

نوین کنکور

کنکور

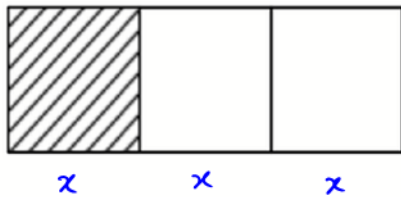
امتحان نهایی

**نوین کنکور
شرط لازم و کافی
برای موفقیت**

novinkonkor.com

۱- در شکل زیر مستطیل بزرگ از ۳ مربع یکسان تشکیل شده است. اگر مساحت مستطیل بزرگ از $\frac{2}{3}$ مساحت یکی

از مربع ها ۱۴ واحد بیشتر باشد، اختلاف طول و عرض مستطیل بزرگ کدام است؟



$$S_{\text{مستطیل بزرگ}} = x(3x) = 3x^2$$

$$S_{\text{مربع کوچک}} = x^2 \Rightarrow 3x^2 = \frac{2}{3}x^2 + 14$$

(۱) $2\sqrt{6}$ ✓

(۲) $\sqrt{6}$

(۳) $2\sqrt{3}$

(۴) $\sqrt{3}$

$$\Rightarrow 9x^2 - 2x^2 = 42 \Rightarrow 7x^2 = 42 \Rightarrow x^2 = 6 \Rightarrow x = \sqrt{6}$$

$$\text{اختلاف طول و عرض مستطیل} = 3x - x = 2x = 2\sqrt{6}$$

۲- مجموعه $(A - B) - (C - B)$ با کدام یک از مجموعه های زیر برابر است؟

(۲) $A - (B \cup C)$

(۱) $(B - C) - A$

(۴) $(A - B) - C$ ✓

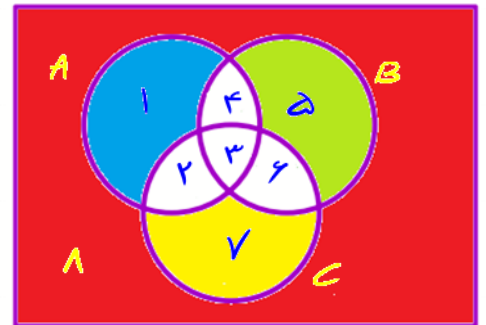
(۳) $B - (A \cup C)$

با استفاده از نمودار ون به صورت زیر برای هر کدام از مجموعه های A ، B ، C خواهیم داشت:

$$(A - B) = \{1, 2, 3, 4\} - \{4, 5, 6, 7\} = \{1, 2\}$$

$$(C - B) = \{2, 3, 6, 7\} - \{3, 4, 5, 7\} = \{2, 6\}$$

$$\Rightarrow (A - B) - (C - B) = \{1, 2\} - \{2, 6\} = \{1\}$$



گزینه به بزرگترین گزینه می پردازیم.

(۱) $\Rightarrow (B - C) - A = (\{3, 4, 5, 7\} - \{2, 3, 6, 7\}) - \{1, 2, 3, 4\} = \{5\} - \{1, 2, 3, 4\} = \{5\}$ ✗

(۲) $\Rightarrow A - (B \cup C) = \{1, 2, 3, 4\} - (\{3, 4, 5, 7\} \cup \{1, 4, 5, 8\}) = \{1\}$ ✗

(۳) $\Rightarrow B - (A \cup C) = \{3, 4, 5, 7\} - (\{1, 2, 3, 4\} \cup \{2, 3, 6, 7\}) = \{5\}$ ✗

(۴) $\Rightarrow (A - B) - C = (\{1, 2, 3, 4\} - \{3, 4, 5, 7\}) - \{2, 3, 6, 7\} = \{1\}$ ✓

۳- تابع با ضابطه $f(x) = (\Delta x^2 - (ax+1)(x-b))c$ ثابت است. اگر $f(x+y) = f(x)f(y) - 2$ باشد، مقدار مثبت c کدام است؟

۴ (۴)

۲ (۳)

۵ (۲)

