نوین کنکور

آدرس وب سایت ما

novinkonkor.com

نوین کنکور
در شبکه های اجتماعی

novinkonkor

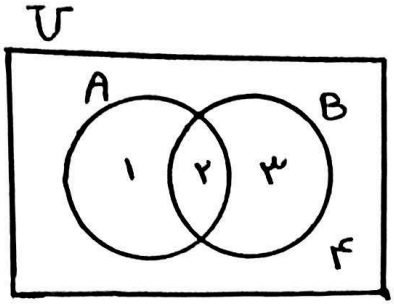
@novinkonkor

۰۹۳۸۲۵۱۶۷۴۷

نوین کنکور مرجع کنکور و امتحان نهایی

پاسخ سؤالات هندسه و گسسته آزمون خارج از کشور ۱۴۰۱

۱۰۳ - گزینهٔ «۴»



فرض کنید نواحی موجود در نمودار ون مجموعه‌های A و B را مطابق شکل شماره گذاری کنیم. در این صورت داریم:

$$A' \cup B = \{3,4\} \cup \{2,3\} = \{2,3,4\}$$

$$A' \cap B' = \{3,4\} \cap \{1,4\} = \{4\}$$

$$A' \cup B = A' \cap B' \Rightarrow \{2,3,4\} = \{4\} \Rightarrow \{2,3\} = \emptyset \Rightarrow B = \emptyset$$

---

۱۰۴ - گزینهٔ «۱»

می دانیم $(A \cap B) \subseteq B$، پس $(A \cap B) - B = \emptyset$ است و در نتیجه مجموعهٔ صورت سؤال برابر است با:

$$\emptyset' \cap [(A \cap B) \cup (A \cap B')] = U \cap [A \cap \underbrace{(B \cup B')}_{U}]$$

$$= U \cap A = A$$

---

۱۰۵ - گزینهٔ «۲»

با توجه به اندیس گزاره‌ها به تفکیک گزینه‌ها داریم:

گزینهٔ «۱»: $(T \Rightarrow F) \wedge (F \Rightarrow T) \equiv F \wedge T \equiv F$

گزینهٔ «۲»: $(F \Rightarrow F) \wedge (F \Rightarrow F) \equiv T \wedge T \equiv T$

گزینهٔ «۳»: $(T \Rightarrow T) \wedge (T \Rightarrow F) \equiv T \wedge F \equiv F$

گزینهٔ «۴»: $(F \Rightarrow T) \wedge (T \Rightarrow F) \equiv T \wedge F \equiv F$

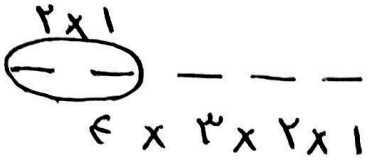
novinkonkor.com

۱۲۴ - گزینه «۳»

تعداد کل حالت‌هایی که ۷ بیمار می‌توانند بر روی ۵ صندلی بنشینند، برابر است با:

$$\binom{7}{5} \times 5! = \frac{7!}{5! \times 2!} \times 5! = \frac{7!}{2!} = 2520$$

حال باید حالت‌هایی که دو نفر خاص در بین این ۵ نفر بوده و کنار هم می‌نشینند را از تعداد کل حالت‌ها کم کنیم. در صورتی که دو نفر خاص انتخاب شده باشند، باید از ۵ نفر دیگر، ۳ نفر انتخاب کرد. این دو نفر را یک بسته در نظر می‌گیریم.



مطابق شکل تعداد جایگشت‌ها برابر $4! \times 2!$ است، پس تعداد حالت‌هایی که این دو نفر خاص کنار هم می‌نشینند، برابر است با:

$$\binom{5}{3} \times 2! \times 4! = 10 \times 2 \times 24 = 480$$

بنابراین تعداد حالت‌های مطلوب برابر است با:

$$2520 - 480 = 2040$$

---

۱۲۵ - گزینه «۲» پرتاب دو تاس

تعداد اعضای نمونه‌ای برابر $n(S) = 36$ است. حالت‌های مطلوب که حداقل عدد یک تاس مضرب ۳ و مجموع دو تاس عدد ۷ باشد، عبارت‌اند از:

$$A = \{(1,6), (3,4), (4,3), (6,1)\}$$

پس احتمال این پیشامد برابر است با:

$$P(A) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

novinkonkor.com

۱۲۶ - گزینه‌ی «۳»

$$P(W) = 1 - P(B) = 1 - \frac{۳}{۵} = \frac{۲}{۵}$$

$$P(C) = P(\{x, y, w\}) = P(\underbrace{\{x, y\}}_{A}) + P(W) = \frac{۱}{۷} + \frac{۲}{۵} = \frac{۱۹}{۳۵}$$

