

سؤالات آزمون نهایی درس: هندسه (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	تعداد صفحه: ۲	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح
دوازدهم	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۱۷	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه و بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایتارگران و داوطلبان آزاد - دی ماه ۱۴۰۳			
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir			

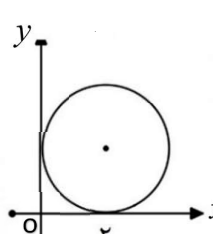
ردیف	سؤالات (پاسخ برگ دارد)	نمره
------	------------------------	------

استفاده از ماشین حساب ساده (چهار عمل اصلی و بدون حافظه) مجاز است

سؤالات فصل اول

۱	الف) اگر در ماتریس A تعداد سطرها با تعداد ستونها برابر باشد، ماتریس A را مربعی می‌نامیم. (درست - نادرست) ب) $A = \begin{bmatrix} m & 2-m \\ 0 & n \end{bmatrix}$ یک ماتریس اسکالر است. مقدار عددی n برابر می‌باشد. پ) دترمینان ماتریس مربعی A برابر ۲ می‌باشد. در این صورت مقدار $ A^{-1} $ برابر است. گزینه درست قسمت (ت) را در پاسخ برگ بنویسید. ت) مقدار عددی $a_{۲۳}$ در ماتریس $A = [i - j]_{۳ \times ۳}$ کدام است؟ ☐ ۱ ☐ -۱	۱
۲	با فرض $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ ماتریس $A^{۴۹}$ را محاسبه کنید.	۱/۵
۳	دترمینان ماتریس $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 4 \\ -3 & 4 & 1 \end{bmatrix}$ را برحسب ستون اول به دست آورید.	۱
۴	نشان دهید ماتریس $A = \begin{bmatrix} 2A & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ وارون پذیر نیست.	۱
۵	$A = \begin{bmatrix} m-1 & 1 \\ 2 & m \end{bmatrix}$ ماتریس ضرایب و $B = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$ ماتریس معلومات یک دستگاه خطی هستند. دستگاه معادلات را تشکیل دهید و مقدار m را طوری تعیین کنید که دستگاه بی‌شمار جواب داشته باشد.	۱/۵

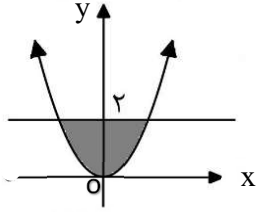
سؤالات فصل دوم

۶	الف) هرگاه دو خط d و l موازی باشند، از دوران d حول l سطحی ایجاد می‌شود که آن را یک سطح می‌نامیم. ب) نقطه دلخواه M در صفحه بیضی مفروض است. اگر مجموع فاصله‌های نقطه مورد نظر از دو کانون بیضی، بیشتر از اندازه قطر بزرگ بیضی باشد، آنگاه نقطه M در درون بیضی قرار دارد. (درست - نادرست)	۰/۵
۷	نقاط A و B و C در یک صفحه مفروض‌اند. نقطه‌ای بیابید که از نقاط A و B به یک فاصله بوده و از نقطه C به فاصله ۲ سانتی‌متر باشد (در مورد تعداد جواب‌ها ی ممکن بحث کنید).	۱/۵
۸	در شکل مقابل، دایره $C(M, R)$ بر محورهای مختصات مماس است. مختصات مرکز و اندازه شعاع دایره را بیابید و سپس معادله ضمنی دایره را بنویسید.	۱/۲۵
		
صفحه ۱ از ۲		

سؤالات آزمون نهایی درس: هندسه (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	تعداد صفحه: ۲	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح
دوازدهم	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۱۷	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه و بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد - دی ماه ۱۴۰۳			
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir			

ردیف	سؤالات (پاسخ برگ دارد)	نمره
۹	وضعیت خط به معادله $X + Y = 4$ و دایره به معادله $X^2 + Y^2 = 4$ را نسبت به هم مشخص کنید.	۱/۲۵
۱۰	در بیضی فاصله یک کانون از نزدیک ترین رأس برابر ۲ و اندازه قطر کوچک بیضی برابر ۸ است. مقدار خروج از مرکز بیضی را تعیین کنید.	۱/۵
۱۱	سهمی به معادله $Y^2 = -2X - 4Y$ مفروض است. (الف) معادله متعارف (استاندارد) سهمی را بنویسید. (ب) مختصات رأس و معادله خط هادی سهمی را به دست آورید.	۱/۲۵
۱۲	نقطه دلخواه M روی سهمی مفروض است. ثابت کنید هر دایره به مرکز M که از کانون سهمی بگذرد، بر خط هادی سهمی مماس است.	۰/۷۵

