نوین کنکور

آدرس وب سایت ما

novinkonkor.com

نوین کنکور
در شبکه های اجتماعی

 novinkonkor

 @novinkonkor

 ۰۹۳۸۲۵۱۶۷۴۷

نوین کنکور مرجع کنکور و امتحان نهایی

به نام خدا

پاسخ تشریحی کنکور ریاضی ۱۴۰۱ - خارج کشور

عادل حسنی - مسئول درس حسابان

۱۰۱- گزینه «۱»

(مختصات، الگو و دنباله)

در هر مرحله مساحت را ۹ برابر می‌کنیم، یعنی طول ضلع را ۳ برابر می‌کنیم، پس در هر مرحله محیط هم ۳ برابر می‌شود.

۱۰۲- گزینه «۳»

(معادله‌ها و نامعادله‌ها)

خط $y=-x$; $x<0$ بر سهمی مانند C، پس معادله تقاطع جواب منفی دارد:

$$3x^2+(2m-1)x+m+\frac{4}{3}=-x$$

$$\Rightarrow 3x^2+2mx+m+\frac{4}{3}=0 \Rightarrow \Delta=4m^2-12m-16=0$$

$$\Rightarrow m^2-3m-4=(m-4)(m+1)=0 \Rightarrow m=4 \text{ یا } -1$$

چون تصادف باید منفی شود، پس m باید مثبت باشد.

$$\Rightarrow m=4 \Rightarrow C: y=3x^2+7x+\frac{16}{3}$$

طول رأس سهمی C برابر $x_s=-\frac{7}{6}$ است.

novinkonkor.com

۱۰۶ ـ گزینه «۴» (هندسه و معادله)

a باید واسطهٔ هندسی α و β باشد

$$\Rightarrow a^2 = \alpha\beta \Rightarrow a^2 = 2a - 1 \Rightarrow a^2 - 2a + 1 = 0 \Rightarrow a = 1$$

به ازای $a=1$ معادلهٔ $x^2 + 4x + 1 = 0$ دو جواب حقیقی مثبت دارد.

---

۱۰۷ ـ گزینه «۳» (هندسه و معادله)

معادله درجهٔ سوم، دو ریشهٔ حقیقی دارد، پس ریشهٔ سوم هم دارد، این ریشه را γ می‌نامیم.

قرینهٔ حاصل ضرب این جواب‌ها برابر $-\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$ است.

$$\Rightarrow -\alpha\beta\gamma = -(-2)\gamma = -\frac{1}{2} \Rightarrow \gamma = -\frac{1}{4}$$

روش اول: $\gamma = -\frac{1}{4}$ را در معادله قرار می‌دهیم:

$$4\left(-\frac{1}{64}\right) + k\left(\frac{1}{16}\right) + \frac{9}{4} - 2 = 0 \Rightarrow k = -3$$

روش دوم: مجموع جواب‌ها برابر $-\frac{k}{4}$ است.

$$\Rightarrow \alpha + \beta + \gamma = 1 - \frac{1}{4} = -\frac{k}{4} \Rightarrow k = -3$$

---

۱۰۸ ـ گزینه «۲» (آنالیز)

$$y = |x+1| - 2|x-2| =$$

$$\Rightarrow y = \begin{cases} 2x - 7 & ; x < -1 \\ 4x - 5 & ; -1 \le x < 2 \\ -2x + 7 & ; x \ge 2 \end{cases}$$

novinkonkor.com

تابع روی بازه $[2, +\infty)$ نزولی است:

$$f(x) = -2x + 7 \quad ; x \geq 2 \Rightarrow y \leq 3$$

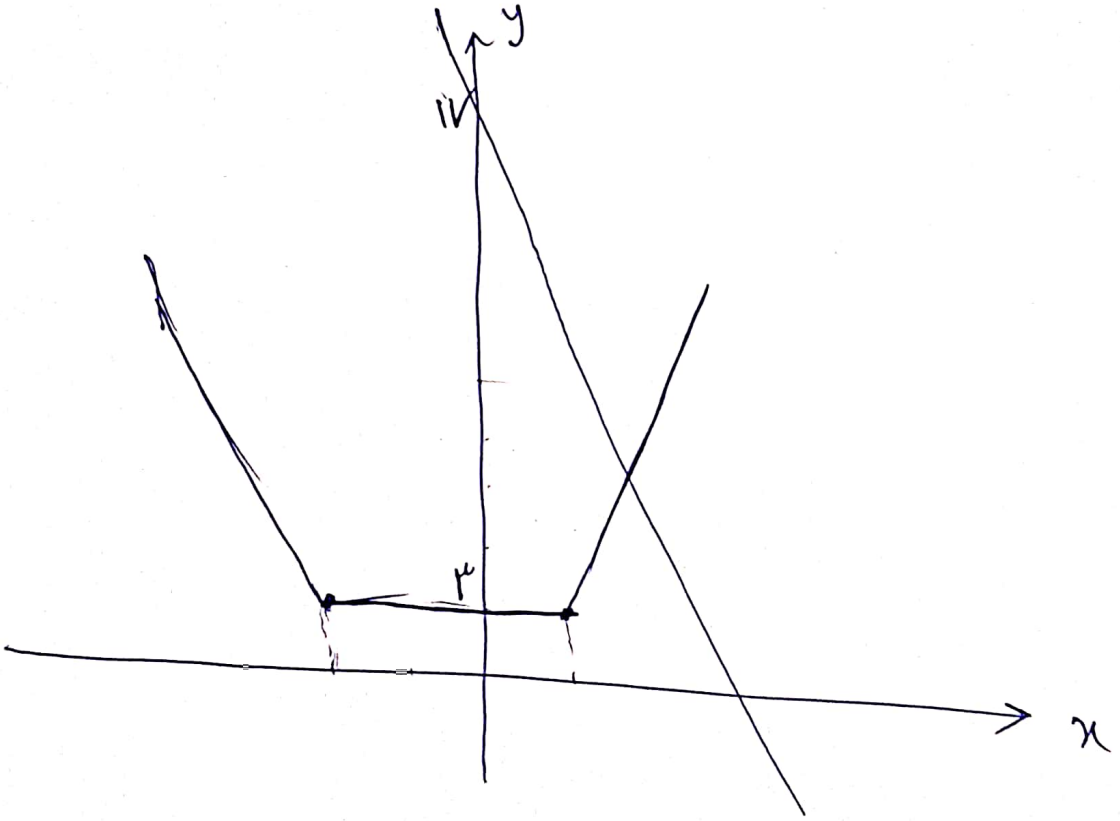
$$\Rightarrow f^{-1}(x) = -\frac{1}{2}(x - 7) = -\frac{1}{2}x + \frac{7}{2} \quad ; x \leq 3$$

---

۱۰۹ - گزینه «۱»

(حیرومعادله)

نمودار دو تابع را به صورت تقریبی رسم می‌کنیم:



$y = -2x - 1$ ، $y = 2x + 1$ تابع‌های $y = \frac{-x+17}{3}$ با

نقطه‌ی برخورد:

$$2x + 1 = \frac{-x+17}{3} \Rightarrow 6x + 3 = -x + 17 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow A(2, 5)$$

$$-2x - 1 = \frac{-x+17}{3} \Rightarrow -6x - 3 = -x + 17 \Rightarrow x = -4 \Rightarrow B(-4, 7)$$

$$\Rightarrow AB = \sqrt{(2 - (-4))^2 + (5 - 7)^2} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$

novinkonkor.com

(تابع)

۱۱۰ - گزینه «۳»

تابع داده شده، کلیدی صعودی است، پس می‌داند خود را روی خط $y=x$ قطع می‌کند. داریم:

$$x^3+2x-12=x \Rightarrow x^3+2x-12=0$$

$x=2$ جواب معادله بالاست:

$$x^3+2x-12=(x-2)(\underbrace{x^2+2x+6}_{\Delta<0})=0$$

پس $x=2$ تنها جواب حقیقی معادله مذکور است. یعنی نقطه تقاطع تابع داده شده، و $y=x$ نقطه $(2,2)$ است. فاصله این نقطه از مبدأ مختصات $2\sqrt{2}$ است.

(توابع نمایی و لگاریتمی)

۱۱۱ - گزینه «۲»

طرفین رابطه $a^2+9b^2=10ab$، $6ab$ جمع می‌کنیم.

$$\Rightarrow a^2+6ab+9b^2=16ab \Rightarrow (a+3b)^2=16ab$$

$$\Rightarrow \left(\frac{a+3b}{4}\right)^2=ab$$

از طرفین لگاریتم می‌گیریم:

$$\Rightarrow 2\log\left(\frac{a+3b}{4}\right)=\log ab$$

$$\Rightarrow 2\log\left(\frac{a+3b}{4}\right)=\log a+\log b$$

حاصل $\log\frac{a+3b}{4}$ برحسب $\log a$ و $\log b$ است.

novinkonkor.com

(تشریحی)

$$\frac{1-\sin x}{1+\sin x} = 2 \Rightarrow 1-\sin x = 2+2\sin x \Rightarrow \sin x = -\frac{1}{3}$$

$$\xrightarrow{\text{فرض}} \cos x = -\frac{2\sqrt{2}}{3} \Rightarrow \tan x = \frac{1}{2\sqrt{2}}$$

