نوین کنکور

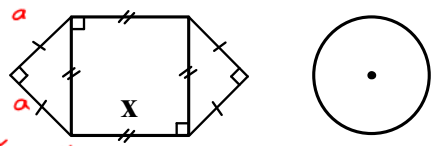
کنکور

امتحان نهایی

نوین کنکور
شرط لازم و کافی
برای موفقیت

novinkonkor.com

۱- اگر شعاع دایره شکل زیر برابر $\frac{1}{\sqrt{2\pi}}x$ و مجموع مساحت‌های دو شکل برابر ۱۶ باشد، محیط دایره کدام است؟



۱) $\sqrt{\pi}$

۲) $2\sqrt{\pi}$

۳) $3\sqrt{\pi}$

۴) $4\sqrt{\pi}$

$S_{\bigcirc} = \pi\left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}}x\right)^2 = \frac{1}{2}x^2$

$S_{\square} = x^2$

$S_{\triangle} = \frac{a\times a}{2} = \frac{a^2}{2} \xrightarrow{*} S_{\triangle} = \frac{x^2}{4}$

$x^2 = a^2 + a^2$

$x^2 = 2a^2$

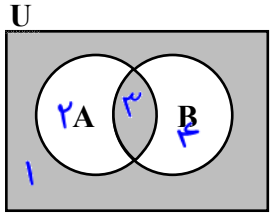
$\frac{x^2}{2} = a^2$ (*)

$S_{کل} = S_{\bigcirc} + S_{\square} + 2S_{\triangle} \to 16 = \frac{1}{2}x^2 + x^2 + \frac{x^2}{2} \to$

$16 = 2x^2 \to x^2 = 8 \to x = 2\sqrt{2} \to P_{دایره} = 2\pi r$

$P = 2\pi \times \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \times 2\sqrt{2} = \frac{4\pi}{\sqrt{\pi}} = \boxed{4\sqrt{\pi}}$

۲- با توجه به نمودار وِن زیر، مجموعهٔ سایه‌زده‌شده کدام است؟ $\{1,3\}$ ← سایه زده



۱) $(A\cup B)'$

۲) $(A'\cap B')'$

۳) $(A\cup B')\cap(A'\cup B)$

۴) $(A'\cup B')\cup(A\cap B)$

گ۱: $\{2,3,4\} \to \{1\}$ ✗

گ۲: $[\{1,4\}\cap\{1,2\}]' = \{2,3,4\}$ ✗

گ۳: $(\{2,3\}\cup\{1,2\})\cap(\{1,4\}\cup\{3,4\})$

$\{1,2,3\}\cap\{1,3,4\} = \{1,3\}$ ✓

گ۴: نیاز به بررسی نیست

۳- مجموع معکوس دو مضرب متوالی عدد ۵ برابر $\frac{1}{6}$ است. اگر a مجموع آن دو عدد باشد، مجموع ارقام a کدام است؟

۱) ۶ ۲) ۷ ۳) ۸ ۴) ۹

$x =$ مضرب ۵ $\to \frac{1}{x} + \frac{1}{x+5} = \frac{1}{6} \to \frac{2x+5}{x(x+5)} = \frac{1}{6} \to 12x + 30 = x^2 + 5x \to$

$x^2 - 7x - 30 = 0 \to (x-10)(x+3) = 0 \to \begin{cases} x = 10 \ ✓ \\ x = -3 \ ✗ \end{cases} \to x = 10, 15 \to a = 25$

$\boxed{2+5 = 7}$

۴- اگر تابع f به هر عدد حقیقی، دو برابر مکعب همان عدد، منهای ۳ را نسبت دهد، حاصل $f(\sqrt[3]{4}) - f(\frac{1}{\sqrt[3]{4}})$ کدام است؟

۱) $-7/5$ ۲) $-2/5$ ۳) $2/5$ ۴) $7/5$

$f(x) = 2x^3 - 3$

$f(\sqrt[3]{4}) = 2(\sqrt[3]{4})^3 - 3 = 5$

$f(\frac{1}{\sqrt[3]{4}}) = 2\left(\frac{1}{\sqrt[3]{4}}\right)^3 - 3 = \frac{1}{2} - 5 = -2/5$

