

نوین کنکور

کنکور

امتحان نهایی

**نوین کنکور
شرط لازم و کافی
برای موفقیت**

novinkonkor.com

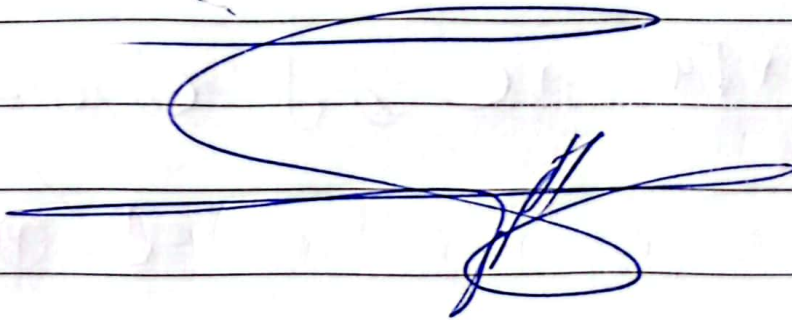
محمد حمیدی

شرفِ نسا —

مفول دس رائی کاتون

طراح و شرف در راستای عجم از مریز انجمن شرف

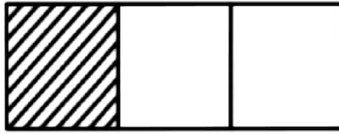
دکتر رائی



سوتنر دس رائی کاتون

تقدیم به سیر مار، خوار و کمزیر

- ۱- در شکل زیر مستطیل بزرگ از ۳ مربع یکسان تشکیل شده است. اگر مساحت مستطیل بزرگ از $\frac{2}{3}$ مساحت یکی از مربع ها ۱۴ واحد بیشتر باشد، اختلاف طول و عرض مستطیل بزرگ کدام است؟



✓ (۱) $2\sqrt{6}$

(۲) $\sqrt{6}$

(۳) $2\sqrt{3}$

(۴) $\sqrt{3}$

ضلع مربع را x بگیریم، پس طول و عرض مستطیل بزرگ به ترتیب $3x$ و x هستند.

مساحت مستطیل بزرگ و مربع را مساوی کنیم:

$$S_{\text{مستطیل}} = \text{طول} \times \text{عرض} = (3x)(x) = 3x^2$$

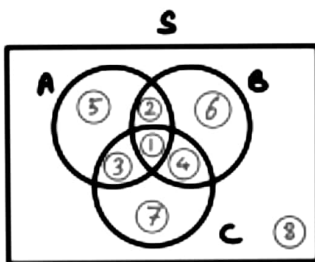
$$S_{\text{مربع}} = (\text{ضلع})^2 = x^2$$

$$\underbrace{3x^2}_{\text{مساحت مستطیل از } \frac{2}{3} \text{ مساحت مربع}} = \underbrace{14}_{\text{۱۴ واحد بیشتر است}} + \underbrace{\frac{1}{3}x^2}_{\text{مساحت مربع}} \rightarrow 9x^2 = 2x^2 + 42 \rightarrow 7x^2 = 42 \rightarrow x^2 = 6 \rightarrow x = \sqrt{6}$$

اختلاف طول و عرض مستطیل برابر است با:

$$\underbrace{3x}_{\text{طول}} - \underbrace{x}_{\text{عرض}} = 2x = 2\sqrt{6}$$

- ۲- مجموعه $(A - B) - (C - B)$ با کدام یک از مجموعه‌های زیر برابر است؟
- (۱) $(B - C) - A$
- (۲) $A - (B \cup C)$
- (۳) $B - (A \cup C)$
- (۴) $(A - B) - C$ ✓



روی نمودارون، سه مجموعه A و B و C را نشان می‌دهیم و آن را به ۸ ناحیه تقسیم می‌کنیم:

مجموعه داده‌شده در صورت سوال را بر حسب نواحی می‌نویسیم:

$$\underbrace{(A - B)}_{5, 2} - \underbrace{(C - B)}_{3, 7} = \{5, 2\} - \{3, 7\} = \{5\}$$

برای هر چهار مجموعه داده‌شده در گزینه‌ها، همین کار را انجام می‌دهیم. می‌توانیم در نقطه ناهیه ۵ شده، جواب است!

