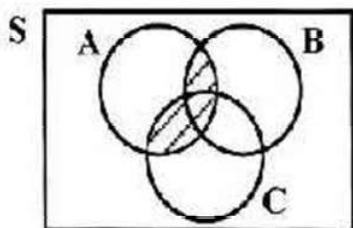


- ۱- سه پیشامد A، B و C مطابق شکل زیر، در فضای نمونه‌ای S مفروض‌اند. کدام مورد برای قسمت هاشور خورده، نادرست است؟



- (۱) $A \cap (B \cup C)$
 (۲) $(A \cap B) \cup (A \cap C)$
 (۳) $(A - (A - B)) \cup (A - (A - C))$
 (۴) $(A - (A \cap B)) \cap (A \cap C)$ ✓

بررسی گزینه ۲ $\Rightarrow A - (A - B) = A - (A \cap B') = A \cap (A \cap B')' = A \cap (A' \cup B) = (A \cap A') \cup (A \cap B) = A \cap B$

$A - (A - C) = A - (A \cap C') = A \cap (A \cap C')' = A \cap (A' \cup C) = (A \cap A') \cup (A \cap C) = A \cap C$

بررسی گزینه ۴ $\Rightarrow A - (A \cap B) = A \cap (A \cap B)' = A \cap (A' \cup B') = (A \cap A') \cup (A \cap B') = A \cap B'$

$(A \cap B') \cap (A \cap C) = A \cap (B' \cap C) = A \cap (C - B)$ ✗

- ۲- می‌خواهیم دور تادور باغچه‌ای به شکل مستطیل که طول آن، دو برابر عرض آن است را حصار بکشیم، به‌طوری‌که بازدیدکنندگان به یک متری باغچه نزدیک نشوند. اگر مساحت زمین محصورشده، $1 + \frac{1}{18}\pi$ برابر بیشتر از مساحت باغچه باشد، طول باغچه چند متر است؟

۳ (۴)

۴ (۳)

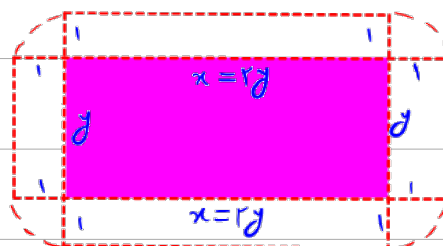
۶ (۲) ✓

۸ (۱)

مساحت زمین محصورشده $S_1 = (x \cdot y) + 2(y \times 1) + 2(x \times 1) + 2 \times \frac{\pi}{2} \times 1$

$S_1 = 2y^2 + 2y + 4y + \pi = 2y^2 + 6y + \pi$

مساحت باغچه $S_2 = y \cdot x = 2y^2$



$S_1 = S_2 + (1 + \frac{\pi}{18})S_2 \Rightarrow 2y^2 + 6y + \pi = 2y^2 + (1 + \frac{\pi}{18})(2y^2)$

$\frac{6y + \pi}{2y^2} = \frac{1 + \pi}{18} \Rightarrow y = 3 \Rightarrow x = 2y = 6$

۳- اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 + 7x - 3 = 0$ و $\alpha > 0$ باشد، حاصل $|\alpha + 2\beta| + |\alpha| - |\beta|$ کدام است؟
 (۱) $2\alpha + 3\beta$ (۲) $-2\alpha - 3\beta$ (۳) $-\beta$ (۴) β

$$\alpha + \beta = -\frac{b}{a} = -7 \xrightarrow{|\beta| > |\alpha|} |\alpha + 2\beta| + |\alpha| - |\beta| = -\alpha - 2\beta + \alpha + \beta = -\beta$$

$$\alpha\beta = -3 \xrightarrow{\alpha > 0} \beta < 0$$

۴- برای برخی مقادیر x ، زوج مرتب $(f(x) + f(-x), 3x^2 - 17x + 10)$ ، روی نیمساز ناحیه دوم و چهارم قرار دارد. اگر تابع f همانی با دامنه $\mathbb{R}$ باشد، اختلاف مقادیر x کدام است؟

$$\frac{17}{3} \quad (۴)$$

$$\frac{13}{3} \quad (۳)$$

$$\frac{10}{3} \quad (۲)$$

$$\frac{7}{3} \quad (۱)$$

$$f(x) = x \quad g = -x$$

$$(f(x) + f(-x), 3x^2 - 17x + 10) = (x^2 - x, 3x^2 - 17x + 10) \xrightarrow{g = -x} 3x^2 - 17x + 10 = 0$$

$$\frac{(3x-10)(3x-2)}{3} = (x-2)(3x-2) = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = \frac{2}{3} \end{cases} \rightarrow x_1 - x_2 = 2 - \frac{2}{3} = \frac{10}{3}$$

