| دوازدهم                                                                                          | تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۰۹ | نام و نام خانوادگی: | مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و اینترگر داخل و خارج کشور دیماه ۱۴۰۳ |                         |                     |                      |
| مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش<br>azmoon.medu.gov.ir                             |                         |                     |                      |

| ردیف | سوالات (پاسخ برگ دارد - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.)                                                                                                                                                                                                                                                                                       | نمره |
|------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| ۱    | جملات زیر را با نوشتن عدد مناسب در جای خالی تکمیل کنید.<br>الف) اگر $a, b$ دو عدد طبیعی بزرگتر از یک باشند و $b \mid 27, a \mid 9$ آنگاه $a = \dots$ است.<br>ب) اگر در گراف $G$ از مرتبه ۷ داشته باشیم $\gamma(G) = 1$ در این صورت $\Delta(G)$ برابر با ..... است.<br>پ) مجموع درایه های ستون دوم یک مربع لاتین مرتبه ۴ برابر با ..... است.         | ۰/۷۵ |
| ۲    | درستی یا نادرستی گزاره های زیر را مشخص کنید.<br>الف) گراف ساده با درجه رئوس ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ وجود ندارد.<br>ب) اگر $\alpha, \beta$ دو عدد گنگ غیر مساوی باشند، حاصل $\frac{\alpha + \beta}{2\beta}$ عددی گنگ است.<br>پ) تعداد توابع یک به یک از یک مجموعه ۴ عضوی به یک مجموعه ۶ عضوی برابر با ۱۵ است.                                              | ۰/۷۵ |
| ۳    | اگر $a \neq 0$ عددی صحیح و $2a \mid 5m - 2, 2a \mid 3m - 4$ جوابهای صحیح $a$ را مشخص کنید؟ $(m \in \mathbb{Z})$                                                                                                                                                                                                                                     | ۱/۵  |
| ۴    | اگر $m, n$ دو عدد طبیعی و $a, b$ دو عدد صحیح باشند و $a \equiv b^m$ نشان دهید، $a^n \equiv b^n$ .                                                                                                                                                                                                                                                   | ۱    |
| ۵    | برای دو عدد حقیقی $x, y$ نشان دهید: $3x^2 + y^2 \geq 6x - 3$                                                                                                                                                                                                                                                                                        | ۱/۲۵ |
| ۶    | اگر $a, b$ دو عدد صحیح باشند و $5ab$ عددی فرد باشد، ثابت کنید حاصل $a^2 + b^2$ عددی زوج است.                                                                                                                                                                                                                                                        | ۱/۲۵ |
| ۷    | شخصی در یک مسابقه پرتاب دارت، در هر پرتاب ۷ یا ۹ امتیاز و در مجموع ۱۸۳ امتیاز کسب کرده است. حداکثر تعداد پرتابهای ۹ امتیازی او چندتاست؟                                                                                                                                                                                                             | ۱/۵  |
| ۸    | گراف $G$ با مجموعه رئوس $V(G) = \{a, b, c, d, e\}$ مفروض است. اگر داشته باشیم:<br>$N_G(d) = \{a, b, c\}, N_G(c) = \{d, b\}, N_G(b) = \{a, d, c\}$<br>الف) گراف $G$ را رسم کنید.<br>ب) یک دور به طول ۴ از گراف $G$ بنویسید.<br>پ) دو زیر گراف از مرتبه ۳ و اندازه ۳ از گراف $G$ رسم کنید.<br>ت) حاصل $\Delta(\bar{G}) + q(\bar{G})$ را به دست آورید. | ۲    |
| ۹    | مجموع درجات گراف برابر ۲۴ است. اگر ۳ یال به یالهای گراف $G$ اضافه کنیم، گراف حاصل، گراف کامل می شود.<br>مرتبه گراف $G$ چقدر است؟                                                                                                                                                                                                                    | ۱    |

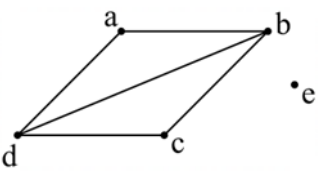
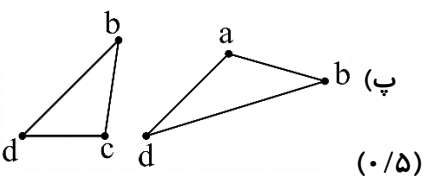
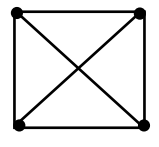
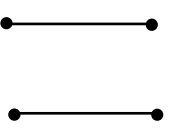
|                                                                                                  |                         |                                                                      |                      |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------|----------------------------------------------------------------------|----------------------|
| سؤالات آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته                                                            | تعداد صفحه : ۲          | رشته: ریاضی و فیزیک                                                  | ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح |
| دوازدهم                                                                                          | تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۰۹ | نام و نام خانوادگی:                                                  | مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و اینترگر داخل و خارج کشور دیماه ۱۴۰۳ |                         | مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش<br>azmoon.medu.gov.ir |                      |