$\to 5 - (-2/5) = \boxed{7/5}$

۵- اگر رابطهٔ $f = \{(-1, 1-2a^2), (a^2-3b, 2a+b+1), (a+6b, 4b^2-a)\}$ تابع همانی باشد، مقدار $b-a$ کدام است؟

۱) $\frac{3}{2}$ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) $-\frac{3}{2}$ ۴) $-\frac{1}{2}$

$1 - 2a^2 = -1$

$2a^2 = 2$

$a^2 = 1$

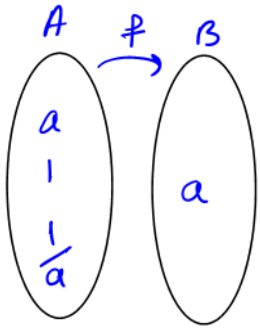
$a = 1$

$a^2 - 3b = 2a + b + 1 \xrightarrow{\boxed{a=1}} \boxed{b = -1/2} \xrightarrow{*} 1 - 3 \neq 1 - 1$ قابل قبول نیست

$a^2 - 3b = 2a + b + 1 \xrightarrow{a=-1} \boxed{1/2 = b} \xrightarrow{*} 2 = 2$ قابل قبول $\to \boxed{b - a = \frac{3}{2}}$

novinkonkor.com

۶- تابع $f: A \to B$ که در آن ~~B مجموعه‌ای تک‌عضوی است~~ ثابت را درنظر بگیرید. اگر $a \in A \cap B$ و $f(\frac{1}{a}) = \frac{f(1)}{f(a)} - a$ باشد، کدام مورد قطعاً درست است؟



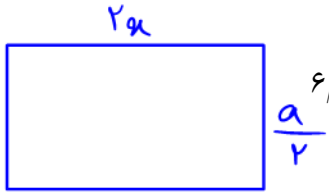
۱) $3 \in A$ ۲) $2 \in A$ ۳) $3 \notin A$ ۴) $2 \notin A$

$f(x) = a$

$a = \frac{a}{a} - a$

$2a = 1 \to a = \frac{1}{2} \to A = \{1, \frac{1}{2}, 2\}$ ← مجموعه A می‌تواند اعضای بیشتری داشته باشد.

۷- می‌خواهیم از یک رشته سیم به طول ۱۰۰، یک مستطیل به اضلاع $\frac{a}{2}$ و $2x$ بسازیم به‌طوری‌که مساحت آن ماکسیمم شود. مقدار x کدام است؟

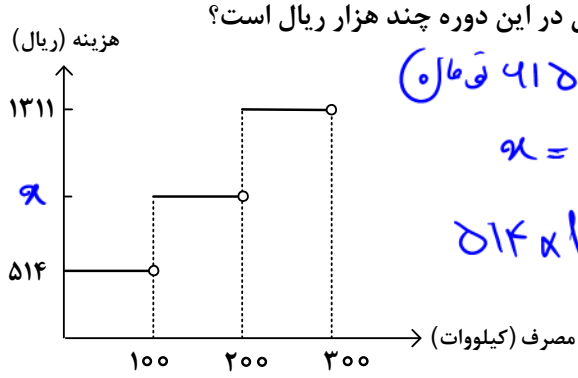


۱) ۵۰ ۲) ۲۵ ۳) ۱۲٫۵ ۴) ۶٫۲۵

$2(2x + \frac{a}{2}) = 100 \to 2x + \frac{a}{2} = 50 \to \begin{cases} 2x = 25 \to x = 12.5 \\ \frac{a}{2} = 25 \to a = 50 \end{cases}$