۵- رابطه $f = \{(a, x+y)(b, m^2)(a, m^2-1)(b, x-y)(a, 4)\}$ ، یک تابع است. مقدار $x^2 + y^2$ کدام است؟
 (۱) $2/5$ (۲) $20/5$ (۳) 24 (۴) 42

$$\begin{cases} m^2 - 1 = x + y = 2 \\ m^2 = x - y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y = 2 \\ x - y = 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 3/2 \\ y = 1/2 \end{cases}$$

$$x^2 + y^2 = 20/5$$

۶- ضرایب معادله $2kx^2 - 4x - 4k - 5 = 0$ صحیح هستند. اگر به ازای مقدار k ، حاصل ضرب ریشه‌های این معادله دارای بیشترین مقدار باشد، مقدار Δ کدام است؟

۲۸ (۴)

۷ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱) ✓

⊗ برای اینکه ضرایب معادله، اعداد صحیح باشند، به سبب k مضرب از ۲ باشد:

$$-4k - 5 \in \mathbb{Z} \Rightarrow -4k \in \mathbb{Z}, \quad 2k \in \mathbb{Z}$$

$$\alpha\beta = \frac{-4k - 5}{2k} = -2 - \frac{5}{2k} \quad \left(k = -\frac{1}{2} \right) \Rightarrow \alpha\beta = -2 - \frac{5}{-1} = 3$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4(-1)(-3) = 16 - 12 = 4$$

۷- تابع $f(x) = |2x - 2|$ و $g(x) = |x|$ با دامنه $-1 \leq x \leq 1$ است. اگر مجموعه A برد تابع f, g باشد، کدام عدد عضو A است؟

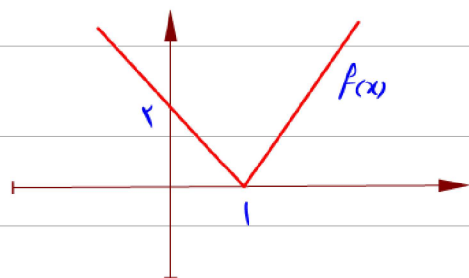
-۳ (۴) ✓

-۲ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

$$g(x) = \begin{cases} -1 & -1 \leq x < 0 \\ 0 & 0 \leq x < 1 \\ 1 & x = 1 \end{cases}$$



$$f \circ g = \begin{cases} (2 - 2x)(-1) = 2x - 2 & -1 \leq x < 0 \\ (0)(2 - 2x) = 0 & 0 \leq x < 1 \\ (1)(0) = 0 & x = 1 \end{cases} \quad A = [-2, -2) \cup \{0\}$$

۸- شیب خط $y = ax + b$ ، $-1/5$ برابر شیب خط $y = cx + d$ است. اگر دو خط در $x = -2$ روی محور x ها یکدیگر

را قطع کنند، محور تفارن $f(x) = (\frac{c}{4}x + d)^2 - (ax + b)^2$ کدام است؟

$x = -\frac{7}{4}$ (۴) ✓

$x = -\frac{3}{4}$ (۳)

$x = -3$ (۲)

$x = -2$ (۱)

شیب خط $a = -1/5$

$$x = -2 \rightarrow y = 0 \rightarrow -ra + b = -rc + d$$

$$x = -2 \rightarrow \begin{cases} -ra + b = 0 \rightarrow b = ra = 2(-1/5)c = -2c \\ -rc + d = 0 \rightarrow d = rc \end{cases} \quad \textcircled{2}$$

$$\Rightarrow f(x) = (\frac{c}{4}x + rc)^2 - (-\frac{1}{5}cx - 2c)^2$$

$$f(x) = (c^2x^2 + 2cx + 2c^2) - (9c^2x^2 + 9cx + 9c^2) = -8c^2x^2 - 7cx - 7c^2$$

$$0. محور x = -\frac{b}{2a} = \frac{7c}{-16c^2} = -\frac{7}{16c}$$

۹- برای رسم نمودار تابع $y = -\frac{1}{4}|2x+1|$ به کمک نمودار $y = |x|$ کدام مورد برای کامل کردن جمله زیر، مناسب است؟

«ابتدا نمودار تابع قدرمطلق را $\frac{1}{4}$ واحد به سمت جابه‌جا کرده و سپس قرینه آن را نسبت به محور رسم می‌کنیم.»