| ردیف        | سوالات (پاسخ برگ دارد - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.)                                                                                                                                                                                                                             | نمره     |
|-------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|
| ۱۰          | یک گراف ۴ راسی غیر تهی $k$ - منتظم رسم کنید که :<br>(الف) $k$ بیشترین مقدار ممکن را داشته باشد.<br>(ب) $k$ کمترین مقدار ممکن را داشته باشد.                                                                                                                                               | ۱        |
| ۱۱          | (الف) یک مجموعهٔ احاطه گر مینیمال ۳ عضوی از گراف مقابل را بنویسید.<br>(ب) عدد احاطه گری گراف مقابل را با ذکر دلیل تعیین کنید.                                                                                                                                                             | ۱/۵      |
| ۱۲          | به چند طریق می توان ۶ نفر را در سه اتاق ۳، ۲، ۱ نفره اسکان داد؟                                                                                                                                                                                                                           | ۰/۷۵     |
| ۱۳          | معادله $X_1 + 2\sqrt{X_2} + X_3 + X_4 = 5$ چند جواب صحیح نامنفی دارد؟                                                                                                                                                                                                                     | ۱/۷۵     |
| ۱۴          | (الف) یک مربع لاتین چرخشی مرتبه ۴ بنویسید و آن را $A$ بنامید.<br>(ب) مربع لاتین حاصل از جایگشت $\begin{pmatrix} 1 \rightarrow 4 \\ 2 \rightarrow 3 \\ 3 \rightarrow 2 \\ 4 \rightarrow 1 \end{pmatrix}$ را روی مربع لاتین $A$ بسازید و آن را $B$ بنامید.<br>(پ) آیا $A, B$ متعامدند؟ چرا؟ | ۱        |
| ۱۵          | در بین اعداد مجموعه $\{n \in \mathbb{N} \mid 1 \leq n \leq 400\}$ چند عدد وجود دارد که بر هیچ یک از اعداد ۶ و ۴ بخش پذیر نباشند.                                                                                                                                                          | ۱/۵      |
| ۱۶          | ۱۳ نقطه درون یک مستطیل $4 \times 3$ قرار دارند. نشان دهید، حداقل ۲ نقطه از این ۱۳ نقطه وجود دارد که فاصله آنها از هم، کمتر از $\sqrt{2}$ است.                                                                                                                                             | ۱/۵      |
| موفق باشید  |                                                                                                                                                                                                                                                                                           | جمع نمره |
| صفحه ۲ از ۲ |                                                                                                                                                                                                                                                                                           | ۲۰       |

|                                                                                                  |  |                                                                      |                      |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------|--|----------------------------------------------------------------------|----------------------|
| راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته                                                     |  | رشته: ریاضی و فیزیک                                                  |                      |
| دوازدهم                                                                                          |  | تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۹                                               | ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و اینترنر داخل و خارج کشور دیماه ۱۴۰۳ |  | مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش<br>azmoon.medu.gov.ir |                      |
|                                                                                                  |  |                                                                      |                      |