۱۰ (۱) ✓

$$f(x) = (\Delta x^2 - ax^2 + abx - x + b)c = k \quad \text{ثابت}$$

$$\Rightarrow (\Delta - a)x^2 + (ab - 1)x + b = k' \Rightarrow \begin{cases} \Delta - a = 0 \Rightarrow a = \Delta \\ ab - 1 = 0 \Rightarrow ab = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow b = \frac{1}{a} = \frac{1}{\Delta} \Rightarrow f(x) = bc = \frac{1}{\Delta} c$$

$$\Rightarrow f(x+y) = f(x)f(y) - 2 \Rightarrow \frac{c}{\Delta} = \frac{c}{\Delta} \times \frac{c}{\Delta} - 2 \Rightarrow c^2 - 2c - \Delta \cdot 0 = 0$$

$$\Rightarrow (c - 1)(c + \Delta) = 0 \Rightarrow \begin{cases} c = 1 \quad \checkmark \\ c = -\Delta \quad \times \end{cases}$$

۴- اگر $f(x) = \begin{cases} [1-x] & x | x \text{ مثبت} \\ [1+2x] & x | x \text{ منفی} \end{cases}$ باشد، حاصل $f(\sqrt{\pi}) + f(-1/2)$ کدام است؟

-۱ (۴)

-۴ (۳) ✓

-۳ (۲)

-۲ (۱)

$$x = \sqrt{\pi} \Rightarrow \sqrt{\pi} | \sqrt{\pi} | > 0 \Rightarrow f(\sqrt{\pi}) = [1 - \sqrt{\pi}] = 1 + \underbrace{[-\sqrt{\pi}]}_{-2} = -1$$

$$x = -1/2 \Rightarrow (-1/2) | -1/2 | < 0 \Rightarrow f(-1/2) = [1 + 2(-1/2)] = 1 + \underbrace{[-1]}_{-2} = -2$$

$$\Rightarrow -1 - 2 = -3$$

۵- نقاط متمایز $(1, 3a)$ ، $(-1, a)$ و $(a, 3)$ روی یک خط قرار دارند. مقدار a کدام است؟

۳ (۴)

۱ (۳)

-۳ (۲) ✓

-۲ (۱)

هر دو نقطه یک خط هستند.

$$(a, 3)(-1, a) \Rightarrow m = \frac{a-3}{-1-a} \quad (-1, a)(1, 3a) \Rightarrow m = \frac{3a-a}{1+1} = \frac{2a}{2} = a$$

$$\Rightarrow \frac{a-3}{-1-a} = a \Rightarrow a-3 = -a-a^2 \Rightarrow a^2+2a-3=0 \Rightarrow (a+3)(a-1)=0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = -3 \quad \text{غلط} \\ a = 1 \rightarrow \text{غلط} \end{cases}$$

۶- رابطه‌های زیر، تابع هستند. اگر مجموعه A برد تابع $f - g$ باشد، مجموع مقادیر اعضای A کدام است؟

$$f = \left\{ \left(7, \frac{k}{2} - 1 \right), \left(-\frac{5}{2}, 1 - k \right), (5, 2), \left(7, \frac{1}{2} \right) \right\} \Rightarrow \frac{k}{2} - 1 = \frac{1}{2} \Rightarrow k = 3$$

$$g = \left\{ (5, n), \left(-\frac{5}{2}, \frac{n-1}{2} \right), (4, 3 - 2n^2), \left(-\frac{5}{2}, -\frac{3}{2} \right) \right\} \Rightarrow \frac{n-1}{2} = -\frac{3}{2} \Rightarrow n = -2$$

$$\Rightarrow f = \left\{ \left(7, \frac{1}{2} \right), \left(-\frac{5}{2}, -2 \right), (5, 2) \right\}, \quad g = \left\{ (5, -2), \left(-\frac{5}{2}, -\frac{3}{2} \right), (4, -5) \right\}$$

$$\Rightarrow f - g = \left\{ (5, 2), \left(-\frac{5}{2}, -\frac{1}{2} \right) \right\} \quad A = \left\{ 5, -\frac{1}{2} \right\}$$

$$\Rightarrow 5 - \frac{1}{2} = \frac{9}{2}$$

۷- هر دو ریشه معادله $(2a+1)x^2 - 4ax + 2a - 1 = 0$ مثبت هستند. a کدام مقدار زیر می‌تواند باشد؟

$$\frac{3}{8} \quad (4) \quad -\frac{2}{3} \quad (3) \quad -\frac{3}{10} \quad (2) \quad \frac{1}{4} \quad (1)$$