(۴) پایین - yها

(۳) بالا - yها

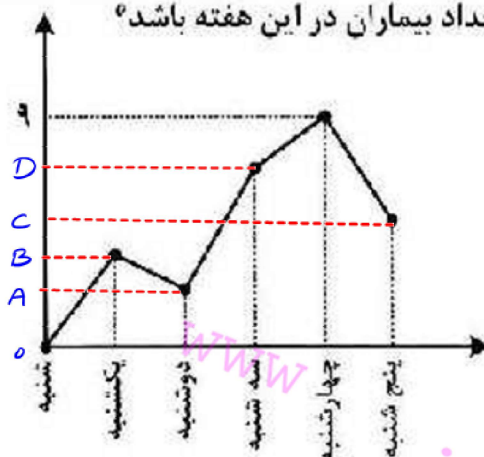
(۲) راست - xها

(۱) چپ - xها ✓

$$g = -\frac{1}{4}|2(x+\frac{1}{2})| \rightarrow$$

ابتداءً $\frac{1}{4}$ واحد به سمت چپ جابه‌جا شد.

۱۰- به یک مرکز درمانی، هر روز تعدادی بیمار مراجعه می‌کنند. نمودار زیر، تعداد مراجعه‌کنندگان در روزهای کاری یک هفته به این مرکز درمانی را نشان می‌دهد. کدام عدد می‌تواند میانگین تعداد بیماران در این هفته باشد؟



- (۱) ۲
- (۲) ۳ ✓
- (۳) ۶
- (۴) ۷

داده که به صورت زیر می‌باشد:

$$0, A, B, C, D, 9$$

$$\bar{x} = \frac{B+C}{2} < \frac{9}{2}$$

۱۱- با کدام شرط، استدلال گزاره زیر، درست است؟

«در یک مستطیل با اضلاع a و b ، اگر اندازه a برابر شود، اندازه قطر $\frac{4}{3}$ برابر می شود.»

$$b = \frac{4}{3}a \quad (2) \checkmark$$

$$b = a \quad (1)$$

$$b = \frac{16}{9}a \quad (3)$$

(۴) برای هر مستطیلی، این گزاره درست است.

$$d = \sqrt{a^2 + b^2} \quad \text{مستطیل} \quad \frac{4}{3}d = \sqrt{(\frac{16}{9}a)^2 + b^2} \Rightarrow \frac{\frac{4}{3}d}{d} = \frac{\sqrt{(\frac{16}{9}a)^2 + b^2}}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$\Rightarrow \frac{4}{3} = \frac{(\frac{16}{9}a)^2 + b^2}{a^2 + b^2} \Rightarrow \frac{16}{9}a^2 + \frac{4}{9}b^2 = (\frac{16}{9}a)^2 + b^2 \Rightarrow \frac{4}{9}b^2 = \frac{16}{9}a^2(\frac{16}{9} - 1)$$

$$\frac{4}{9}b^2 = \frac{16}{9} \times \frac{4}{9}a^2 \Rightarrow b^2 = \frac{16}{9}a^2 \rightarrow b = \frac{4}{3}a$$

۱۲- کدام مورد در خصوص ارزش گزاره $(p \wedge \sim q) \Rightarrow q$ ، درست است؟

(۲) همواره نادرست است.

(۱) همواره $p \Rightarrow q$ است. $\checkmark$

(۴) همواره $p \Rightarrow \sim q$ است.

(۳) همواره درست است.

۱۳- قیمت برنج و گوشت در سال پایه به ترتیب ۴۲ و ۱۳۷/۵ هزار تومان و در سال موردنظر به ترتیب ۱۲۰ و ۲۴۰ هزار

تومان است. اگر شاخص بهای برنج و گوشت در سال موردنظر ۲۴۰ و مقادیر مصرفی برنج و گوشت به ترتیب a و

۱۶ کیلوگرم باشد، مقدار a چند کیلوگرم است؟

$$75 \quad (4) \checkmark$$

$$64 \quad (3)$$

$$50 \quad (2)$$

$$48 \quad (1)$$

$$240 = \frac{120 \times a + 240 \times 16}{42 \times a + 137.5 \times 16} \times 100 \Rightarrow 2.4 = \frac{120a + 3840}{22a + 2200} \Rightarrow$$

$$100.8a + 5280 = 120a + 3840 \Rightarrow 19.2a = 1440 \Rightarrow a = 75$$

5. (1)

$\Rightarrow \lambda = 10 \Rightarrow$ *معمول*

208 (1)

$$\left. \begin{array}{l} \bar{x} - 1\sigma = 12. \\ \bar{x} + 1\sigma = 18. \end{array} \right\} \Rightarrow 1\bar{x} = 15. \Rightarrow \bar{x} = 15 \Rightarrow \sigma = 3, 15 \Rightarrow \sigma^2 = 9, 15$$