---

۱۲۷ - گزینه‌ی «۱»

فرض کنید پیشامدهای اصابت تیرهای علی و حسن به هدف را به ترتیب با A و B نمایش دهیم. با توجه به مستقل بودن این دو پیشامد داریم:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= P(A) + P(B) - P(A)P(B)$$

$$= ۰,۶ + ۰,۴ - ۰,۶ \times ۰,۴ = ۰,۷۶$$

طبق رابطه‌ی احتمال شرطی داریم:

$$P(A \mid A \cup B) = \frac{P[A \cap (A \cup B)]}{P(A \cup B)} = \frac{P(A)}{P(A \cup B)} = \frac{۰,۶}{۰,۷۶} = \frac{۱۵}{۱۹}$$

---

۱۲۸ - گزینه‌ی «۳»

میانگین اعداد ۰ تا N برابر است با:

$$\mu = \frac{۰ + ۱ + \cdots + N}{N+1} = \frac{\frac{N(N+1)}{۲}}{N+1} = \frac{N}{۲}$$

از طرفی میانگین نمونه برابر است با:

$$\bar{x} = \frac{۹ + ۲ + ۵ + ۸ + ۱۱}{۵} = \frac{۳۵}{۵} = ۷$$

بنابراین برآورد نقطه‌ای N به کمک میانگین نمونه برابر است با:

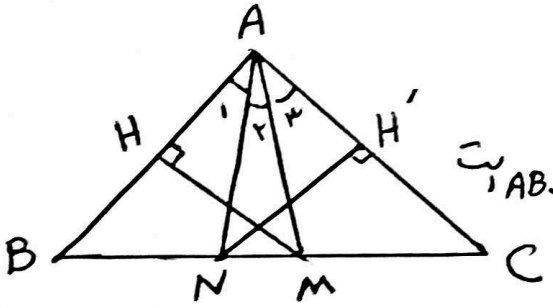
$$\frac{N}{۲} = ۷ \Longrightarrow N = ۱۴$$

novinkonkor.com

۱۲۹ـ گزینهٔ «۴»

با توجه به مقدار توان دوم انحراف از میانگین داده ها، خود مقدار انحراف از میانگین داده ها تنها می‌تواند یکی از اعداد صفر، ۱ یا (۱-) باشد. از طرفی مجموع انحراف از میانگین داده ها همواره برابر صفر است. با توجه به اینکه هر دو عدد ۱ و (۱-) فرد هستند و مجموع تعدادی فرد (۸۳ عدد) از اعداد فرد نمی‌تواند برابر یک عدد زوج (صفر) باشد، پس حداقل یکی از مقادیر انحراف از میانگین داده ها برابر صفر است.

۱۳۰ـ گزینهٔ «۲»



$$AB = AC \Rightarrow \hat{B} = \hat{C} = \frac{180^\circ - 80^\circ}{2} = 50^\circ$$

M روی عمودمنصف AB است $\Rightarrow AM = BM \Rightarrow B\hat{A}M = \hat{B} = 50^\circ$

$$\Rightarrow \hat{A}_1 + \hat{A}_2 = 50^\circ \quad (1)$$

N روی عمودمنصف AC است $\Rightarrow AN = CN \Rightarrow C\hat{A}N = \hat{C} = 50^\circ$

$$\Rightarrow \hat{A}_2 + \hat{A}_3 = 50^\circ \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow (\hat{A}_1 + \hat{A}_2 + \hat{A}_3) + \hat{A}_2 = 100^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{A}_2 = 100^\circ - 80^\circ = 20^\circ$$

۱۳۱ـ گزینهٔ «۱»