اگر ریشه‌های معادله را به صورت α و β در نظر بگیریم خواهیم داشت:

$$S = \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = \frac{4a}{2a+1} \quad (1)$$

$$P = \alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{2a-1}{2a+1} \quad (2)$$

$$\Delta > 0 \Rightarrow \Delta = (4a)^2 - 4(2a+1)(2a-1) > 0 \Rightarrow 16a^2 - 4(4a^2 - 1) > 0 \Rightarrow 4 > 0 \quad \checkmark$$

با بررسی نریت و جایگزینی در شرط‌های (1) و (2) نقطه گزین ۳ هرگز صحیح نباشد.

$$\alpha = -\frac{2}{3} \Rightarrow (1) S = \frac{4(-\frac{2}{3})}{2(-\frac{2}{3})+1} = \frac{-\frac{8}{3}}{-\frac{1}{3}} = 8 \quad (2) P = \frac{2(-\frac{2}{3})-1}{2(-\frac{2}{3})+1} = \frac{-\frac{7}{3}}{-\frac{1}{3}} = 7$$

۸- معادله $\frac{x^2 - 2x + 3}{x^2 - 2x} - 1 = \frac{x}{x-2}$ دارای چند جواب منفی است؟

(۱) ۱ ✓ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

$$\frac{x^2 - 2x + 3}{x(x-2)} = \frac{x}{x-2} + 1 = \frac{x + x - 2}{x-2} = \frac{2x-2}{x-2} \quad x \neq 2 \Rightarrow 2x^2 - 2x = x^2 - 2x + 3$$

نقطه $x = -\sqrt{3}$ جواب شده قابل قبول است $\Rightarrow x^2 = 3 \Rightarrow x = \pm\sqrt{3}$

۹- در داده‌های ۱۵، ۱۱/۵، ۴، ۵، ۹، ۱۱، ۵/۱۰، ۱۷ و ۱، حاصل ضرب میانه و میانگین کدام است؟

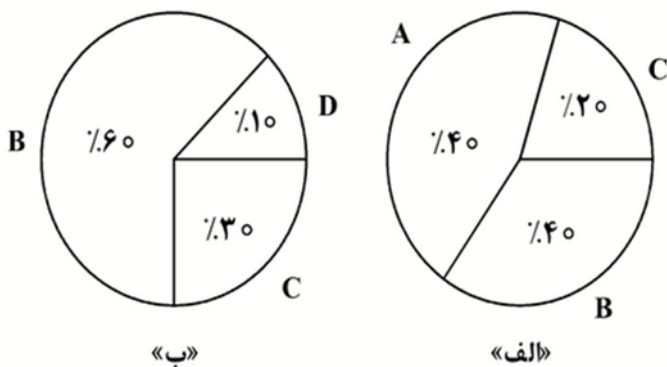
(۱) ۶۳ (۲) ۷۲ (۳) ۸۴ (۴) ۹۸ ✓

۱، ۴، ۵، ۹، ۱۰/۵، ۱۱، ۱۱/۵، ۱۵، ۱۷

میانه $= 10.5 = Q_2 = \frac{21}{2}$

میانگین $\bar{x} = \frac{1+4+5+9+10.5+11+11.5+15+17}{9} = \frac{84}{9} = \frac{28}{3} \Rightarrow \bar{x} Q_2 = \frac{28}{3} \times \frac{21}{2} = 14 \times 7 = 98$

۱۰- اگر زاویه مربوط به داده «A» در یک نمودار دایره‌ای شامل چهار داده A، B، C و D برابر ۱۳۵ درجه باشد، کدام عدد زیر، مجموع فراوانی نمودار «ب» است؟



(۱) ۱۶

(۲) ۱۵

(۳) ۱۰ ✓

(۴) ۹

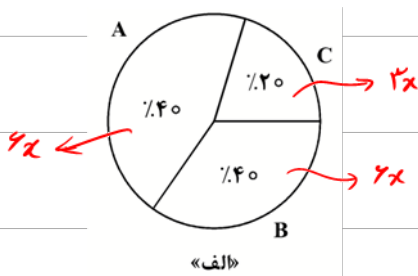
باتوجه به نمودار «ب»، فراوانی C، ۳ برابر فراوانی D است. فراوانی D، C را به ترتیب x و $3x$ در نظر بگیریم.