- ① $\underbrace{(B - C)}_{2, 7} - A = \{2, 7\} - \{5, 2, 1, 3\} = \{2\} \times$
- ② $A - \underbrace{(B \cup C)}_{\substack{\text{قسمت S - فرم C} \\ 2, 3, 4, 6, 7}} = \{5, 2, 1, 3\} - (\{2, 3, 4, 6, 7\} - \{5, 2, 3, 4, 6, 7, 8\}) = \{5, 2, 3\} - \{2, 4\} = \{5, 2, 3\} \times$
- ③ $B - \underbrace{(A \cup C)}_{1, 2, 3, 4, 5, 7} = \{2, 3, 4, 6, 7\} - \{2, 3, 4, 5, 6, 7\} = \{6\} \times$
- ④ $\underbrace{(A - B)}_{5, 2} - C = \{5, 2\} - \{1, 3, 4, 6, 7\} = \{5\} \checkmark$

۳- تابع با ضابطه $f(x) = (5x^2 - (ax+1)(x-b))c$ ثابت است. اگر $f(x+y) = f(x)f(y) - 2$ باشد، مقدار مثبت c

کدام است؟

۴ (۴)

۲ (۳)

۵ (۲)

۱۰ (۱) ✓

ضابطه f را ساده کنیم:

$$f(x) = (5x^2 - \underbrace{(ax+1)(x-b)}_{\substack{\text{فاکتورهای } x^2 \\ \text{فاکتورهای } x}})c = (5x^2 - ax^2 + abx - x + b)c =$$

$$((5-a)x^2 + (ab-1)x + b)c$$

$$\begin{cases} 5-a=0 \rightarrow a=5 \\ ab-1=0 \rightarrow 5b-1=0 \rightarrow b=\frac{1}{5} \end{cases}$$

چون f ثابت است، باید ضرایب x^2 و x صفر باشد.

با این مقادیر دو متغیر $a=5$ و $b=\frac{1}{5}$ ، ضابطه f به شکل زیر در می آید:

$$f(x) = \left(\underbrace{(5-a)}_0 x^2 + \underbrace{(ab-1)}_0 x + \underbrace{b}_{\frac{1}{5}} \right) c = \left(\frac{1}{5} \right) c = \frac{c}{5}$$

حال می توانیم در دو طرف معادله همان ضابطه $f(x)$ را قرار دهیم:

$$\underbrace{f(x+y)}_{\frac{c}{5}} = \underbrace{f(x)}_{\frac{c}{5}} \underbrace{f(y)}_{\frac{c}{5}} - 2 \rightarrow \frac{c}{5} = \left(\frac{c}{5} \right)^2 - 2 \rightarrow \frac{c}{5} = \frac{c^2}{25} - 2 \xrightarrow{\times 25} 5c = c^2 - 10 \rightarrow$$

$$\underbrace{c^2 - 5c - 10}_{\substack{\text{مقدار مثبت} \\ \text{شماره}}} = 0 \xrightarrow{\text{شرکت}} (c-10)(c+2) = 0 \rightarrow \begin{cases} c=10 \checkmark \\ c=-2 \end{cases}$$

-۴ اگر $f(x) = \begin{cases} [1-x] & x \geq 0 \\ [1+2x] & x < 0 \end{cases}$ باشد، حاصل $f(\sqrt{\pi}) + f(-1,7)$ کدام است؟

(۱) -۲ (۲) -۳ (۳) -۴ (۴) -۱

اول باید یک کنیم $\sqrt{\pi}$ و $-1,7$ در کدام دامنه قرار می گیرند؟ $x \geq 0$ یا $x < 0$

• اگر $\sqrt{\pi}$ را در $x \geq 0$ قرار دهیم به $[1-\sqrt{\pi}]$ می رسیم که عددی مثبت است. این رابطه به رابطه اول است که دامنه اول « مثبت » است :

$$f(x) = [1-x] \xrightarrow{x=\sqrt{\pi}} f(\sqrt{\pi}) = [1-\sqrt{\pi}] = [1-\underbrace{\sqrt{3,14}}_{1,7\dots}] = [1-1,7] = 0$$

• اگر $-1,7$ را در $x < 0$ قرار دهیم به $[1+2(-1,7)]$ می رسیم که عددی منفی است. این رابطه به رابطه اول است که دامنه اول « منفی » است :

$$f(x) = [1+2x] \xrightarrow{x=-1,7} f(-1,7) = [1+2(-1,7)] = [1-3,4] = [-2,4] = -3$$

$$f(\sqrt{\pi}) + f(-1,7) = 0 + (-3) = -3$$

پس :

۵- نقاط متمایز $(1, 3a)$ ، $(-1, a)$ و $(a, 3)$ روی یک خط قرار دارند. مقدار a کدام است؟

(۱) -۲ (۲) ✓ -۳ (۳) ۱ (۴) ۳

شیب خط گذرنده از نقاط $A(1, 3a)$ و $B(-1, a)$ را m_{AB} کنیم:

$$m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{a - 3a}{-1 - 1} = \frac{-2a}{-2} = a$$