~~$\tan\frac{x}{2}$~~

$$\tan x = \frac{2\tan\frac{x}{2}}{1-\tan^2\frac{x}{2}} = \frac{1}{2\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow 1-2\tan^2\frac{x}{2} = 4\tan\frac{x}{2} \Rightarrow 2\tan^2\frac{x}{2}+4\tan x-1=0$$

$$\Rightarrow \tan\frac{x}{2} = \frac{-4\pm\sqrt{6}}{2} = -2\pm\frac{\sqrt{6}}{2}$$

(تشریحی)

$$\left.\begin{aligned} f_{max} &= |a|+b=2 \\ f_{min} &= -|a|+b=-4 \end{aligned}\right\} \Rightarrow b=-1,\ |a|=3$$

$$\Rightarrow f(x) = 3\cos x - 1$$

$$\Rightarrow f\left(\frac{\pi}{3}\right) = 3\cos\frac{\pi}{3} - 1 = \frac{3}{2} - 1 = \frac{1}{2}$$

novinkonkor.com

(تشریحی)

۱۱۴ - گزینه «۲»

$$\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=\cos\left(\frac{\pi}{2}-\left(x+\frac{\pi}{4}\right)\right)=\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$$

$$\Rightarrow \sin^2\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=1 \Rightarrow \sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=\pm 1$$

$$\Rightarrow x+\frac{\pi}{4}=k\pi+\frac{\pi}{2} \Rightarrow x=k\pi+\frac{\pi}{4} \quad ;k\in\mathbb{Z}$$

جواب‌های بازهٔ $[0,2\pi]$ عبارت‌اند از $\frac{\pi}{4}$ و $\frac{5\pi}{4}$ که مجموع آن‌ها برابر $\frac{3\pi}{2}$ است.

(هدف‌گذاری)

۱۱۵ - گزینه «۱»

حد مبهم ساده‌ترین روش است:

$$\lim_{x\to 0^-}\frac{\sqrt{2-3x}-\sqrt{2-5x}}{\sqrt{4\sin^2\frac{x}{2}}}=\lim_{x\to 0^-}\frac{\sqrt{2-3x}-\sqrt{2-5x}}{-2\sin\frac{x}{2}}$$

$$\overset{H.O.P}{=}\lim_{x\to 0^-}\frac{\frac{-3}{2\sqrt{2-3x}}+\frac{5}{2\sqrt{2-5x}}}{-\cos\frac{x}{2}}$$

$$=\frac{-\frac{3}{2\sqrt{2}}+\frac{5}{2\sqrt{2}}}{-1}=-\sqrt{2}$$

novinkonkor.com

(حد و پیوستگی)

۱۱۶ - گزینه «۳»

این تابع در R همه‌جا پیوسته است، زیرا در کل دامنه $[x]$ منفرد و اطراف هر عدد $x=a$ است، پس حدود چپ و راست و مقدار تابع در $x=a$ را برابر می‌گیریم.

حد چپ: $L^- = \lim_{x\to 0^-} f(x) = \lim_{x\to 0^-} ([x]-2a) = -1-2a$

مقدار تابع: $f(0) = |b|$

حد راست: $L^+ = \lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^+} \frac{1-\cos x}{2bx^2} = \lim_{x\to 0^+} \frac{2\sin^2\frac{x}{2}}{2bx^2}$

$$= \frac{\frac{x^2}{2}}{2bx^2} = \frac{1}{4b}$$

برای پیوستگی باید $-1-2a = |b| = \frac{1}{4b}$ برقرار باشد.

$$\Rightarrow |b| = \frac{1}{4b} \Rightarrow \begin{cases} 4b^2 = 1 \Rightarrow b = \frac{1}{2} ; b>0 \\ -4b^2 = 1 \Rightarrow \text{جواب ندارد} \end{cases}$$

$$\Rightarrow -1-2a = \frac{1}{2} \Rightarrow a = -\frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow b-a = \frac{1}{2} + \frac{3}{4} = \frac{5}{4}$$

(تابع)

۱۱۷ - گزینه «۴»

ضابطه تابع را $\alpha x+\beta$ در نظر می‌گیریم و داریم:

$$f(x) = (x^2+2x+5)(\alpha x+\beta) + x^2 + 2$$

$$f(1) = 10(\alpha+\beta)+2 = 12 \Rightarrow \alpha+\beta = 1$$

$$f(-1) = 2(-\alpha+\beta)+1 = 11 \Rightarrow -\alpha+\beta = 5$$

$$\Big\} \beta = 3, \alpha = -2$$

ضابطه تابع $-2x+3$ است.

novinkonkor.com

(مجموعه، الگو و دنباله)

۱۱۸ - گزینه «۱»

تعداد اعداد دسته‌ها به صورت زیر است:

$۲, ۲, ۴, ۸, \cdots$

پس می‌توان دنباله $\begin{cases} a_1 = ۲ \\ a_n = ۲^{n-1} \end{cases} ; n \geq ۲$ را برای تعداد اعداد دسته nام در نظر گرفت.

