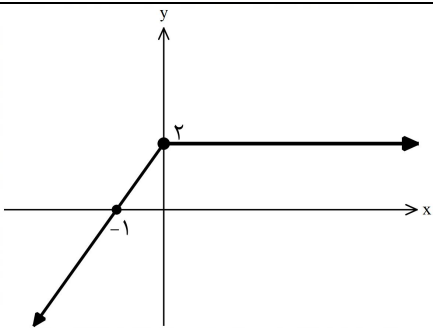
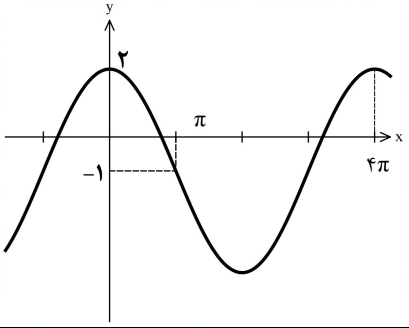


سؤالات آزمون نهایی درس: حسابان ۲	رشته : ریاضی فیزیک	تعداد صفحه : ۲	ساعت شروع : ۱۰:۳۰ صبح
دوازدهم	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۰۳	نام و نام خانوادگی :	مدت آزمون : ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و اینترگر داخل کشوردی ماه ۱۴۰۳		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir	

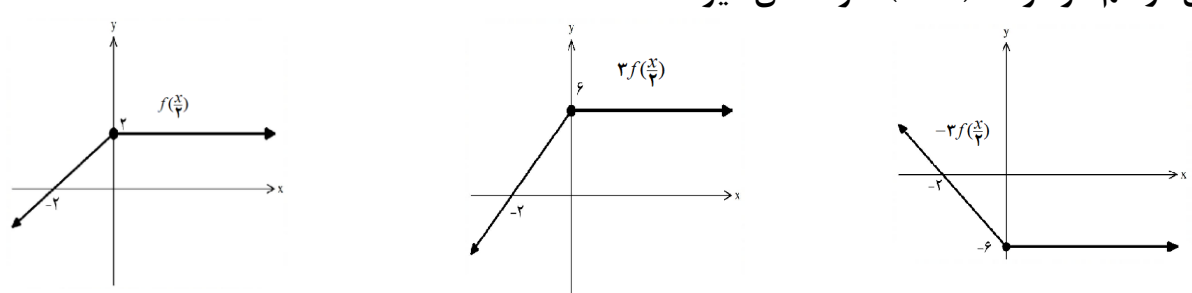
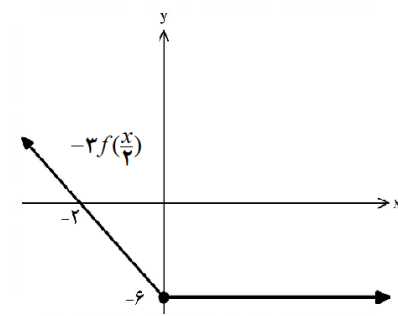
ردیف	سؤالات (پاسخ برگ دارد) (استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است)	نمره
------	--	------

۱	درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید. الف) نقطه $x = 0$ یک نقطه گوشه‌ای تابع $f(x) = \sqrt[3]{x}$ است. ب) تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3 & x \geq 1 \\ 2x & x < 1 \end{cases}$ در نقطه $x = 1$ مشتق پذیر است.	۰/۵
۲	جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید. الف) برد تابع $y = \tan x$ با دامنه $\left\{ \frac{\pi}{2}, \pi \right\} - \left[\frac{\pi}{3}, \pi \right]$ برابر است. ب) مشتق دوم تابع $y = \sin x$ در نقطه $x = \frac{\pi}{2}$ برابر است.	۰/۷۵
۳	نمودار تابع $f(x)$ در شکل مقابل رسم شده است. الف) نمودار تابع $g(x) = -3f\left(\frac{1}{4}x\right)$ را رسم کنید. ب) مقدار $g(5)$ را به دست آورید.	۱ 
۴	نمودار تابع $f(x) = -(x-2)^3 + 1$ را به کمک نمودار تابع $y = x^3$ رسم کنید و صعودی یا نزولی بودن تابع f را بررسی کنید.	۱
۵	اگر $\left(\frac{1}{4}\right)^{x+1} \leq \left(\frac{1}{4}\right)^{2x-3}$ باشد، حدود x را به دست آورید.	۰/۵
۶	اگر چند جمله ای $p(x) = x^2 + a - 2$ بر $x - a$ بخش پذیر باشد، مقدار a را بیابید.	۱
۷	قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a \cos bx + c$ به صورت مقابل است، مقادیر a, b, c را بیابید.	۱/۲۵ 
۸	معادله $\cos x (2 \cos x - 7) = 4$ را حل کنید.	۱/۲۵