| ردیف | راهنمای تصحیح                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | نمره |
|------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| ۱    | الف) $a=3$ (۰/۲۵)      ب) $\Delta(G)=6$ (۰/۲۵)      پ) $10$ (۰/۲۵)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | ۰/۲۵ |
| ۲    | الف) (۰/۲۵) درست      ب) (۰/۲۵) نادرست      پ) (۰/۲۵) نادرست                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | ۰/۲۵ |
| ۳    | $2a \mid 5m-2 \xrightarrow{\times 3} 2a \mid 15m-6 \quad (۰/۲۵) \quad \Rightarrow 2a \mid 14 \quad (۰/۲۵) \rightarrow a \mid 7 \quad (۰/۲۵)$ $2a \mid 3m-4 \xrightarrow{\times 5} 2a \mid 15m-20 \quad (۰/۲۵)$ $\Rightarrow a = \pm 1, \pm 7 \quad (۰/۵)$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | ۱/۵  |
| ۴    | $a \equiv b \Rightarrow m \mid a-b \quad (۰/۲۵) \Rightarrow m \mid (a-b)(a^{n-1}+ba^{n-2}+\dots+b^{n-1}) \quad (۰/۵) \Rightarrow m \mid a^n-b^n \Rightarrow a^n \equiv b^n \quad (۰/۲۵)$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | ۱    |
| ۵    | $3x^2+y^2 \geq 6x-3 \Leftrightarrow 3x^2-6x+3+y^2 \geq 0 \quad (۰/۲۵) \Leftrightarrow 3(x-1)^2+y^2 \geq 0 \quad (۰/۵)$ <p>نامساوی همواره برقرار است. (۰/۲۵) ( ذکر برگشت پذیر بودن نامساویها (۰/۲۵) )</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | ۱/۲۵ |
| ۶    | $5ab \Rightarrow ab \quad (۰/۲۵) \Rightarrow a, b \text{ هر دو فرد } (۰/۲۵) \Rightarrow (2k+1)^2 + (2k'+1)^2 =$ $4k^2+4k+1+4k'^2+4k'+1 = 2 \left( \underbrace{2k^2+2k+2k'^2+2k'+1}_q \right) \quad (۰/۵)$ $a^2+b^2=2q \quad (۰/۲۵)$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | ۱/۲۵ |
| ۷    | <p>روش اول :</p> $7x+9y=183 \rightarrow 7x \equiv 183 \equiv 3 \quad (۰/۲۵) \xrightarrow{+18} 7x \equiv 21 \xrightarrow{\div 7} x \equiv 3 \quad (۰/۲۵)$ $\Rightarrow x=9k+3 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow 7(9k+3)+9y=183 \quad (۰/۲۵) \rightarrow y=18-7k \quad (۰/۲۵)$ <p>حداکثر تعداد پرتابه‌های ۹ امتیازی (۰/۲۵) <math>k=0 \Rightarrow y=18</math></p> <p>روش دوم :</p> $7x+9y=183 \rightarrow 9y \equiv 183 \equiv 1 \quad (۰/۲۵) \xrightarrow{+35} 9y \equiv 36 \xrightarrow{\div 9} y \equiv 4 \quad (۰/۲۵)$ $\Rightarrow y=7k+4 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow 7x+9(7k+4)=183 \quad (۰/۲۵) \rightarrow x=21-9k \quad (۰/۲۵)$ <p>حداکثر تعداد پرتابه‌های ۹ امتیازی (۰/۲۵) <math>k=2 \Rightarrow y=18</math></p> | ۱/۵  |

|                                                                                                  |  |                                                |                      |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------|--|------------------------------------------------|----------------------|
| راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته                                                     |  | رشته: ریاضی و فیزیک                            |                      |
| دوازدهم                                                                                          |  | تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۹                         | ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح |
| مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه                                                                             |  | مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش |                      |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و اینترگر داخل و خارج کشور دیماه ۱۴۰۳ |  | azmoon.medu.gov.ir                             |                      |
|                                                                                                  |  |                                                |                      |

| ردیف | راهنمای تصحیح                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | نمره |
|------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| ۸    | <p>(الف) (۰/۵)</p>  <p>(ب) (۰/۵)</p>  <p>(ت) (۰/۵) <math>4 + 5 = 9</math></p>                                                                                                                                                                               | ۲    |
| ۹    | $2q = 24 \quad (۰/۲۵) \rightarrow q = 12 \Rightarrow 15 = \frac{n(n-1)}{2} \quad (۰/۵) \Rightarrow n(n-1) = 30 \Rightarrow n = 6 \quad (۰/۲۵)$                                                                                                                                                                                                                                                                                 | ۱    |
| ۱۰   | <p>(الف) (۰/۵)</p>  <p>(ب) (۰/۵)</p>                                                                                                                                                                                                                     | ۱    |
| ۱۱   | <p>(الف) (۰/۵) <math>D = \{e, b, h\}</math> (به مجموعه های مینیمال سه عضوی دیگر بارم تعلق گیرد)</p> <p>(ب) (۰/۵) <math>\gamma(G) \geq \left\lceil \frac{n}{\Delta+1} \right\rceil \Rightarrow \gamma(G) \geq \left\lceil \frac{9}{4+1} \right\rceil = 2</math> (لذا عدد احاطه گری بزرگتر یا مساوی ۲ است. از طرفی مجموعه <math>D = \{g, b\}</math> (۰/۲۵) یک مجموعه احاطه گر است. پس: <math>\gamma(G) = 2</math> (۰/۲۵))</p>    | ۱/۵  |
| ۱۲   | <p>روش اول: <math>\frac{6! \cdot (۰/۲۵)}{2! \cdot (۰/۲۵) \times 3! \cdot (۰/۲۵)} = 60</math></p> <p>روش دوم: <math>\binom{6}{3} \times \binom{3}{2} \times \binom{1}{1} = 60</math> (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)</p>                                                                                                                                                                                                                   | ۰/۷۵ |
| ۱۳   | <p><math>x_r = 0 \rightarrow x_l + x_r + x_f = 5 \quad (۰/۲۵) \rightarrow \binom{5+3-1}{3-1} = 21 \quad (۰/۲۵)</math></p> <p><math>x_r = 1 \rightarrow x_l + x_r + x_f = 3 \quad (۰/۲۵) \rightarrow \binom{3+3-1}{3-1} = 10 \quad (۰/۲۵)</math></p> <p><math>x_r = 4 \rightarrow x_l + x_r + x_f = 1 \quad (۰/۲۵) \rightarrow \binom{1+3-1}{3-1} = 3 \quad (۰/۲۵)</math></p> <p><math>21 + 10 + 3 = 34 \quad (۰/۲۵)</math></p> | ۱/۷۵ |