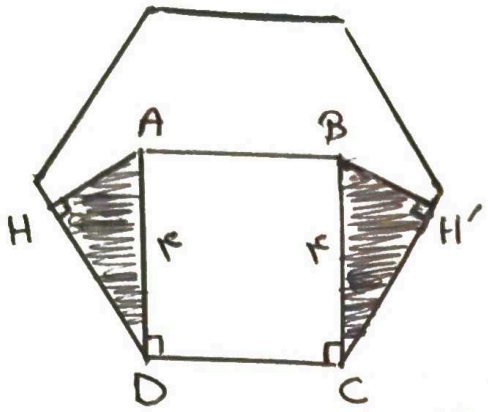
دو مثلث EBD و ABC به حالت تساوی دو زاویه متشابه هستند و داریم:

$$\frac{ED}{AC} = \frac{EB}{AB} = \frac{BD}{BC} \Rightarrow \frac{y}{24} = \frac{24}{48} = \frac{18}{24+x}$$

$$\left.\begin{array}{l} \frac{y}{24} = \frac{1}{2} \Rightarrow y = 12 \\ \frac{18}{24+x} = \frac{1}{2} \Rightarrow 24 + x = 36 \Rightarrow x = 12 \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{x}{y} = 1$$

novinkonkor.com

۱۴۲ - گزینه «۴»



هر زاویهٔ داخلی یک شش‌ضلعی منتظم برابر 120° است، پس داریم:

$$A\hat{D}H = B\hat{C}H' = 120^\circ - 90^\circ = 30^\circ$$
$$\Rightarrow D\hat{A}H = C\hat{B}H' = 60^\circ$$

در یک مثلث قائم‌الزاویه اندازهٔ ضلع روبه‌رو به زوایای 30° و 60° به ترتیب برابر $\frac{1}{2}$ و $\frac{\sqrt{3}}{2}$ وتر است، پس داریم:

$$AH = \frac{1}{2}AD = 2 \quad , \quad HD = \frac{\sqrt{3}}{2}AD = 2\sqrt{3}$$

$$S_{ADH} = S_{BCH'} = \frac{1}{2}\, AH \times HD = \frac{1}{2} \times 2 \times 2\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \text{مساحت ناحیه‌های سوخورده} = 2 \times 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$$

---

۱۴۳ - گزینهٔ «۳»

فرض کنید $\overset{\frown}{BE} = x$ باشد. در این صورت داریم:

$$AB \parallel DE \Rightarrow \overset{\frown}{AD} = \overset{\frown}{BE} = x$$
$$BC \parallel EF \Rightarrow \overset{\frown}{CF} = \overset{\frown}{BE} = x$$
$$\overset{\frown}{AB} + \overset{\frown}{BE} + \overset{\frown}{EF} + \overset{\frown}{CF} + \overset{\frown}{CD} + \overset{\frown}{AD} = 360^\circ$$
$$\Rightarrow 60^\circ + x + 80^\circ + x + 100^\circ + x = 360^\circ$$
$$\Rightarrow 3x = 120^\circ \Rightarrow x = 40^\circ$$

$$B\hat{C}T = \frac{\overset{\frown}{CD} + \overset{\frown}{AD} + \overset{\frown}{AB}}{2} = \frac{100^\circ + 40^\circ + 60^\circ}{2} = 100^\circ \quad \text{(زاویهٔ محاطی)}$$

novinkonkor.com

۱۳۴ - گزینهٔ «۱»

قطر دایرهٔ محیطی یک ذوزنقهٔ متساوی الساقین، واسطهٔ هندسی بین طول های دو قاعدهٔ ذوزنقه است، پس داریم:

$$(2R)^2 = AB \times CD \Rightarrow 4R^2 = 2 \times 4 \Rightarrow R^2 = 2$$

$$\Rightarrow \text{مساحت دایره} = \pi R^2 = 2\pi$$

---

۱۳۵ - گزینهٔ «۴»

طول مماس مشترک دو دایرهٔ مماس خارج به شعاع های R و R' از رابطهٔ $2\sqrt{RR'}$ به دست می آید، پس با فرض $R > R'$ داریم:

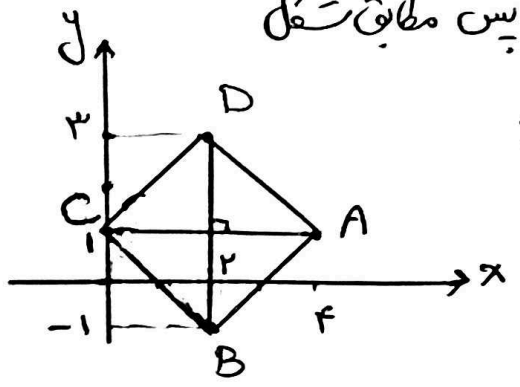
$$2\sqrt{RR'} = \frac{\sqrt{3}}{2}R \xrightarrow{\text{به توان ۲}} 4RR' = \frac{3}{4}R^2 \Rightarrow R = \frac{16}{3}R'$$

---

۱۳۶ - گزینهٔ «۱»

نقطهٔ C روی محور y ها قرار دارد، پس مختصات آن به صورت (۰و۱) است.

قطرهای مربع ABCD همدیگر را منصف یکدیگرند، پس مطابق شکل



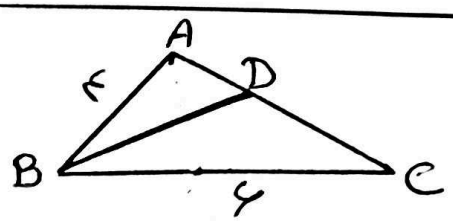
مختصات نقطهٔ D به صورت (۳و۲) و در نتیجه مختصات نقطهٔ B به صورت (۱-و۲) است.

نقطهٔ B بازتاب نقطهٔ D نسبت به قطر AC است، پس داریم:

$$OB = \sqrt{2^2 + (-1)^2} = \sqrt{5}$$

---

۱۳۷ - گزینهٔ «۳»



فرض کنید $AB = 4$، $AC = 5$ و $BC = 6$ باشد.

طبق قضیهٔ نیمسازهای زوایای داخلی داریم:

$$\frac{AD}{DC} = \frac{AB}{BC} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \xrightarrow{\text{ترکیب نسبت در صورت}} \frac{AD}{AC} = \frac{2}{5} \Rightarrow \frac{AC}{AD} = \frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{ABC}}{S_{ABD}} = \frac{AC}{AD} = \frac{5}{2}$$

novinkonkor.com

۱۳۸ - گزینهٔ «۲»

$$A=\begin{bmatrix}-1 & 2\\ 4 & -3\end{bmatrix}\Rightarrow A^{-1}=\frac{1}{-5}\begin{bmatrix}-3 & -2\\ -4 & -1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{3}{5} & \frac{2}{5}\\ \frac{4}{5} & \frac{1}{5}\end{bmatrix}$$

$$\alpha A+\beta I=A^{-1}\Rightarrow\begin{bmatrix}-\alpha & 2\alpha\\ 4\alpha & -3\alpha\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\beta & 0\\ 0 & \beta\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{3}{5} & \frac{2}{5}\\ \frac{4}{5} & \frac{1}{5}\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow\begin{bmatrix}-\alpha+\beta & 2\alpha\\ 4\alpha & -3\alpha+\beta\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{3}{5} & \frac{2}{5}\\ \frac{4}{5} & \frac{1}{5}\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}2\alpha=\frac{2}{5}\Rightarrow\alpha=\frac{1}{5}\\ -\alpha+\beta=\frac{3}{5}\Rightarrow-\frac{1}{5}+\beta=\frac{3}{5}\Rightarrow\beta=\frac{4}{5}\end{cases}\Rightarrow\frac{\beta}{\alpha}=4$$

---

۱۳۹ - گزینهٔ «۱»

$$\text{سطر اول } A^2=\begin{bmatrix}3 & -3 & 4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}3 & -3 & 4\\ 2 & -3 & 4\\ 0 & -1 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}3 & -4 & 4\end{bmatrix}$$

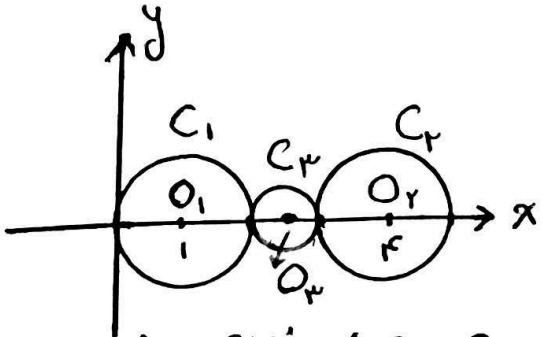
$$\text{سطر اول } A^3=\begin{bmatrix}3 & -4 & 4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}3 & -3 & 4\\ 2 & -3 & 4\\ 0 & -1 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & -1 & 0\end{bmatrix}$$