سؤالات فصل سوم

۱۳	حاصل هر کدام از عبارات گروه A را از گروه B انتخاب کنید. (دو مورد از گروه B اضافی است)	۰/۵														
<table><tr><th colspan="4">گروه B</th><th></th><th colspan="2">گروه A</th></tr><tr><td>$\vec{i}$</td><td>$\vec{k}$</td><td>$\vec{j}$</td><td>$\vec{0}$</td><td></td><td>الف) $(\vec{i} \times \vec{i}) + (\vec{i} \times \vec{j})$</td><td>ب) $(\vec{k} \cdot \vec{k})\vec{i}$</td></tr></table>			گروه B					گروه A		$\vec{i}$	$\vec{k}$	$\vec{j}$	$\vec{0}$		الف) $(\vec{i} \times \vec{i}) + (\vec{i} \times \vec{j})$	ب) $(\vec{k} \cdot \vec{k})\vec{i}$
گروه B					گروه A											
$\vec{i}$	$\vec{k}$	$\vec{j}$	$\vec{0}$		الف) $(\vec{i} \times \vec{i}) + (\vec{i} \times \vec{j})$	ب) $(\vec{k} \cdot \vec{k})\vec{i}$										
۱۴	برای موارد (الف) و (ب) پاسخ صحیح را از گزینه های داده شده انتخاب کنید و در پاسخ برگ بنویسید. (الف) رابطه مربوط به قسمت رنگی کدام است؟  ☐ $x^2 \leq y \leq 2$ ☐ $2 \leq y \leq x^2$ (ب) شرط هم صفحه بودن برای هر سه بردار غیر صفر $\vec{a}$ و $\vec{b}$ و $\vec{c}$ کدام است؟ ☐ $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{0}$ ☐ $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = 0$	۰/۵														
۱۵	بردارهای $\vec{a} = (2, -1, 1)$ و $\vec{b} = \vec{i} - \vec{j}$ مفروض اند. (الف) زاویه بین دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ را به دست آورید. (ب) مختصات بردار عمود بر دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ را بیابید.	۲														
۱۶	بردارهای $\vec{a}$ و $\vec{b}$ به اندازه های ۳ و ۴ با یکدیگر زاویه 30° می سازند. مساحت مثلثی که توسط دو بردار $(-\vec{2a})$ و $(-\vec{b})$ ساخته می شود را محاسبه کنید.	۱/۵														
۱۷	برای هر دو بردار دلخواه $\vec{a}$ و $\vec{b}$ ثابت کنید: $ \vec{a} \times \vec{b} ^2 + (\vec{a} \cdot \vec{b})^2 = \vec{a} ^2 \vec{b} ^2$	۱/۵														
۲۰	موفق باشید	جمع نمره														