سؤالات آزمون نهایی درس: حسابان ۲		رشته : ریاضی فیزیک		تعداد صفحه : ۲		ساعت شروع : ۱۰:۳۰ صبح	
دوازدهم		تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۰۳		نام و نام خانوادگی :		مدت آزمون : ۱۲۰ دقیقه	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و اینترگر داخل کشوری ماه ۱۴۰۳				مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir			
ردیف		سؤالات (پاسخ برگ دارد)(استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است)					
نمره							
۹	حاصل حدود زیر را به دست آورید.						۱/۲۵
$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin^2 x + x}{x^2} \quad \text{ب)}$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-7}{x^5-4x+3} \quad \text{الف)}$							
۱۰	الف) مجانب های قائم و افقی نمودار تابع $f(x) = \frac{x^2+1}{x^3-1}$ را به دست آورید. ب) وضعیت نمودار $f(x)$ را در همسایگی مجانب قائم آن نمایش دهید.						۱/۷۵
۱۱	مطابق شکل روبه رو خط d در نقطه $P(1,3)$ بر نمودار تابع f مماس و در نقطه $Q(2a+1,a)$ آن را قطع می کند. اگر $f'(1) = -1$ مقدار a را بیابید.						۱
۱۲	مشتق پذیری تابع $f(x) = \sqrt{x^2-4x+4}$ را در نقطه $x=2$ با استفاده از تعریف مشتق بررسی کنید.						۱
۱۳	مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن الزامی نیست) الف) $f(x) = \frac{\sqrt{x}-5x}{x-3}$ ب) $g(x) = (\cos^3 x)(\tan x)$						۲
۱۴	تابع $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 4x + 1$ مفروض است. در نقطه $x=a$ ، آهنگ تغییر لحظه ای تابع کمتر از آهنگ تغییر متوسط آن در بازه $[0,3]$ است، محدوده a را بیابید.						۱/۲۵
۱۵	نمودار تابع $f(x) = x^3 + ax + b$ به صورت مقابل است. مقادیر a و b را بیابید.						۱
۱۶	یک مستطیل در یک نیم دایره محاط شده است. اگر شعاع دایره ۲ سانتی متر باشد، طول و عرض مستطیل را طوری به دست آورید که مساحت آن بیشترین مقدار ممکن باشد.						۱/۵
۱۷	جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = (x+1)(x-2)^2$ را رسم کنید.						۲
صفحه ۲ از ۲						جمع نمره ۲۰	

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: حسابان ۲		رشته: ریاضی و فیزیک
دوازدهم	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۰۳	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و اینترگر داخل و خارج از کشوری ماه ۱۴۰۳		

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱	الف) نادرست (۰/۲۵) (صفحه ۸۹) ب) نادرست (۰/۲۵) (صفحه ۱۰۰)	۰/۵
۲	الف) $(0, \sqrt{3}) - \mathbb{R}$ یا $(-\infty, 0] \cup [\sqrt{3}, +\infty)$ (۰/۵) (صفحه ۳۲) ب) -1 (۰/۲۵) (صفحه ۱۰۱)	۰/۷۵
۳	روش اول : رسم هر مرحله (۰/۲۵) نمره تعلق گیرد.  روش دوم : (انتقال نقاط)  $\underbrace{(-1, 0) \rightarrow (-2, 0)}_{0/25}$ $\underbrace{(0, 2) \rightarrow (0, -6)}_{0/25}$ (اگر دانش آموز از هر روشی تنها شکل نهایی را درست ترسیم کرد، نمره کامل این بخش یعنی (۰/۷۵) نمره تعلق بگیرد.) ب) $g(5) = -6$ (۰/۲۵) (صفحه ۱۰)	۱
۴	به رسم نمودار (انتقال افقی (۰/۲۵)، انتقال عمودی (۰/۲۵) و قرینه یابی (۰/۲۵) نمره تعلق گیرد. (اگر دانش آموز، نمودار نهایی را با هر روشی، به درستی ترسیم نمود، (۰/۷۵) نمره تعلق گیرد) $f(x)$ اکیدا نزولی (یا نزولی) است. (۰/۲۵) (صفحه ۲۱)	۱
۵	(صفحه ۲۲)	$\left(\frac{1}{2}\right)^{x+1} \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{2x-3} \Rightarrow \underbrace{x+1 \geq 2x-3}_{0/25} \Rightarrow \underbrace{x \leq 4}_{0/25}$

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: حسابان ۲		رشته: ریاضی و فیزیک
دوازدهم	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۰۳	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و اینترگر داخل و خارج از کشوردی ماه ۱۴۰۳		