---

۱۴۰ - گزینهٔ «۲»

$$C_1: x^2-8x+y^2+15=0\Rightarrow \text{مرکز: } O_1(4,0),\ \text{شعاع: } R_1=\frac{1}{2}\sqrt{(-8)^2-4(15)}=1$$

$$C_2: x^2-2x+y^2=0\Rightarrow \text{مرکز: } O_2(1,0),\ \text{شعاع: } R_2=\frac{1}{2}\sqrt{(-2)^2}=1$$



مطابق شکل مرکز دایرهٔ C_3 (دایره‌ای که از خارج با C_1 و C_2 مماس است)، نقطهٔ $O_3(\frac{5}{2},0)$ و شعاع آن $R_3=\frac{1}{2}$ است، پس معادلهٔ آن به صورت زیر است:

$$(x-\frac{5}{2})^2+y^2=\frac{1}{4}\Rightarrow x^2-5x+\frac{25}{4}+y^2=\frac{1}{4}\Rightarrow x^2+y^2-5x+6=0$$

novinkonkor.com

۱۴۱ - گزینه‌ی «۳»

$$x^2+4y^2-16y-2x+16=0 \Rightarrow (x^2-2x+1)+4(y^2-4y+4)=1$$

$$\Rightarrow (x-1)^2+4(y-2)^2=1 \Rightarrow \frac{(x-1)^2}{1}+\frac{(y-2)^2}{\frac{1}{4}}=1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a^2=1 \\ b^2=\frac{1}{4} \end{cases}$$

$$c^2=a^2-b^2=1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4} \Rightarrow c=\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \text{فاصله‌ی دو کانون}=2c=\sqrt{3}$$

تذکر: این سؤال خارج از مباحث نظام جدید آموزشی است.

---

۱۴۲ - گزینه‌ی «۴»

فرض کنید $d=(a,5)$ باشد. در این صورت با توجه به شرط جواب معادله‌ی همنهشتی داریم:

$$\left.\begin{array}{l} (a,5)\mid n^2+3n \Rightarrow d\mid n^2+3n \xrightarrow{\times 2} d\mid 2n^2+6n \\ (a,5)\mid 2n+1 \Rightarrow d\mid 2n+1 \xrightarrow{\times n} d\mid 2n^2+n \end{array}\right\} \xrightarrow{\text{تفاضل}}$$

$$d\mid 5 \Rightarrow d=1 \text{ یا } 5$$

اما مقدار $d=5$ قابل قبول نیست، چون مثلاً به ازای $n=1$، $5\nmid n^2+3n$ و $5\nmid 2n+1$ و در نتیجه تنها مقدار $d=1$ قابل قبول بوده و داریم:

$$3d=3\times 1=3$$

---

۱۴۳ - گزینه‌ی «۱»

می‌دانیم به ازای $n>5$، $n!\overset{10}{\equiv}0$ است، پس داریم:

$$(1!+3!+5!+\cdots+25!)(2!+4!+\cdots+26!)$$

$$\overset{10}{\equiv}(2+4+0+\cdots+0)(1+6+0+\cdots+0)\overset{10}{\equiv}6\times 7\overset{10}{\equiv}42\overset{10}{\equiv}2$$

novinkonkor.com

۱۴۴- گزینهٔ «۱»

$$15x + 21y = 9 \xrightarrow{\div 3} 5x + 7y = 3$$

$$\Rightarrow 7y \overset{5}{\equiv} 3 \Rightarrow 2y \overset{5}{\equiv} -2 \xrightarrow[(2,5)=1]{\div 2} y \overset{5}{\equiv} -1 \Rightarrow y = 5k-1 \ (k \in \mathbb{Z})$$

$$5x + 7(5k-1) = 3 \Rightarrow 5x = -35k + 10 \Rightarrow x = -7k + 2$$

بزرگ‌ترین عدد سه رقمی ممکن برای y، برابر ۹۹۹ است. در این صورت داریم:

$$5k - 1 = 999 \Rightarrow 5k = 1000 \Rightarrow k = 200$$

$$x = -7 \times 200 + 2 = -1398 \Rightarrow -x = 1398$$

۱۴۵- گزینهٔ «۲»

می‌دانیم گراف فرد-منتظم از مرتبهٔ فرد وجود ندارد، پس k حتماً عددی زوج است.