شیب خط گذرنده از نقاط $B(-1, a)$ و $C(a, 3)$ را m_{BC} کنیم:

$$m_{BC} = \frac{y_C - y_B}{x_C - x_B} = \frac{3 - a}{a + 1}$$

چون سه نقطه A ، B و C روی یک خط قرار دارند، پس دو شیب بدست آمده باید برابر باشند:

$$m_{AB} = m_{BC} \rightarrow a = \frac{3-a}{a+1} \xrightarrow[\text{درین طرف}]{\text{ضرب}} a^2 + a = 3 - a \rightarrow a^2 + 2a - 3 = 0 \xrightarrow{\text{عوامل} \text{ ج}} (a+3)(a-1) = 0$$

$$(a+3)(a-1) = 0 \rightarrow \begin{cases} a = -3 \checkmark \\ a = 1 \times \end{cases}$$

به ازای $a = 1$ ، نقاط هر سه نقطه را بنویسیم: $A(1, 3a) = (1, 3)$ ، $B(-1, a) = (-1, 1)$ ، $C(a, 3) = (1, 3)$

چون نقاط A و C یکی هستند، پس $a = 1$ رد می شود (سوال گفته سه نقطه متمایز)

۶- رابطه‌های زیر، تابع هستند اگر مجموعه A بُرد تابع $f - g$ باشد. مجموع مقادیر اعضای A کدام است؟

$$f = \left\{ \left(7, \frac{k}{7} - 1 \right), \left(-\frac{5}{7}, 1 - k \right), (5, 2), \left(7, \frac{1}{7} \right) \right\}$$

$$g = \left\{ (5, n), \left(-\frac{5}{7}, \frac{n-1}{7} \right), (4, 3 - 2n^2), \left(-\frac{5}{7}, -\frac{3}{7} \right) \right\}$$

$$-\frac{1}{2} \quad (1)$$

$$\frac{7}{2} \quad (2) \checkmark$$

$$\frac{11}{6} \quad (3)$$

$$-\frac{7}{6} \quad (4)$$

• توزیع مرتب $(7, \frac{k}{7} - 1)$ و $(7, \frac{1}{7})$ در f داریم که مولفه‌های اولشان برابرند. برای آن که تابع باشد باید مولفه‌های دوم این توزیع مرتب برابر باشند:

$$\frac{k}{7} - 1 = \frac{1}{7} \xrightarrow{\times 7} k - 7 = 1 \rightarrow k = 8$$

• توزیع مرتب $(-\frac{5}{7}, \frac{n-1}{7})$ و $(-\frac{5}{7}, -\frac{3}{7})$ در f داریم که مولفه‌های اولشان برابرند. برای آن که تابع باشد باید مولفه‌های دوم این توزیع مرتب برابر باشند:

$$\frac{n-1}{7} = -\frac{3}{7} \rightarrow n-1 = -3 \rightarrow n = -2$$

با جای‌گذاری $k=8$ و $n=-2$ ، تابع f و g را بنویسیم:

صاف به خاطر تکرار

$$f = \left\{ \left(7, \frac{k}{7} - 1 \right), \left(-\frac{5}{7}, 1 - k \right), (5, 2), \left(7, \frac{1}{7} \right) \right\} \xrightarrow{k=8} f = \left\{ \left(7, \frac{8}{7} - 1 \right), \left(-\frac{5}{7}, 1 - 8 \right), (5, 2), \left(7, \frac{1}{7} \right) \right\}$$

صاف به خاطر تکرار

$$g = \left\{ (5, n), \left(-\frac{5}{7}, \frac{n-1}{7} \right), (4, 3 - 2n^2), \left(-\frac{5}{7}, -\frac{3}{7} \right) \right\} \xrightarrow{n=-2} g = \left\{ (5, -2), (4, -5), \left(-\frac{5}{7}, -\frac{3}{7} \right) \right\}$$

$$D_{f-g} = D_f \cap D_g = \left\{ -\frac{5}{7}, 5 \right\}$$

مقدار تابع f را در $x = -\frac{5}{7}$ و $x = 5$ حساب می‌کنیم:

$$\bullet (f-g)\left(-\frac{5}{7}\right) = f\left(-\frac{5}{7}\right) - g\left(-\frac{5}{7}\right) = -2 - \left(-\frac{3}{7}\right) = -2 + \frac{3}{7} = -\frac{11}{7} = -\frac{1}{7}$$

$$\bullet (f-g)(5) = f(5) - g(5) = 2 - (-2) = 4$$

پس $f-g$ ، مولفه $\left\{ -\frac{1}{7}, 4 \right\}$ است که مجموع اعضایش برابر است با:

$$-\frac{1}{7} + 4 = -\frac{1}{7} + \frac{28}{7} = \frac{27}{7}$$

۸- معادله $\frac{x^2 - 2x + 3}{x^2 - 2x} - 1 = \frac{x}{x-2}$ دارای چند جواب منفی است؟