|                                                                                                  |  |                                                                      |                      |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------|--|----------------------------------------------------------------------|----------------------|
| راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته                                                     |  | رشته: ریاضی و فیزیک                                                  |                      |
| دوازدهم                                                                                          |  | تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۹                                               | ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و اینترگر داخل و خارج کشور دیماه ۱۴۰۳ |  | مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش<br>azmoon.medu.gov.ir |                      |
|                                                                                                  |  |                                                                      |                      |

| ردیف | راهنمای تصحیح                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | نمره |
|------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| ۱۴   | <p>الف) <math>A = \begin{pmatrix} 1 &amp; 2 &amp; 3 &amp; 4 \\ 4 &amp; 1 &amp; 2 &amp; 3 \\ 3 &amp; 4 &amp; 1 &amp; 2 \\ 2 &amp; 3 &amp; 4 &amp; 1 \end{pmatrix}</math> (۰/۲۵)</p> <p>ب) <math>B = \begin{pmatrix} 4 &amp; 3 &amp; 2 &amp; 1 \\ 1 &amp; 4 &amp; 3 &amp; 2 \\ 2 &amp; 1 &amp; 4 &amp; 3 \\ 3 &amp; 2 &amp; 1 &amp; 4 \end{pmatrix}</math> (۰/۲۵) <math>\Rightarrow</math> <math>\begin{pmatrix} 14 &amp; 23 &amp; 32 &amp; 41 \\ 41 &amp; 14 &amp; 23 &amp; 32 \\ 32 &amp; 41 &amp; 14 &amp; 23 \\ 23 &amp; 32 &amp; 41 &amp; 14 \end{pmatrix}</math></p> <p>پ) خیر - (۰/۲۵) زیرا مربع لاتین ادغام شده، دارای درایه های تکراری است. (۰/۲۵)</p> | ۱    |
| ۱۵   | <p><math>A = \{n \in \mathbb{N} \mid 6 \mid n\} \Rightarrow  A  = \left[ \frac{400}{6} \right] = 66</math> (۰/۲۵)</p> <p><math>B = \{n \in \mathbb{N} \mid 4 \mid n\} \Rightarrow  B  = \left[ \frac{400}{4} \right] = 100</math> (۰/۲۵)</p> <p><math>A \cap B = \{n \in \mathbb{N} \mid 12 \mid n\} \Rightarrow  A \cap B  = \left[ \frac{400}{12} \right] = 33</math> (۰/۵)</p> <p><math> A \cap B  =  S  - ( A  +  B  -  A \cap B )</math> (۰/۲۵) <math>= 400 - (66 + 100 - 33) = 267</math> (۰/۲۵)</p>                                                                                                                                                    | ۱/۵  |
| ۱۶   | <p>مستطیل را به ۱۲ خانه مربع شکل <math>1 \times 1</math> تقسیم می کنیم (۰/۲۵).</p> <p>۱۳ نقطه را تعداد کبوترها (۰/۲۵) و ۱۲ خانه را تعداد لانه ها (۰/۲۵)</p> <p>در نظر می گیریم. بنا به اصل لانه کبوتری (۰/۲۵) چون تعداد کبوترها از یک برابر تعداد لانه ها ۱ واحد بیشتر است، لذا خانه ی وجود دارد که شامل بیش از یک کبوتر است. در هر خانه مربع شکل حداکثر فاصله نقاط برابر قطر مربع یعنی <math>\sqrt{2}</math> است. <math>AB &lt; d = \sqrt{2}</math> (۰/۵)</p>                                                                                                                                                                                                | ۱/۵  |
|      | جمع                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | ۲۰   |