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۶	روش اول: $\underbrace{x-a=0}_{\cdot/25} \Rightarrow x=a$ $\underbrace{a^2+a-2=0}_{\cdot/25} \Rightarrow a=1 \quad \text{یا} \quad \underbrace{a=-2}_{\cdot/25}$ روش دوم: با تقسیم چندجمله‌ای x^2+a-2 بر $x-a$ داریم: $x^2+a-2=(x-a)(x+a)+a^2+a-2 \quad (\cdot/25)$ با توجه به اینکه باقی مانده صفر است، بنابراین: $\underbrace{a^2+a-2=0}_{(\cdot/25)} \Rightarrow \begin{cases} a=1 \quad (\cdot/25) \\ a=-2 \quad (\cdot/25) \end{cases} \quad (\text{صفحه ۱۹})$	۱
۷	$T=4\pi \Rightarrow \frac{2\pi}{ b }=4\pi \Rightarrow b =\frac{1}{2} \quad (\cdot/25)$ $f(\pi)=-1 \Rightarrow \underbrace{a \cos(b\pi)+c=-1}_{\cdot/25} \xrightarrow{ b =\frac{1}{2}} a \times 0 + c = -1 \Rightarrow c = -1 \quad (\cdot/25)$ (روش اول محاسبه a) $\max = 2 \Rightarrow a + c = 2 \xrightarrow{c=-1} a = 3 \quad (\cdot/25) \xrightarrow{a>0} a = 3 \quad (\cdot/25)$ (روش دوم محاسبه a) $f(0) = 2 \Rightarrow a + c = 2 \xrightarrow{c=-1} a = 3 \quad (\cdot/5)$ (صفحه ۲۸) (به راه حل های درست دیگر به تناسب نمره تعلق گیرد)	۱/۲۵
۸	(غ، ق، ق) $\cos x (2 \cos x - 7) = 4 \Rightarrow \underbrace{2 \cos^2 x - 7 \cos x - 4 = 0}_{\cdot/25} \Rightarrow \begin{cases} \cos x = 4 \quad (\cdot/25) \\ \cos x = -\frac{1}{2} \quad (\cdot/25) \end{cases}$ (صفحه ۴۱) $\cos x = \cos \frac{2\pi}{3} \Rightarrow x = 2k\pi + \left(\frac{2\pi}{3}\right) \quad (\cdot/25), x = 2k\pi - \left(\frac{2\pi}{3}\right) \quad (\cdot/25)$	۱/۲۵
۹	(الف) (صفحه ۶۶) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-7}{x^5-4x+3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{\underbrace{x^5}_{\cdot/25}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^4} = 0 \quad (\cdot/25)$ (ب) (صفحه ۵۴) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin^2 x + x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \underbrace{\frac{\sin^2 x}{x^2}}_{\cdot/25} + \frac{1}{x} = 1 + \frac{1}{0^-} = 1 - \infty = -\infty \quad (\cdot/25)$	۱/۲۵

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: حسابان ۲		رشته: ریاضی و فیزیک	
دوازدهم		تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۰۳	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و اینترگر داخل و خارج از کشوردی ماه ۱۴۰۳			

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱۰	الف) خط $x=1$ مجانب قائم است (۰/۲۵) زیرا: $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2+1}{x^3-1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2}{0^-} = -\infty \quad (۰/۲۵) \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2+1}{x^3-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2}{0^+} = +\infty \quad (۰/۲۵)$ پس خط $y=0$ مجانب افقی است. (۰/۲۵) (صفحه ۶۹) ب) (۰/۵) (صفحه ۵۷) 	۱/۷۵
۱۱	خط d در نقطه $P(1,3)$ بر تابع $f(x)$ مماس است، بنابراین شیب خط d برابر ۱- است. (۰/۲۵) روش اول: معادله خط d بصورت زیر است: $y-3 = -1(x-1) \Rightarrow y = -x+4 \xrightarrow{Q(2a+1,a) \in d} a = -2a-1+4 \Rightarrow a=1 \quad (۰/۲۵)$ روش دوم: $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{a-3}{2a+1-1} = -1 \Rightarrow a=1 \quad (۰/۲۵)$ (صفحه ۸۳)	۱
۱۲	روش اول: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)-f(2)}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2-4x+4}-0}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{ x-2 }{x-2} = \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x-2)}{x-2} = -1 \quad (۰/۲۵) \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x-2}{x-2} = 1 \quad (۰/۲۵) \end{cases}$ پس $f(x)$ در $x=2$ مشتق پذیر نیست. (۰/۲۵) (روش دوم در صفحه بعد)	۱