(۴) صفر

(۳) ۳

(۲) ۲

✓ (۱) ۱

درست چیست و در: حاصل این نویسیم $\frac{x^2 - 2x}{x^2 - 2x}$ و ساده کنیم.

$$\frac{x^2 - 2x + 3}{x^2 - 2x} - \frac{x^2 - 2x}{x^2 - 2x} = \frac{x}{x-2} \rightarrow \frac{x^2 - 2x + 3 - x^2 + 2x}{x^2 - 2x} = \frac{x}{x-2} \rightarrow \frac{3}{x^2 - 2x} = \frac{x}{x-2}$$

در فرج کسر است بی از x نماند میگیریم و عدد $x-2$ را از فرج x در طرف ساده کنیم؛ به طرفین در x میزنیم:

$$\frac{3}{x(x-2)} = \frac{x}{x-2} \rightarrow \frac{3}{x} = \frac{x}{1} \quad \text{طرفین در } x \text{ میزنیم} \rightarrow x^2 = 3 \rightarrow x = \pm \sqrt{3}$$

فرج کردیم به ازنال دو جواب درست آمد، منفرجه شوند، پس هر دو جواب قبول اند.

این به دو نقطه یک جواب منفی ($x = -\sqrt{3}$) دارد.

۹- در داده‌های ۱۵، ۱۱/۵، ۴، ۵، ۹، ۱۱، ۵، ۱۰/۵، ۱۲ و ۱، حاصل ضرب میانه و میانگین کدام است؟

۹۸ (۴✓)

۸۴ (۳)

۷۲ (۲)

۶۳ (۱)

۱۷، ۱۵، ۱۱/۵، ۱۱، ۱۰/۵، ۹، ۵، ۴، ۱

داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم:

تعداد داده‌ها فرد است پس داده وسط، میانه است: $Q_p = 10.5 = \frac{21}{2}$

علامه برای بدست آوردن میانگین، باید مجموع را بر تعداد تقسیم کنیم:

$$\bar{x} = \frac{\overbrace{1+4+5+9}^{19} + \overbrace{10.5+11+11.5}^{22} + \overbrace{12+15+17}^{43}}{9} = \frac{84}{9} = \frac{28}{3}$$

$$\bar{x} \times Q_p = \frac{28}{3} \times \frac{21}{2} = 98$$

حاصل ضرب میانگین و میانه برابر است:

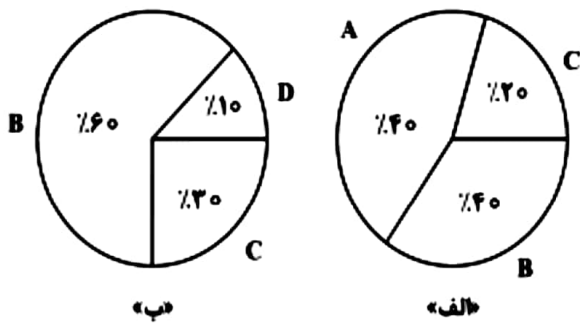
۱۰- اگر زاویه مربوط به داده «A» در یک نمودار دایره‌ای شامل چهار داده A, B, C و D برابر ۱۳۵ درجه باشد، کدام عدد زیر، مجموع فراوانی نمودار «ب» است؟

(۱) ۱۶

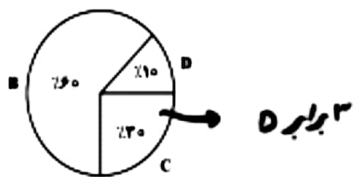
(۲) ۱۵

(۳) ۱۰ ✓

(۴) ۹

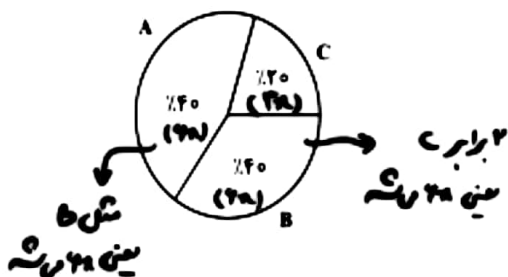


با توجه به نمودار (ب) که ۳۰ درصد آن C و ۱۰ درصدش D است، نتیجه می‌گیریم، فراوانی C، ۳ برابر فراوانی D است.