چون فراوانی A، B، C، D به ترتیب x ، $4x$ ، $3x$ و x است.

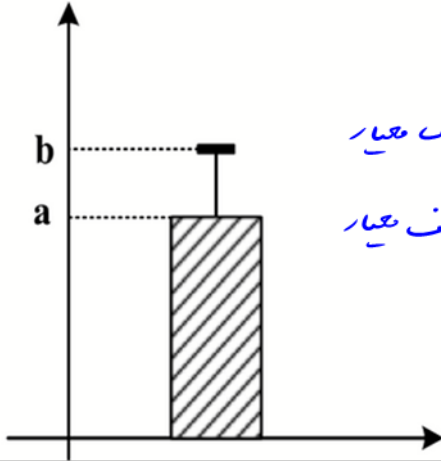
فراوانی کل داده‌های نمودار «ب» برابر است با:

$$f_B + f_C + f_D = 4x + 3x + x = 8x$$

باتوجه به اینکه x باید عددی صحیح باشد با جایگزینی اعداد صحیح به جای x ، نقطه گزینته ۳ را می‌توانیم به دست آوریم.



۱۱- داده‌های ۲۷، ۲۵، ۲۳، ۲۱، b و a، مربوط به سن دوستان مریم است که در تولد ۲۲ سالگی اش (مهمانی اول) شرکت داشتند و نمودار زیر نشان‌دهنده دو شاخص سن افراد حاضر در این مهمانی است. مریم ۱۰ سال بعد، زمانی که صاحب فرزند شد، تصمیم می‌گیرد به اتفاق پدر بزرگ و مادر بزرگش یک مهمانی (مهمانی دوم) ترتیب دهد و همه دوستانش که در مهمانی اول حضور داشتند را دعوت کند. اگر واریانس سن افراد در مهمانی اول ۴ باشد، مقدار شاخص مرکزی مناسب برای سن افراد در مهمانی دوم، کدام است؟



مهمانی اول: در این افراد سن در مهمانی اول $\bar{x} = 22$ بوده پس از آن معیار

سن آنرا $\sigma = 2$ است. با توجه به نمودار، در مورد $b - a$ برابر با از آن معیار

$$b - a = 2 \Rightarrow b = a + 2 \quad \leftarrow \text{است}$$

از طرف میانگین ۲ داده‌ی $22, a, b, 21, 23, 25, 27$ برابر

آنرا می‌توان (یعنی a) باید پس داریم،

$$a = \frac{a+b+22+21+23+25+27}{7} \xrightarrow{b=a+2} a = \frac{2a+112}{7} \Rightarrow 7a = 2a + 112$$

$$\rightarrow a = 24, b = a + 2 = 26$$

مهمانی دوم: پس همین‌طور افراد ۱۰ سال اضافه می‌شود و پدر بزرگ و مادر بزرگ هم در این مهمانی حضور دارند.

$$\Rightarrow 22, \underbrace{(a+10)}_{24}, \underbrace{(b+10)}_{26}, 21, 23, 25, 27, A, B, C$$

پدر بزرگ مادر بزرگ بچه‌ی بی‌نام

در این داده‌ها بالا، به دنبال شاخص مرکزی مناسب هستیم. چون سن فرزند بی‌نام، پدر بزرگ و مادر بزرگ با بقیه فاصله دارد، پس از آنکه مریم و خانواده در آنجا می‌نشینند و با بقیه می‌نشینند، به عنوان شاخص مرکزی مناسب انتخاب کنیم.

$$c, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, B, A \Rightarrow \text{میانگین} = \frac{24+25}{2} = 24.5$$

میانگین

۱۲- اگر p و $q \sim r$ گزاره‌های درست و r گزاره دلخواه باشد، ارزش کدام گزاره به r بستگی دارد؟

(۱) $(q \Rightarrow r) \Rightarrow p$ (۲) $(p \Rightarrow r) \Rightarrow q$ ✓

(۳) $(r \Rightarrow p) \Rightarrow q$ (۴) $(r \Rightarrow \sim q) \Rightarrow \sim p$

زنجیره (۲) $\Rightarrow (p \Rightarrow r) \Rightarrow q \equiv (T \Rightarrow r) \Rightarrow F \equiv (\sim T \vee r) \Rightarrow F \equiv (r \Rightarrow F) \equiv$
 $\equiv (\sim r \vee F) \equiv \sim r$ به r بستگی دارد.