نکته: $a + b = k \to a = b = \frac{k}{2} \to a \times b = Max$

۸- نمودار پلکانی هزینه برق مصرفی در یک دوره در زیر رسم شده است. اگر هزینه مصرفی مازاد بر ۱۰۰ تا ۲۰۰ (کیلووات ساعت) ۶۱۵۰ تومان باشد، هزینه کل برق مصرفی در این دوره چند هزار ریال است؟



۱) ۲۴۰ ۲) ۲۴۴ ۳) ۲۵۰ ۴) ۲۵۴

۶۱۵۰ تومان = ۶۱۵۰۰ ریال

$x = 615$

$514 \times 100 + 615 \times 100 + 1311 \times 100 =$

$100(514 + 615 + 1311) = 244000$

۲۴۴۰

۹- در یک نمودار حبابی، سه‌تایی مرتب (a, b, c) مربوط به حبابی به شعاع $\frac{2}{\sqrt{\pi}}$ است. کدام مورد درخصوص مختصات این حباب می‌تواند درست باشد؟

$(\bar{V}_1, \bar{V}_2, \bar{V}_3)$

۱) $(4,4,4)$ ۲) $(2,2,2)$

۳) $(4\sqrt{\pi}, 4\sqrt{\pi}, 4\sqrt{\pi})$ ۴) $(\frac{2}{\sqrt{\pi}}, \frac{2}{\sqrt{\pi}}, \frac{2}{\sqrt{\pi}})$

$\bar{V}_1$ = محور xها

$\bar{V}_2$ = محور yها

$\bar{V}_3$ = مساحت کره $\to \bar{V}_3 = \pi r^2 = 4$

novinkonkor.com

۱۰- دانش‌آموزی معادله «$x-۲=۲$» را با استدلال زیر حل کرده است. ایراد این استدلال در کدام گام است؟

اول) $(x-۲)(x-۵)=۲(x-۵)$

دوم) $x^۲-۷x+۱۰=۲x-۱۰$

سوم) $(x^۲-۷x+۱۰)-(x-۶)=(۲x-۱۰)-(x-۶)$

چهارم) $x^۲-۸x+۱۶=x-۴$

پنجم) $\frac{(x-۴)^۲}{x-۴}=\frac{x-۴}{x-۴}$

ششم) $x-۴=۱$

هفتم) $x=۵$

۱) یکم
۲) سوم
۳) پنجم
۴) ششم

۱۱- اگر گزارهٔ $r\Rightarrow(q\vee\sim p)$ نادرست باشد، آنگاه کدام گزارهٔ زیر با آن هم‌ارزش است؟

۱) $r\Rightarrow p$ ۲) $p\Rightarrow r$ ۳) $q\Rightarrow p$ ۴) $p\Rightarrow q$

گ۱: $T\Rightarrow T\equiv T$
گ۲: $T\Rightarrow T\equiv T$
گ۳: $F\Rightarrow T\equiv T$
گ۴: $T\Rightarrow F\equiv F$

$r\equiv T$
$(q\vee\sim p)\equiv F \rightarrow q\equiv F,\ p\equiv T$

نکته: $T\Rightarrow F\equiv F$

نکته: $F\vee F\equiv F$

۱۲- دو مجموعه ۲۰ عضوی $A=\{۳x_۱-۵, ۳x_۲-۵, \dots, ۳x_{۲۰}-۵\}$ و $B=\{\frac{x_۱+۴}{۵}, \frac{x_۲+۴}{۵}, \dots, \frac{x_{۲۰}+۴}{۵}\}$ را درنظر بگیرید. اگر میانگین اعضای مجموعهٔ A برابر ۱۳ باشد، میانگین اعضای مجموعهٔ B کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۵ ۴) ۶

$۳x_۱-۵=۱۳ \rightarrow ۳x_۱=۱۸ \rightarrow x_۱=۶ \rightarrow$ یعنی میانگین اعضای $\{x_۱, x_۲, \dots, x_{۲۰}\}=۶$