نویسندگان نمودار D و C به ترتیب x و $3x$ است.

مثلاً با توجه به نمودار (الف)، فراوانی A و B را به ترتیب x و $3x$ می‌نویسیم:



پس ترتیب فراوانی A برای C، B، C و D به صورت $2x$ ، $4x$ ، $4x$ و $2x$ است.

با توجه به اینکه تعداد فراوانی باید عددهای طبیعی باشد، پس x مقادیر عددهای طبیعی است، یعنی x باید ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ... باشد.

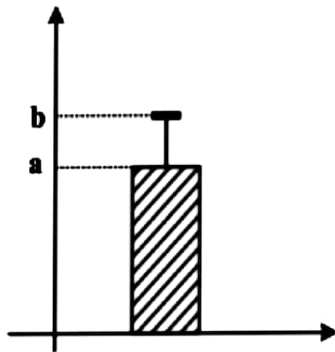
$$f_A + f_C + f_D = 2x + 4x + 2x = 10x$$

فراوانی که داده‌ها را در نمودار (ب) را می‌بینیم:

اگر x اعداد ۱، ۲، ۳، ... قرار دهیم، مقدار $10x$ برابر با ۱۰، ۲۰، ۳۰، ... می‌شود که در این گزینه فقط ۱۰ را داریم.

بهتر بعد در صورت سوال قید می‌شود: «کدام عدد زیر می‌تواند مجموع فراوانی داده‌ها را در نمودار (ب) باشد».

۱۱- داده‌های ۲۱، ۲۳، ۲۵، ۲۷ و a و b مربوط به سن دوستان مریم است که در تولد ۲۲ سالگی‌اش (مهمانی اول) شرکت داشتند و نمودار زیر نشان‌دهنده دو شاخص سن افراد حاضر در این مهمانی است. مریم ۱۰ سال بعد، زمانی که صاحب فرزند شد، تصمیم می‌گیرد به اتفاق پدر بزرگ و مادر بزرگش یک مهمانی (مهمانی دوم) ترتیب دهد و همه دوستانش که در مهمانی اول حضور داشتند را دعوت کند. اگر واریانس سن افراد در مهمانی اول ۴ باشد، مقدار شاخص مرکزی مناسب برای سن افراد در مهمانی دوم، کدام است؟



۳۴/۵ (۱✓)

۳۴ (۲)

۳۳/۵ (۳)

۳۵ (۴)

• مهمانی اول: واریانس سن افراد حاضر در مهمانی اول $\sigma^2 = 4$ به این ترتیب حدس می‌زنیم $\sigma = 2$ است.

طبق نتیجه سنی $b - a$ برابر با انحراف معیار است: $b - a = 2 \rightarrow b = a + 2$

از فرض مسئله ۷ داده ۲۱، ۲۳، ۲۵، ۲۷ و a و b (۲۲) باید برابر با ارتفاع مستطیل (یعنی a) باشد، پس:

$$a = \frac{a + b + \overbrace{21 + 23 + 25 + 27}^{118} + 12}{7} \quad \frac{b = a + 2}{\text{مربعین}} \quad a = \frac{a + a + 2 + 118}{7} \rightarrow a = \frac{2a + 120}{7} \quad \frac{\text{مربعین}}{\text{مربعین}}$$

$$7a = 2a + 120 \rightarrow 5a = 120 \rightarrow a = 24 \xrightarrow{\text{پس}} b = a + 2 = 26$$

• مهمانی دوم: به سن همه افراد ۱۰ سال اضافه می‌شود. نسبتاً فرزند، پدر بزرگ و مادر بزرگ هم در این مهمانی حضور دارند:

$$32, \underbrace{a+10}_{34}, \underbrace{b+10}_{36}, 31, 33, 35, 37, M, P, B$$

↓ ↓ ↓
پدربزرگ پدربزرگ پدربزرگ

در این داده‌ها ۱۰ دلیل می‌تواند برای انتخاب M و P باشد. چون سن فرزند، مادر بزرگ و پدر بزرگ باقی‌مانده دارد، پس آن‌ها را نادیده می‌گیریم و بقیه را به عنوان میانه برای انتخاب می‌کنیم.