۱۳- نمودار زیر، تعداد فروش یک کالا توسط یک بنگاه اقتصادی را با توجه به قیمت آن نشان می‌دهد. اگر هزینه تولید

هر واحد از این کالا ۲۵ ریال و هزینه اولیه ۱۸ هزار ریال باشد، بنگاه این کالا را با چه قیمتی بفروشد تا بیشترین

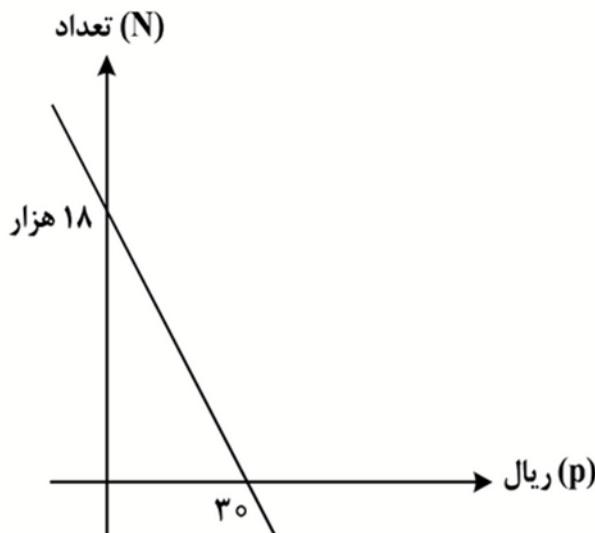
سود را به دست آورد؟

(۱) ۳۵

(۲) ۳۲٫۵

(۳) ۳۰

(۴) ۲۷٫۵ ✓



باتوجه به نمودار روبرو، رابطه بین N و P را به صورت زیر بدست می‌آوریم:

$$m = \frac{18000 - 0}{0 - 30} = -600 \Rightarrow y = -600x + 18000$$

$$\Rightarrow N = -600P + 18000 \Rightarrow P = 30 - \frac{N}{600}$$

$$\text{درآمد} = \text{تعداد کالا} \times \text{قیمت فروش} = N \left(30 - \frac{N}{600} \right) = 30N - \frac{N^2}{600}$$

$$\text{هزینه کل} = \text{هزینه ثابت} + (\text{تعداد کالا} \times \text{هزینه متغیر}) = 18000 + 25N$$

$$\text{تایید سود} = \text{درآمد} - \text{هزینه} = \left(30N - \frac{N^2}{600} \right) - (18000 + 25N) = -\frac{1}{600}N^2 + 5N - 18000$$

$$N_s = -\frac{b}{2a} = \frac{-5}{2(-\frac{1}{600})} = \frac{5}{-\frac{1}{300}} = 1500$$

$$P = 30 - \frac{N}{600} = 30 - \frac{1500}{600} = 30 - 2.5 = 27.5$$

۱۴- در یک شرکت هیچ کدام از کارکنان با حداقل حقوق ۸۰ میلیون ریالی زیر خط فقر نیستند. میانگین درآمد خانوارهای کشور حداکثر چند میلیون ریال است؟

- (۱) ۴۰ (۲) ۸۰ (۳) ۱۲۰ (۴) ۱۶۰ ✓

$$\bar{x} = \text{میانگین} \quad \bar{x} \leq 160 \Rightarrow \frac{\bar{x}}{2} \leq 80 \Rightarrow \bar{x} \leq 160$$

۱۵- با حروف کلمه «پارسی» چند کلمه ۵ حرفی می توان نوشت به طوری که در نوشتن آن فقط یک حرف، نقطه دار ظاهر شود؟

- (۱) ۷۲ (۲) ۳۶ (۳) ۲۴ ✓ (۴) ۱۲

$$\frac{1}{1} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{120} \Rightarrow 24$$

حروف نقطه دار (پ) و (ی) هر یک ۱ بار، برای آنکه فقط یک حرف نقطه دار داشته باشیم از ۴ حرف (ا) در آخر کلمه ظاهر شود.