میانگین اعضای B $=\frac{۶+۴}{۵}=\frac{۱۰}{۵}=۲$

۱۳- انحراف‌معیار ۳۰ دادهٔ آماری که ۱۰ درصد آنها با میانگین برابر است، ۳ می‌باشد. اگر داده‌های برابر میانگین را از کل داده‌ها کنار بگذاریم، واریانس داده‌های باقیمانده کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۵ ۳) ۹ ۴) ۱۰

واریانس جدید $=\frac{۲۷۰}{۲۷}=\boxed{۱۰}$

نکته: مجموع مربعات انحرافات داده‌ها از میانگین = تعداد داده‌ها × واریانس

مجموع مربعات انحرافات داده از میانگین $=۳^۲\times ۳۰=۲۷۰ \longrightarrow$ تعداد داده‌های برابر با میانگین $\%۱۰\times ۳۰=۳$

۱۴- داده‌های ۸، ۹، ۶، ۳، ۸، ۱، ۴، ۷، a، درآمد ماهانه کارمندان یک اداره برحسب میلیون تومان است. اگر مقدار خط فقر از دو روش میانگین و میانه برابر باشد، چند کارمند زیر خط فقر قرار دارند؟

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

با توجه به جایگاه a، دو حالت برای خط فقر رخ می‌دهد.

a و ۱ و ۳ و ۴ و ۶ و ۷ و ۸ و ۸ و ۹ و a

$\bar{x}=\frac{۴۶+a}{۹} \rightarrow$ خط فقر $=\frac{۴۶+a}{۱۸}$

اولین داده: خط فقر $=\frac{۶}{۲} \rightarrow \frac{۴۶+a}{۱۸}=\frac{۶}{۲} \rightarrow a=۸ \rightarrow$ غیرممکن

آخرین داده: خط فقر $=\frac{۷}{۲} \rightarrow \frac{۴۶+a}{۱۸}=\frac{۷}{۲} \rightarrow a=۱۷ \rightarrow$ گ۳

داده وسط: خط فقر $=\frac{a}{۲} \rightarrow \frac{۴۶+a}{۱۸}=\frac{a}{۲} \rightarrow ۹a=۴۸+a \rightarrow a=۸$ غیرممکن

خط فقر $=\frac{\text{میانه}}{۲}$

خط فقر $=\frac{\text{میانگین}}{۲}$

novinkonkor.com

۱۵- با حروف کلمه «آموزشی» چند کلمه ۶ حرفی بدون تکرار حروف می‌توان نوشت به‌طوری‌که هیچ حرف نقطه‌داری قبل از «آ» ظاهر نشود؟ (بدون توجه به معنی)

۱) ۱۵۶ ۲) ۱۸۰ ۳) ۲۱۶ ۴) ۲۴۰

$\frac{۲}{\text{و م}} \times \frac{۱}{} \times \frac{۱}{\text{آ}} \times \frac{۳}{} \times \frac{۲}{} \times \frac{۱}{} = ۱۲$ و $\frac{۱}{\text{آ}} \times \frac{۵}{} \times \frac{۴}{} \times \frac{۳}{} \times \frac{۲}{} = ۱۲۰$

$\frac{۲}{\text{و م}} \times \frac{۱}{\text{آ}} \times \frac{۴}{} \times \frac{۳}{} \times \frac{۲}{} \times \frac{۱}{} = ۴۸$ و $\_ \times \_ \times \_ \times \frac{}{\text{آ}} \times \_ \times \_ =$ غیرممکن $\rightarrow ۱۲۰+۴۸+۱۲=۱۸۰$

۱۶- هر یک از اعداد دو رقمی را که می‌توان با ارقام ۱، ۲، ۳ و ۴ نوشت، روی کارت‌هایی می‌نویسیم و پس از مخلوط کردن کارت‌ها، یک کارت را به‌طور تصادفی خارج می‌کنیم. با کدام احتمال عدد روی کارت مضرب ۴ یا ۶ است؟

۱) $\frac{۷}{۱۶}$ ۲) $\frac{۵}{۱۶}$ ۳) $\frac{۳}{۸}$ ۴) $\frac{۱}{۴}$

بهترین کار نوشتن کل حالات است.