داده‌ها را مرتب می‌کنیم: $B, 31, 32, 33, \underbrace{34, 35}_{\text{دو داده وسط}}, 36, 37, M, P$

$$Q_2 = \frac{34 + 35}{2} = 34.5$$

پس به این ترتیب دو داده وسط است:

۱۲- اگر p و $q \sim$ گزاره‌های درست و r گزاره دلخواه باشد، ارزش کدام گزاره به r بستگی دارد؟

- (۱) $(q \Rightarrow r) \Rightarrow p$ ✓
 (۲) $(p \Rightarrow r) \Rightarrow q$ ✓
 (۳) $(r \Rightarrow p) \Rightarrow q$
 (۴) $(r \Rightarrow \sim q) \Rightarrow \sim p$

p و q درست اند پس p درست و q نادرست است. r هم که دلخواه است.
 هرگاه لازم شد از معادلی تبدیل گزاره شرطی به معنی استفاده کنیم و ارزش گزاره را بر مبنای این می‌توانیم بدانیم.
 هم‌اکنون r را $\sim$ می‌گیریم جواب است.

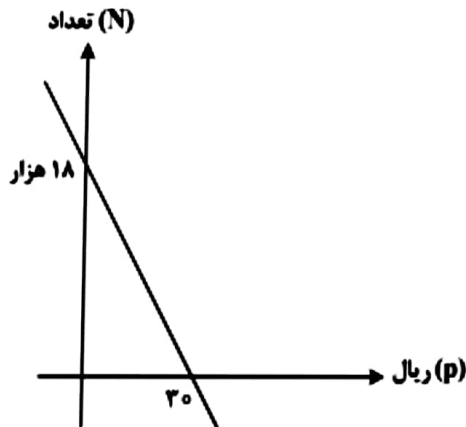
$$(1) (q \Rightarrow r) \Rightarrow p \equiv (\underbrace{F \Rightarrow r}_T) \Rightarrow T \equiv T \quad \times$$

$$(2) (p \Rightarrow r) \Rightarrow q \equiv (\underbrace{T \Rightarrow r}_{\text{تبدیل به معنی}}) \Rightarrow F \equiv (\underbrace{\sim T \vee r}_F) \Rightarrow F \equiv \underbrace{r \Rightarrow F}_{\text{تبدیل به معنی}} \equiv \sim r \vee F \equiv \underbrace{(\sim r)}_{\text{به معنی دارد}} \quad \checkmark$$

$$(3) (r \Rightarrow p) \Rightarrow q \equiv (\underbrace{r \Rightarrow T}_{\text{تبدیل به معنی}}) \Rightarrow F \equiv (\sim r \vee T) \Rightarrow F \equiv T \Rightarrow F \equiv F \quad \times$$

$$(4) (r \Rightarrow \sim q) \Rightarrow \sim p \equiv (\underbrace{r \Rightarrow T}_{\text{تبدیل به معنی}}) \Rightarrow F \equiv (\sim r \vee T) \Rightarrow F \equiv T \Rightarrow F \equiv F \quad \times$$

۱۳- نمودار زیر، تعداد فروش یک کالا توسط یک بنگاه اقتصادی را با توجه به قیمت آن نشان می‌دهد. اگر هزینه تولید هر واحد از این کالا ۲۵ ریال و هزینه اولیه ۱۸ هزار ریال باشد، بنگاه این کالا را با چه قیمتی بفروشد تا بیشترین سود را به دست آورد؟



- ۳۵ (۱)
- ۳۲٫۵ (۲)
- ۳۰ (۳)
- ۲۷٫۵ (۴) ✓

رابطه بین N و P را باید بنویسیم. خط رسم شده از دو نقطه $A(30, 0)$ و $B(0, 18000)$ می‌گذرد.
شیب را حساب کنیم.

$$m = \frac{18000 - 0}{0 - 30} = \frac{18000}{-30} = -400$$

معادله خطی که از مبدأ می‌گذرد و شیب -400 دارد به صورت $y = -400x + 18000$ می‌باشد.

پس معادله بین N و P به صورت زیر می‌باشد:

$$N = -400P + 18000 \quad \text{یا} \quad 400P = 18000 - N \quad \text{یا} \quad P = 30 - \frac{N}{400}$$

ازت در P برابر N حساب کنیم:

• از ضرب قیمت فروش در تعداد کالا، درآمد به دست می‌آید: $N(30 - \frac{N}{400}) = 30N - \frac{N^2}{400}$ قیمت فروش در تعداد کالا = درآمد

• جمع هزینه را می‌نویسیم، $18000 + 25N = 18000 + \underbrace{25}_{\text{هزینه هر کالا}} \times \underbrace{N}_{\text{تعداد}} = 18000 + 25N$ هزینه ثابت + هزینه متغیر = هزینه کل

• معادله سود را می‌نویسیم، $\text{سود} = \text{درآمد} - \text{هزینه} = (30N - \frac{N^2}{400}) - (18000 + 25N) = \underbrace{(-\frac{1}{400})N^2}_{A} + \underbrace{5N}_{B} - \underbrace{18000}_{C}$