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: هندسه (۳)		رشته: ریاضی فیزیک	
دوازدهم		تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۱۷	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح
دانش آموزان روزانه و بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران و داوطلبان آزاد داخل و خارج از کشور - دی ماه ۱۴۰۳		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir	
ردیف	راهنمای تصحیح		
۱	الف) درست (۰/۲۵) ب) ۲ (۰/۲۵) پ) $\frac{1}{2}$ (۰/۲۵) ت) ۱- (۰/۲۵) <u>ص ۱۱</u>		
۲	<u>ص ۲۰</u> $A^2 = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = -I$ (۰/۵) $(A^2)^{2f} = (-I)^{2f} \rightarrow A^{4f} = I^{2f} = I$ (۰/۵) $\rightarrow A^{4f} = A^{4f} \times A = I \times A = A$ (۰/۵)		
۳	<u>ص ۲۸</u> $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 4 \\ -3 & 4 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow A = (-1)^2 \times 2 \times \begin{vmatrix} 0 & 4 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} + (-1)^2 \times 0 \times \begin{vmatrix} -1 & -2 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} + (-1)^2 \times (-3) \times \begin{vmatrix} -1 & -2 \\ 0 & 4 \end{vmatrix} = (-32) + 0 + 12 = (-20)$ (۰/۲۵)		
۴	<u>ص ۳۰ و ۳۳</u> در نتیجه A وارون پذیر نیست. (۰/۲۵) $ A = 2A \times 1 - (0 \times 1) \rightarrow A = 2A $ (۰/۵) $\rightarrow A = 4 A $ (۰/۲۵) $\rightarrow A = 0$ (۰/۲۵)		
۵	<u>ص ۳۱ و ۳۶</u> روش اول: $AX=B \Rightarrow \begin{bmatrix} m-1 & 1 \\ 2 & m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} (m-1)x + y = 2 \\ 2x + my = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{m-1}{2} = \frac{1}{m} = \frac{2}{4} \\ \frac{2m-4}{2} = \frac{4}{4} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2m-4=4 \rightarrow m=2 \\ 2m=4 \rightarrow m=2 \end{cases}$ (۰/۲۵) روش دوم: $\frac{m-1}{2} = \frac{1}{m} = \frac{2}{4} \Rightarrow \frac{m^2-m-2}{2} = 0 \rightarrow \begin{cases} m=-1 \Rightarrow \frac{-2}{2} = \frac{1}{-1} \neq \frac{2}{4} \\ m=2 \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{2}{4} \end{cases}$ (۰/۲۵) $m=2$ (۰/۲۵) قابل قبول است.		
۶	الف) استوانه ای (۰/۲۵) <u>ص ۳۹</u> ب) نادرست (۰/۲۵) <u>ص ۴۷</u>		
۷	<u>ص ۳۹</u> مکان هندسی نقاطی که از دو نقطه‌ی A و B به یک فاصله‌اند، عمودمنصف پاره خط AB (۰/۲۵) و مکان هندسی نقاطی که از نقطه C به فاصله ۲ cm باشند، دایره‌ای به مرکز نقطه C و شعاع ۲ cm است. (۰/۲۵) <u>فصل مشترک دو مکان هندسی مورد نظر جواب مسأله است.</u> (۰/۲۵) الف) اگر عمود منصف پاره خط AB دایره به مرکز C و شعاع ۲ cm را قطع کند، مسأله دو جواب دارد. (۰/۲۵) ب) اگر عمود منصف پاره خط AB دایره به مرکز C و شعاع ۲ cm مماس باشد، مسأله یک جواب دارد. (۰/۲۵) پ) اگر عمود منصف پاره خط AB دایره به مرکز C و شعاع ۲ cm را قطع نکند، مسأله فاقد جواب است. (۰/۲۵) <u>به بحث در حالات مختلف به کمک رسم شکل نیز نمره منظور گردد.</u>		
۸	<u>ص ۴۰ و ۴۱</u> چون دایره بر محورهای مختصات مماس است، پس: $R=2$ (۰/۲۵) $M(2,2)$ (۰/۲۵) $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 4$ (۰/۵) $\rightarrow x^2 + y^2 - 4x - 4y + 4 = 0$ (۰/۲۵)		
صفحه ۱۱ از ۳			