دسته سیزدهم $۲^{۱۲} = ۴۰۹۶$ عدد دارد.

$$\Rightarrow \text{دسته سیزدهم} = \{ ۴۰۹۷, ۴۰۹۸, \cdots, ۸۱۹۲ \}$$

دنباله اعداد دسته سیزدهم را می‌نویسیم $b_n = ۴۰۹۶ + n \; ; \; ۱ \leq n \leq ۴۰۹۶$

در نظر بگیرید. میانه این ۴۰۹۶ داده، میانگین داده‌های ۲۰۴۸ ام و ۲۰۴۹ ام است.

$$\Rightarrow Q_۲ = \frac{(۴۰۹۶ + ۲۰۴۸) + (۴۰۹۶ + ۲۰۴۹)}{۲} = ۴۰۹۶ + ۲۰۴۸/۵$$

$$\Rightarrow Q_۲ = ۶۱۴۴/۵$$

(حد در بی‌نهایت - حد در نقطه)

۱۱۹ - گزینه «۱»

$y = ۳$ مجانب افقی و $x = -\frac{۱}{۲}$ مجانب قائم است.

$$\lim_{x \to ۱\infty} \frac{۶x^۲ + ۷}{۴x^۲ + ax + ۱} = \frac{۶}{۴} = ۳ \Rightarrow b = ۱۲$$

$x = -\frac{۱}{۲}$ هم ریشه صورت است:

$$۴(-\frac{۱}{۲})^۲ + a(-\frac{۱}{۲}) + ۱ = ۰ \Rightarrow a = ۴$$

$$\Rightarrow \frac{b}{a} = ۳$$

novinkonkor.com

۱۲۰ - گزینه «۳»

(مشق)

شیب خط $4y - 3x = 1$ برابر $\frac{3}{4}$ است، پس دو نقطهٔ مطلوب، شیب خط مماس باید برابر $-\frac{4}{3}$ باشد.

$$\Rightarrow y' = 2x - 4 = -\frac{4}{3} \Rightarrow x = 1 \Rightarrow y = 2$$

نقطهٔ مطلوب $(1, 2)$ است.

---

۱۲۱ - گزینه «۴»

(مشق)

از g مشتق می‌گیریم:

$$g'(x) = \left(2\tan x(1+\tan^2 x) - \sqrt{2}\sin x\right) f'(\tan^2 x + \sqrt{2}\cos x)$$

$$\xrightarrow{x=\frac{\pi}{4}} g'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 4f'(2) = \sqrt{2} \Rightarrow f'(2) = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

---

۱۲۲ - گزینه «۱»

(مشق)

شیب خط مماس در نقطهٔ اول:

$$a = \frac{-1-0}{\frac{\pi}{4}} = -\frac{4}{\pi}$$

شیب خط مماس در نقطهٔ دوم:

$$y = \sin^4 x - \cos^4 x = \sin^2 x - \cos^2 x = -\cos 2x$$

$$b = \frac{1-0}{\frac{\pi}{4}} = \frac{4}{\pi}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{b} = -1$$

---

novinkonkor.com

(کاردهای پانسیون)

۱۲۳ - گزینه ۲

نقطه $A(0,0)$ نقطه اکسترمم نسبی تابع است، پس تابع با یک عامل x^2 و درجه سه است:

$$f(x) = ax^3 + bx^2 \quad , \quad c = d = 0$$

$$B \in f \Rightarrow f(1) = a + b = 1 \qquad (I)$$

$$f'(x) = 3ax^2 + 2bx \xrightarrow{f'(1)=0} 3a + 2b = 0 \qquad (II)$$

$$\xrightarrow{(I),(II)} a = -2,\ b = 3 \Rightarrow ab = -6$$

علی حسینی

۱۴۰۱/۴/۱۲

novinkonkor.com

نوین کنکور

آدرس وب سایت ما

novinkonkor.com

نوین کنکور
در شبکه های اجتماعی

 novinkonkor

 @novinkonkor

 ۰۹۳۸۲۵۱۶۷۴۷

نوین کنکور مرجع کنکور و امتحان نهایی