به ازای $N = 100$ سود ماکزیمم به دست می‌آید.

$$N_S = \frac{-B}{2A} = \frac{-5}{2(-\frac{1}{400})} = \frac{5}{\frac{1}{200}} = 1000$$

N به دست آمده را در رابطه $P = 30 - \frac{N}{400}$ قرار می‌دهیم تا قیمت به دست آید: $P = 30 - \frac{1000}{400} = 30 - 2.5 = 27.5$

۱۴- در یک شرکت هیچ کدام از کارکنان با حداقل حقوق ۸۰ میلیون ریالی زیر خط فقر نیستند. میانگین درآمد خانوارهای کشور حداکثر چند میلیون ریال است؟

۱۶۰ (۴) ✓

۱۲۰ (۳)

۸۰ (۲)

۴۰ (۱)

خط فقر برابر با نصف میانگین است: $\bar{x}_f = \frac{\bar{x}}{2}$

وقتی افراد با حقوق ۸۰ میلیون ریال، زیر خط فقر نیستند، یعنی حداکثر خط فقر ۸۰ میلیون ریال بوده، $\bar{x}_f \leq 80$

$$\bar{x}_f \leq 80 \xrightarrow{\times 2} \bar{x} \leq 160$$

پس میانگین درآمد خانوارها برابر با خط فقر داریم:

پس میانگین درآمد حداکثر ۱۶۰ میلیون ریال است.

۱۶- حسن و علی قرار است هر کدام به ۳ سؤال از ۶ سؤالی که روی برگه‌ای نوشته شده، پاسخ دهند. به طوری که برای همه سؤالات پاسخ تهیه شود. با کدام احتمال شماره سؤالات حسن متوالی است؟

$$\frac{1}{40} \quad (۴) \quad \frac{1}{20} \quad (۳) \quad \frac{1}{5} \quad (۲) \quad \frac{1}{10} \quad (۱)$$

• ۳ سؤال از ۶ سؤال را برابر حسن انتخاب می‌کنیم ، $\binom{6}{3} = \frac{6!}{3!3!} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{3 \times 2 \times 1 \times 3 \times 2 \times 1} = 20$

و از ۳ سؤال باقی‌مانده ، ۳ سؤال برابر علی انتخاب می‌کنیم : $\binom{3}{3} = 1$

پس تعداد کل حالت برابر است با : $n(S) = \binom{6}{3} \times \binom{3}{3} = 20 \times 1 = 20$

• تمام حالتی که شماره سؤالات = حسن متوالی می‌شود را بنویسیم ، $A = \{123, 234, 345, 456\} \rightarrow n(A) = 4$

• پس احتمال وقوع رویداد A برابر است با : $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$

۱۷- در دنباله بازگشتی به صورت $a_{n+1} = \frac{1}{1+2a_n}$ جمله اول $\frac{3}{4}$ است. نسبت جمله دوم به جمله سوم کدام است؟

0/6 (F)

0,64 (3

o/v (2

0.72 (1) ✓

درست است $a_{n+1} = \frac{1}{1+2a_n}$ ، حال آنکه ترتیب ادوات معکوس است.

$$\bullet n=1: a_r = \frac{1}{1+r a_1} = \frac{1}{1+r(\frac{r}{r})} = \frac{1}{1+\frac{r}{r}} = \frac{1}{\frac{r}{r} + \frac{r}{r}} = \frac{1}{\frac{2}{r}} = \frac{r}{2}$$

$$\bullet n=r: a_r = \frac{1}{1+r a_r} = \frac{1}{1+r(\frac{r}{\theta})} = \frac{1}{1+\frac{r}{\theta}} = \frac{1}{\frac{\theta+r}{\theta}} = \frac{\frac{1}{\theta}}{\frac{\theta+r}{\theta}} = \frac{\theta}{\theta+r}$$

$$\frac{a_r}{a_p} = \frac{\frac{r}{\phi}}{\frac{r}{\phi}} = \frac{r \times 9}{\phi \times 9} = \frac{1A}{r_0} = \frac{1A \times 4}{r_0 \times 4} = \frac{v_r}{1..} = 0.1v_r$$

نسبت میدان در هم به هم برابر است :

۱۸- در یک سالن در ردیف اول ۸، در ردیف دوم ۱۲ و ردیف سوم ۱۶ صندلی قرار دارد. صندلی‌ها با همین نظم در ۱۲ ردیف چیده شده‌اند. اگر بخواهند این سالن را به دو سالن با نصف ظرفیت کنونی تفکیک کنند به طوری که در سالن‌های جدید چیدمان صندلی‌ها دارای همان نظم قبلی ولی با ۴ صندلی در ردیف نخست شروع شود. در سالن‌های جدید چند ردیف صندلی قرار دارد؟

۱۰ (۴)

۹ (۳✓)

۸ (۲)

۶ (۱)

تعداد صندلی‌های ردیف‌های سالن به صورت پیکان:

۸، ۱۲، ۱۶، ...
 $\begin{matrix} \swarrow & \searrow \\ +4 & +4 \end{matrix}$

اعداد ۸، ۱۲، ۱۶، ... یک دنباله حسابی با $a_1 = 8$ و $d = 4$ هستند که تعداد سالن $n = 12$ است.