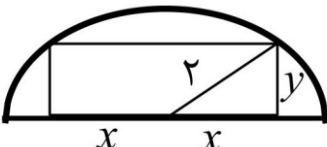
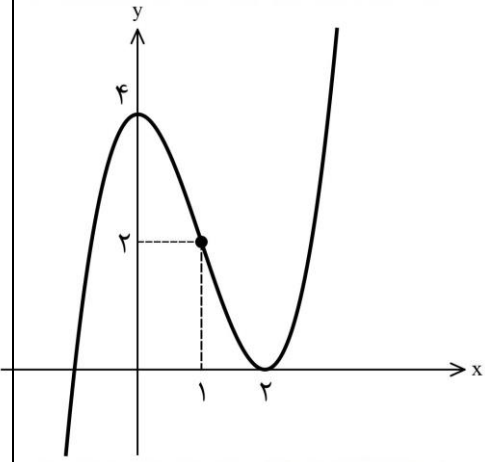
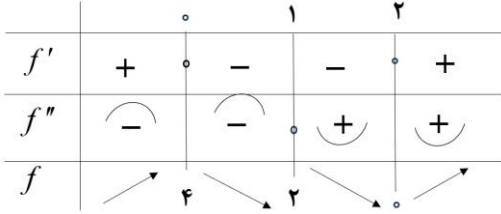
راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: حسابان ۲		رشته: ریاضی و فیزیک
دوازدهم	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۰۳	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و اینترگر داخل و خارج از کشوردی ماه ۱۴۰۳		

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

	روش دوم: $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{(2+h)^2 - 4(2+h) + 4} - 0}{h}$ $= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{h^2}}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{ h }{h} = \begin{cases} \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{-h}{h} = -1 & (0/25) \\ \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{h}{h} = 1 & (0/25) \end{cases}$ پس $f(x)$ در $x=2$ مشتق پذیر نیست. (۰/۲۵) (صفحه ۸۶)	
۲	الف) $f'(x) = \frac{(\frac{1}{2\sqrt{x}} - 5)(x-3) - (1)(\sqrt{x} - 5x)}{(x-3)^2}$ ب) $g'(x) = \underbrace{(3(-\sin x)\cos^2 x)(\tan x)}_{0/5} + \underbrace{(\cos^3 x)(1 + \tan^2 x)}_{0/5}$ (در صورتی که دانش آموز عبارت را ساده کرده و سپس مشتق بگیرد، نمره کامل به او تعلق گیرد) (صفحه ۱۰۱)	۱۳
۱/۲۵	آهنگ متوسط تغییر در بازه $[0, 3]$: $\frac{f(3) - f(0)}{3 - 0} = \frac{-2 - 1}{3} = -1$ (۰/۲۵) آهنگ لحظه‌ای تغییر برابر $f'(x) = x^2 - 4$ است. $f'(a) < -1 \Rightarrow \underbrace{a^2 - 4}_{0/25} < -1 \Rightarrow \underbrace{a^2}_{0/25} < 3 \Rightarrow -\sqrt{3} < a < \sqrt{3}$ (صفحه ۱۱۰)	۱۴
۱	$f'(1) = 0 \xrightarrow{f'(x) = 3x^2 + a} 3(1)^2 + a = 0 \Rightarrow a = -3$ (۰/۵) $f(1) = 2 \Rightarrow (1)^3 + a(1) + b = 2 \xrightarrow{a = -3} 1 - 3 + b = 2 \Rightarrow b = 4$ (۰/۵) (صفحه ۱۲۶)	۱۵
صفحه ۴ از ۵		

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: حسابان ۲		رشته: ریاضی و فیزیک
دوازدهم	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۰۳	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و اینترگر داخل و خارج از کشوردی ماه ۱۴۰۳		

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱۶	با توجه به شکل $y^2 + x^2 = 4$ ، پس $y = \sqrt{4 - x^2}$ در نتیجه:  $S = 2xy \xrightarrow{y=\sqrt{4-x^2}} S(x) = 2x\sqrt{4-x^2} \Rightarrow S'(x) = 2\sqrt{4-x^2} + \frac{(-2x)}{2\sqrt{4-x^2}}(2x)$ $\xrightarrow{S'(x)=0} \frac{2(4-x^2) - 2x^2}{\sqrt{4-x^2}} = 0 \Rightarrow -4x^2 + 8 = 0 \Rightarrow x = \sqrt{2} \Rightarrow \underbrace{2x}_{0.75} = \underbrace{2\sqrt{2}}_{0.75} \Rightarrow \underbrace{y}_{0.75} = \underbrace{\sqrt{2}}_{0.75}$ (صفحه ۱۲۶)	۱/۵
۱۷	$f'(x) = (x-2)^2 + 2(x-2)(x+1) \xrightarrow{f'(x)=0} x=0, x=2 \quad (0.5)$ $f''(x) = 6x - 6 \xrightarrow{f''(x)=0} x=1 \quad (0.25)$   (0.75) (صفحه ۱۳۹) اگر دانش آموزی در ضابطه تابع ابتدا حاصلضرب پرانتزها را به دست آورد و سپس مشتق بگیرد، نمره تعلق گیرد.	۲
۲۰	جمع نمره	صفحه ۵ از ۵