$S = \{۱۱, ۱۲, ۱۳, ۱۴, ۲۱, ۲۲, ۲۳, ۲۴, ۳۱, ۳۲, ۳۳, ۳۴, ۴۱, ۴۲, ۴۳, ۴۴\}$

۱۷- دنباله‌های $a_n = n^۲ - ۲$ و $b_{n+۱} = \begin{cases} \frac{۱}{۲} b_n & \text{فرد } a_{n+۱} \\ ۳b_n + ۱ & \text{زوج } a_{n+۱} \end{cases}$ را درنظر بگیرید. اگر $b_۱ = -۳a_۱$ باشد، حاصل $a_۳ \times b_۳ + a_۱ \times b_۲$ کدام است؟

۱) ۲۵ ۲) ۳۰ ۳) ۴۰ ۴) ۴۵

$a_۱ = ۱ - ۲ = -۱$

$b_۱ = -۳ \times -۱ = ۳$

$\frac{۳}{b_۱}, \frac{۱۰}{b_۲}, \frac{۵}{b_۳}$

$b_۲ = ۳ \times ۳ + ۱ = ۱۰$ $a_۲ = ۲$ زوج

$b_۳ = \frac{۱}{۲} \times ۱۰ = ۵$ $a_۳ = ۷$ فرد

$a_۱ = -۱$

$a_۲ = ۲$

$a_۳ = ۷$

$۷ \times ۵ + (-۱)(۱۰) = ۲۵$

۱۸- اگر مجموع جملات یازدهم و نوزدهم یک دنباله خطی برابر ۱۴۴ باشد، جمله پانزدهم این دنباله کدام است؟

۱) ۴۸ ۲) ۵۲ ۳) ۷۲ ۴) ۸۴

$\boxed{\text{نکته: } b = \frac{a+c}{۲}}$

$a_{۱۵} = \frac{a_{۱۱} + a_{۱۹}}{۲} = \frac{۱۴۴}{۲} = ۷۲$

۱۹- دنبالهٔ a_n با رابطهٔ بازگشتی $a_{n+۱} = ra_n$ (دنباله هندسی) را درنظر بگیرید. اگر جملات دوم و سوم این دنباله به‌ترتیب $-۹\sqrt{۳}$ و ۹ باشند، جملهٔ هشتم این دنباله کدام است؟

۱) -۱ ۲) $-\frac{۱}{۳}$ ۳) $\frac{-\sqrt{۳}}{۹}$ ۴) $-\frac{\sqrt{۳}}{۳}$

$r = \frac{۹}{-۹\sqrt{۳}} = -\frac{۱}{\sqrt{۳}}$

$\frac{۹}{a_۳}, \ldots, \frac{۹ \times r^۵}{a_۵}$ ($r^۵$) $\rightarrow a_۵ = ۹ \times \left(-\frac{۱}{\sqrt{۳}}\right)^۵ = ۹ \times \left(-\frac{۱}{۹\sqrt{۳}}\right) = -\frac{۱}{\sqrt{۳}}$

۲۰- در تساوی $\frac{x^۵ \times \sqrt[۶]{۵^۳} \times \sqrt[۳]{۱۵^۹}}{\sqrt[۴]{۵^۶} \times (\frac{۳}{۵})^{-۲}} = ۲۱^۵$، مقدار x کدام است؟

۱) ۷ ۲) ۱۵ ۳) ۵ ۴) ۲۱

$\frac{x^۵ \times ۵^{\frac{۱}{۲}} \times ۵^۳ \times ۳^۳}{۵^{\frac{۳}{۲}} \times ۵^۲ \times ۳^{-۲}} = ۷^۵ \times ۳^۵ \rightarrow x^۵ = ۷^۵ \rightarrow \boxed{x = ۷}$

bomb_math: محمدرضا میری ۱۴۰۴/۲/۱۲

novinkonkor.com

نوین کنکور

کنکور

امتحان نهایی

نوین کنکور
شرط لازم و کافی
برای موفقیت

novinkonkor.com