از طرفی گراف ۸-منتظم از مرتبهٔ ۹، همان گراف کامل K_9 است،

پس حداکثر مقدار قابل قبول برای k، برابر ۶ خواهد بود.

۱۴۶- گزینهٔ «۴»

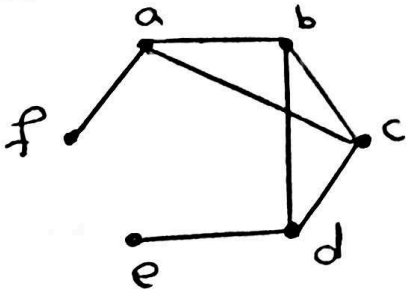
گراف G، ۲-منتظم است. در این صورت گراف $\bar{G}$، $(p-3)$-منتظم بوده

و در نتیجه داریم:

$$q(\bar{G}) = 3q(G) \Rightarrow \frac{p(p-3)}{2} = 3 \times \frac{2p}{2} \Rightarrow p - 3 = 6$$

$$\Rightarrow p = 9$$

۱۴۷- گزینهٔ «۲»



اگر رئوس گراف را مطابق شکل نام‌گذاری کنیم،

آن‌گاه دورهای به طول ۳ عبارت‌اند از:

abca, bcdb

novinkonkor.com

۱۴۸- گزینهٔ «۱»

روش اول:

می‌توانیم $\sqrt{x_2}$ را با متغیری صحیح و نامنفی مانند y_2 جایگزین کنیم. در این صورت داریم:

$$x_1+y_2+x_3+x_4=4 \xrightarrow{\text{نامنفی}} \text{تعداد جواب‌های صحیح و} = \binom{-1+4+4}{4-1}=\binom{7}{3}=35$$

روش دوم:

به x_2 مقادیر مناسب اختصاص داده و در هر مرحله تعداد جواب‌ها را محاسبه می‌کنیم.

$$x_2=0 \Rightarrow x_1+x_3+x_4=4 \Rightarrow \text{تعداد جواب} = \binom{-1+3+4}{3-1}=\binom{6}{2}=15$$

$$x_2=1 \Rightarrow x_1+x_3+x_4=3 \Rightarrow \text{تعداد جواب} = \binom{-1+3+3}{3-1}=\binom{5}{2}=10$$

$$x_2=4 \Rightarrow x_1+x_3+x_4=2 \Rightarrow \text{تعداد جواب} = \binom{-1+3+2}{3-1}=\binom{4}{2}=6$$

$$x_2=9 \Rightarrow x_1+x_3+x_4=1 \Rightarrow \text{تعداد جواب} = \binom{-1+3+1}{3-1}=\binom{3}{2}=3$$

$$x_2=16 \Rightarrow x_1+x_3+x_4=0 \Rightarrow \text{تعداد جواب} = \binom{-1+3+0}{3-1}=\binom{2}{2}=1$$

$$\text{تعداد کل جواب‌ها} = 15+10+6+3+1=35$$

۱۴۹- گزینهٔ «۱»

طبق تعمیم اصل لانه کبوتری داریم: (تعداد لانه‌ها برابر تعداد ماه‌های سال یعنی $m=12$ است)

$$km+1=65 \xrightarrow{m=12} 12k+1=65 \Rightarrow 12k=64$$

$$\Rightarrow k=\left[\frac{64}{12}\right]=5$$

در این صورت بیشترین مقدار n برابر است با: $k+1=6$

۱۵۰- گزینهٔ «۱»

طبق تعریف همگن بودن هر رأس، درجهٔ هر رأس این گراف برابر ۳ و در نتیجه گراف ۳- منتظم است و داریم:

$$2q=3p \xrightarrow{p=6} 2q=18 \Rightarrow q=9$$

novinkonkor.com

نوین کنکور

آدرس وب سایت ما

novinkonkor.com

نوین کنکور
در شبکه های اجتماعی

novinkonkor

@novinkonkor

۰۹۳۸۲۵۱۶۷۴۷

نوین کنکور مرجع کنکور و امتحان نهایی