$\sigma_{x_i},$

A 11

$$\text{تعداد کل حالت} = 2 \times 2 \times \binom{3}{1} \times 2 + \binom{4}{2} \times 2 \times 3! = 24 + 12 = 36$$

انتخاب آتاق سوم
 حالت کل از جن
 دو آتاق است ص ۰ کناهم
 آتاق ۲ ترا: A/B/C
 برای آتاق ۱ است رت

۱۷- در یک مسابقه دو میدانی، ۷ نفر شرکت کرده‌اند که ۳ دانش آموز از مدرسه A و ۴ دانش آموز از مدرسه B به خط پایان رسیده‌اند. با کدام احتمال، مقام اول و آخر، از مدرسه A است؟

۳ (۴)

۵ (۳)

۱ (۲) ✓

۲ (۱)



$$n(A) = \binom{7}{2} \times 2 \times 2!$$

$$n(S) = 7!$$

$$P(A) = \frac{\binom{7}{2} \times 2 \times 2!}{7!} = \frac{2 \times 2 \times 2!}{7!} = \frac{1}{7}$$

۱۸- مقدار $a_7 = \frac{17}{12}$ از رابطه بازگشتی $a_{n+1} = \frac{1}{r} \left(a_n + \frac{a_1}{a_n} \right)$ تقریبی از $\sqrt{k}$ است. اگر $k \in \mathbb{N}$ و $a_1 = k$ باشد، مقدار k کدام است؟

۷ (۴)

۵ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱) ✓

$$a_7 = \frac{17}{12} \xrightarrow{n=7} a_7 = \frac{1}{r} \left(a_7 + \frac{a_1}{a_7} \right) \Rightarrow \frac{17}{12} = \frac{1}{r} \left(a_7 + \frac{k}{a_7} \right) \quad (1)$$

$$\xrightarrow{n=1} a_1 = \frac{1}{r} \left(a_1 + \frac{a_1}{a_1} \right) = \frac{1}{r} (k+1) \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \frac{17}{12} = \frac{1}{r} \left(\frac{1}{r} (k+1) \right) + \frac{1}{r} \left(\frac{k}{\frac{1}{r} (k+1)} \right) = \frac{1}{r^2} k + \frac{1}{r^2} + \frac{k}{k+1} \Rightarrow k=2$$

۱۹- اگر ریشه دوم جملات دوم، نهم و شانزدهم از یک دنباله حسابی، سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی را تشکیل دهند، نسبت مشترک دنباله هندسی کدام است؟

-۲ (۴)

-۱ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱) ✓

$\sqrt{a_7}, \sqrt{a_9}, \sqrt{a_{16}}$

$$(\sqrt{a_9})^r = (\sqrt{a_7})(\sqrt{a_{16}}) \Rightarrow a_9 = \sqrt{a_7 a_{16}}$$

$$a_1 + 12d = \sqrt{(a_1 + d)(a_1 + 12d)} \xrightarrow{r=1} a_1^2 + 12a_1d + 12d^2 = a_1^2 + 12a_1d + 12d^2$$

$$\Rightarrow 12d^2 = 12d^2 \Rightarrow d=0 \Rightarrow \text{دنباله ثابت}$$

$$r = \frac{\sqrt{a_9}}{\sqrt{a_7}} = \frac{\sqrt{a_1 + 12d}}{\sqrt{a_1 + d}} \xrightarrow{d=0} r=1$$

$$\Rightarrow r=1$$

۲۰- تابع نمایی $f(x) = 5 - 3^{ax+h}$ را در نظر بگیرید. اگر $f(0) = \frac{1}{2} f(\frac{1}{2}) = 2$ باشد، مقدار جزء صحیح $f(-\frac{1}{4})$ کدام

است؟

(۴) صفر

(۳) -۱ ✓

(۲) ۲

(۱) ۱

$$f(0) = 5 - 3^h = 2 \Rightarrow 3^h = 3^1 \Rightarrow \underline{h=1} \quad \frac{1}{2} f(\frac{1}{2}) = 2 \Rightarrow f(\frac{1}{2}) = 4$$

$$f(\frac{1}{2}) = 5 - 3^{\frac{a}{2}+1} = 4 \Rightarrow 3^{\frac{a}{2}+1} = 1 = 3^0 \Rightarrow \frac{a}{2}+1 = 0 \Rightarrow \underline{a=-2}$$

$$f(-\frac{1}{4}) = 5 - 3^{(-\frac{1}{4})(-2)+1} = 5 - 3^{\frac{1}{2}} = 5 - \sqrt{3} = 5 - 1.732 \approx 3.268$$

$$[f(-\frac{1}{4})] = [3.268] = 3$$