۱۶- حسن و علی قرار است هر کدام به ۳ سؤال از ۶ سؤالی که روی برگه ای نوشته شده، پاسخ دهند. به طوری که برای همه سؤالات پاسخ تهیه شود. با کدام احتمال شماره سؤالات حسن متوالی است؟

- (۱) $\frac{1}{10}$ (۲) $\frac{1}{5}$ ✓ (۳) $\frac{1}{20}$ (۴) $\frac{1}{40}$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{\binom{6}{2}} = \frac{2}{15} = \frac{1}{7.5}$$

(حالتی که حسن بتواند به ۳ سؤال متوالی پاسخ دهد)

۱۷- در دنباله بازگشتی به صورت $a_{n+1} = \frac{1}{1+2a_n}$ جمله اول $\frac{3}{4}$ است. نسبت جمله دوم به جمله سوم کدام است؟

- (۱) ۰.۷۲ ✓ (۲) ۰.۷ (۳) ۰.۶۴ (۴) ۰.۶

$$n=1 \rightarrow a_2 = \frac{1}{1+2a_1} = \frac{1}{1+2(\frac{3}{4})} = \frac{2}{5} \quad n=2 \Rightarrow a_3 = \frac{1}{1+2a_2} = \frac{1}{1+2(\frac{2}{5})} = \frac{5}{9}$$

$$\Rightarrow \frac{a_2}{a_3} = \frac{\frac{2}{5}}{\frac{5}{9}} = \frac{18}{25} = \frac{72}{100} = 0.72$$

۱۸- در یک سالن در ردیف اول ۸، در ردیف دوم ۱۲ و ردیف سوم ۱۶ صندلی قرار دارد. صندلی‌ها با همین نظم در ۱۲ ردیف چیده شده‌اند. اگر بخواهند این سالن را به دو سالن با نصف ظرفیت کنونی تفکیک کنند به طوری که در سالن‌های جدید چیدمان صندلی‌ها دارای همان نظم قبلی ولی با ۴ صندلی در ردیف نخست شروع شود، در سالن‌های جدید چند ردیف صندلی قرار دارد؟

۱۰ (۴)

۹ (۳) ✓

۸ (۲)

۶ (۱)

۸, ۱۲, ۱۶, ...
۱۲ جمله

$$a_n = 4n + 8$$

$$a_{12} = 4 \times 12 + 8 = 56$$

$$S_{12} = \frac{12}{2} [8 + 56] = 12 \times 32 = 384 \quad \text{کل صندلی سالن}$$

$$\Rightarrow \text{۱۲ جمله جدید} \Rightarrow 4, 8, 12, \dots \Rightarrow S_n = \frac{n}{2} [4 \times 2 + (n-1)4] = \frac{n}{2} [2n + 4] = n(n+2)$$

$$\Rightarrow n(2n+4) = 384 \Rightarrow n(n+2) = 96 \Rightarrow n=8$$

۱۹- جملات سوم و هفتم یک دنباله هندسی به ترتیب ۷ و ۴۹ هستند. جمله یازدهم این دنباله کدام است؟

۳۴۳ (۴) ✓

۴۹√۷ (۳)

۳۳۶ (۲)

۳۴۳√۷ (۱)

$$\frac{a_7}{a_3} = \frac{49}{7} = r^4 \Rightarrow r^4 = 7$$

$$\frac{a_{11}}{a_7} = \frac{a_{11}}{49} = r^4 = 7 \Rightarrow a_{11} = 49 \times 7 = 343$$

۲۰- اگر $\frac{a^5 \times 15^3}{3^3 \times (\frac{a}{5})^5} = 5^{a+3}$ باشد، مقدار $f(2)$ در تابع $f(x) = \frac{1}{5}a^x - 1$ کدام است؟

۵ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۴ (۱) ✓

$$\frac{a^5 \times (2 \times 3)^3}{3^3 \times \frac{a^5}{5^5}} = \frac{2^3 \times 3^3 \times 5^5}{3^3} = 2^3 \times 5^5 = 2^{a+3} \Rightarrow a+3=8 \Rightarrow a=5$$

$$f(2) = \frac{1}{5}(5)^2 - 1 = 2 - 1 = 1$$

نوین کنکور

کنکور

امتحان نهایی

**نوین کنکور
شرط لازم و کافی
برای موفقیت**

novinkonkor.com