مجموع سالن را حساب کنیم:

$$S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d] \rightarrow S_{12} = \frac{12}{2} [2(8) + (12-1)(4)] = 6 [16 + 44] = 6 \times 60 = 360$$

نصف ظرفیت کنونی برابر است با: $\frac{360}{2} = 180$

تعداد صندلی‌های در ردیف‌های سالن جدید به صورت پیکان (ردیف اول ۴ و بعد از آن هم ۴ تا ۴ تا اضافه می‌شود):

۴، ۸، ۱۲، ...

مجموع پنجم چند جمله اول دنباله حسابی با $a_1 = 4$ و $d = 4$ برابر با ۱۸۰ است.

$$S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d] \rightarrow 180 = \frac{n}{2} [2(4) + (n-1)(4)] \rightarrow 180 = \frac{n}{2} [8 + 4n - 4] \Rightarrow$$

$$180 = \frac{n}{2} [4n + 4] \Rightarrow 180 = \frac{n}{2} [4(n+1)] \Rightarrow 180 = n[2(n+1)] \Rightarrow 90 = n(n+1)$$

محاسبه در عدد سوالی n و $n+1$ برابر با ۹۰ شده پس n باید ۹ باشد.

۹×۱.

۱۹- جملات سوم و هفتم یک دنباله هندسی به ترتیب ۷ و ۴۹ هستند. جمله یازدهم این دنباله کدام است؟

۳۴۳ (۴) ✓

۴۹√۷ (۳)

۳۳۶ (۲)

۳۴۳√۷ (۱)



جملات سوم، هفتم و یازدهم a_3 ، a_7 ، a_{11} به هم رابطه دارند:

میانگین همدیگه بین ششم و دهم است، پس میانگین رابطه الی در بین سه جمله متوالی دنباله هندسی برقرار است، پس آن هم برقرار است:

$$(a_7)^2 = a_3 \times a_{11} \rightarrow 49^2 = 7 \times a_{11}$$

$$(7^2)^2 = 7 \times a_{11} \rightarrow 7^4 = 7 \times a_{11} \rightarrow a_{11} = \frac{7^4}{7} = 7^3 = 343$$

پس 7^3 می‌باشد.

۲۰- اگر $\frac{a^5 \times 15^2}{3^2 \times (\frac{a}{5})^5} = 5^{a+2}$ باشد، مقدار $f(2)$ در تابع $f(x) = \frac{1}{5}a^x - 1$ کدام است؟

۵ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۴ (۱) ✓

دو عبارت را ساده کنیم و به عبارت توانی برسیم:

$$15^2 = (5 \times 3)^2 = 3^2 \times 5^2$$

$$\left(\frac{a}{5}\right)^5 = \frac{a^5}{5^5}$$

تکون را در هر دو طرف با عبارت توانی دو طرفه حذف می‌کنیم:

$$\frac{a^5 \times 15^2}{3^2 \times (\frac{a}{5})^5} = 5^{a+2} \rightarrow \frac{\cancel{a^5} \times \cancel{3^2} \times 5^2}{\cancel{3^2} \times \frac{a^5}{5^5}} = 5^{a+2} \rightarrow \left(\frac{\frac{5^2}{1}}{\frac{1}{5^5}}\right) = 5^{a+2} \xrightarrow[\text{توزیع در صورتی}]{\text{دور در صورتی}} 5^8 = 5^{a+2}$$

چون که برابرند، پس توان آن‌ها باید برابر باشند:

$$8 = a + 2 \rightarrow a = 6$$

با جایگذاری $a = 6$ ، رابطه f به شکل $f(x) = \frac{1}{5}(5^x) - 1$ می‌شود.

$$f(2) = \frac{1}{5}(5^2) - 1 = 5 - 1 = 4$$

پس x قرار می‌دهیم ۲:

نوین کنکور

کنکور

امتحان نهایی

**نوین کنکور
شرط لازم و کافی
برای موفقیت**

novinkonkor.com