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: هندسه (۳)		رشته: ریاضی فیزیک	
دوازدهم		تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۱۷	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir	
دانش آموزان روزانه و بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران و داوطلبان آزاد داخل و خارج از کشور - دی ماه ۱۴۰۳			
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره	
۹	ص ۴۵ و ۴۶ <u>روش اول:</u> فاصله مرکز دایره از خط مورد نظر $OH = \frac{ x+y-4 }{\sqrt{1^2+1^2}} = \frac{ 0+0-4 }{\sqrt{2}} = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2} \quad (0/5)$ چون $OH > R$. بنابراین خط دایره را قطع نمی کند. (۰/۲۵) <u>روش دوم:</u> $x^2 + y^2 = 4 \rightarrow x^2 + (4-x)^2 = 4 \quad (0/5) \rightarrow 2x^2 - 8x + 12 = 0 \quad (0/25) \rightarrow \Delta = -32 < 0 \quad (0/25)$ معادله جواب ندارد. در نتیجه خط و دایره هیچ نقطه برخوردی ندارند. (۰/۲۵)	۱/۲۵	
۱۰	ص ۴۸ و ۴۹ $a - c = 2 \quad (0/25)$ $a^2 - c^2 = b^2 \rightarrow a^2 - c^2 = 16 \rightarrow (a-c)(a+c) = 16 \rightarrow a+c = 8 \quad (0/5)$ $\begin{cases} a-c=2 \\ a+c=8 \end{cases} \rightarrow a=5, c=3 \quad (0/5) \rightarrow e = \frac{c}{a} = \frac{3}{5} \quad (0/25)$	۱/۵	
۱۱	(الف) $y^2 = -2x - 4y \rightarrow y^2 + 4y + 4 = -2x + 4 \rightarrow (y+2)^2 = -2(x-2) \quad (0/5)$ (ب) ص ۵۴ و ۵۸ $\begin{cases} A(2, -2) \quad (0/25) \\ 4a = 2 \rightarrow a = \frac{1}{2} \quad (0/25) \end{cases} \quad x = \frac{5}{2} \quad (0/25)$	۱/۲۵	
۱۲	از آنجایی که M نقطه ای روی سهمی است، در نتیجه فاصله M از کانون و خط هادی برابر است. (۰/۲۵) پس هر دایره که مرکز آن نقطه M بوده و از کانون بگذرد شعاعی برابر MF خواهد داشت. (۰/۲۵) و بنابراین دایره به مرکز M و شعاع MF برخط هادی سهمی مماس است. (۰/۲۵) ص ۵۸	۰/۷۵	
۱۳	(الف) $\vec{k} \quad (0/25)$ ص ۸۲ (ب) $\vec{i} \quad (0/25)$ ص ۷۹	۰/۵	
۱۴	(الف) $x^2 \leq y \leq 2 \quad (0/25)$ ص ۶۳ (ب) $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = 0 \quad (0/25)$ ص ۸۳ و ۸۴	۰/۵	
	صفحه ۲ از ۳		

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: هندسه (۳)		رشته: ریاضی فیزیک	
دوازدهم	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۱۷	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه و بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینارگران و داوطلبان آزاد داخل و خارج از کشور - دی ماه ۱۴۰۳		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۵	(الف) ص ۷۳ و ۷۴ و ۷۸ $\vec{a} - \vec{b} = (1, 0, 1) \quad (0/25)$ $(\vec{a} - \vec{b}) \cdot \vec{b} = \vec{a} - \vec{b} \cdot \vec{b} \cos \theta \rightarrow 1 = \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \cos \theta \quad (0/25) \rightarrow \cos \theta = \frac{1}{2} \rightarrow \theta = 60^\circ \quad (0/25)$ (ب) ص ۸۴ $\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{vmatrix} = 1\vec{i} + 1\vec{j} - \vec{k} = (1, 1, -1) \quad (0/25)$ پاسخ نهایی به یکی از دو صورت $\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$ یا $(1, 1, -1)$ یا مضاربی از بردار حاصل مورد پذیرش است.	۲
۱۶	ص ۷۴ و ۸۱ و ۸۴ $S = \frac{1}{2} \left \begin{pmatrix} -2\vec{a} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -\vec{b} \end{pmatrix} \right \quad (0/5) \rightarrow S = \frac{1}{2} \times 2 \left \vec{a} \times \vec{b} \right = \left \vec{a} \times \vec{b} \right \quad (0/5)$ $S = \left \vec{a} \right \left \vec{b} \right \sin 30^\circ = 3 \times 4 \times \frac{1}{2} = 6 \quad (0/5)$	۱/۵
۱۷	ص ۷۸ و ۸۱ $\left \vec{a} \times \vec{b} \right ^2 + \left(\vec{a} \cdot \vec{b} \right)^2 = \underbrace{\left \vec{a} \right ^2 \left \vec{b} \right ^2 \sin^2 \theta}_{(0/5)} + \underbrace{\left \vec{a} \right ^2 \left \vec{b} \right ^2 \cos^2 \theta}_{(0/5)} = \underbrace{\left \vec{a} \right ^2 \left \vec{b} \right ^2 (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta)}_{(0/25)} = \underbrace{\left \vec{a} \right ^2 \left \vec{b} \right ^2}_{(0/25)}$	۱/۵
همکاران گرامی، خدا قوت		
جمع نمره		
۲۰		
صفحه ۳ از ۳		