

نوین کنکور

کنکور

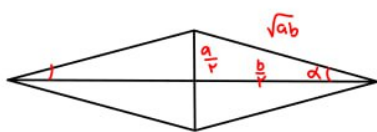
امتحان نهایی

**نوین کنکور
شرط لازم و کافی
برای موفقیت**

novinkonkor.com

این لوزی چند درجه است؟

15 (2)

 $\mathbb{F}_\Delta(\mathbb{F}$ 

$$\rightarrow \frac{a^r}{r} + \frac{b^r}{r} = ab \rightarrow a^r + b^r = rab \xrightarrow{\div ab} \frac{a}{b} + \frac{b}{a} = r \rightarrow t + \frac{1}{t} = r$$

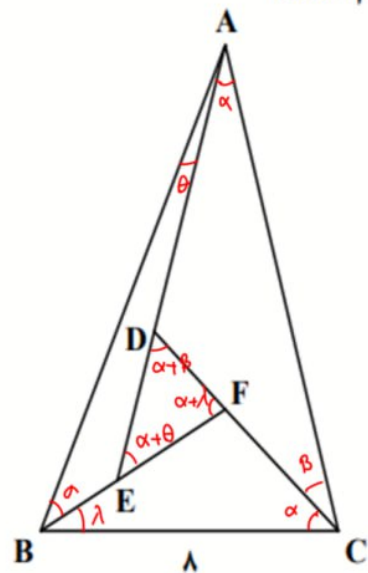
$$\rightarrow t = r \pm \sqrt{r^2 - 4}$$

چون a را کوچک تر در نظر داریم پس $\frac{a}{b} = \sqrt{2} - 1$

$$\rightarrow \frac{a}{b} = \tan \alpha = r - \sqrt{r} \rightarrow \alpha = 10^\circ$$

می توان بارگزینهم حل کرد چون تاثلثت گزینهای (بد قطعاً ۳-۲) می شود

۲۶- در شکل زیر، $\hat{A}BF = \hat{C}AE = \hat{B}CD$ ، $DF = \frac{2}{5}$ و $EF = 3$ است. طول AB کدام است؟



اگر زاویه‌ها را اسم نذاریم کنیم زاویه $\hat{D}$ در مثل DEF زاویه خارجی مثل ADC است پس زاویه $\alpha + \beta$

بقیه زوایا هم به همین شکل نامگذاری کنیم. مشاهده می‌شود زاویه ABC با DEF برابرند پس متشابه داریم

(۱) $\frac{8}{6}$

(۲) $\frac{7}{5}$

(۳) $\frac{10}{5}$

(۴) $\frac{9}{6}$

$$\frac{\frac{2}{5}}{1} = \frac{EF}{AB} \rightarrow AB = \frac{24}{1} \times \frac{1}{5} = 9,6$$

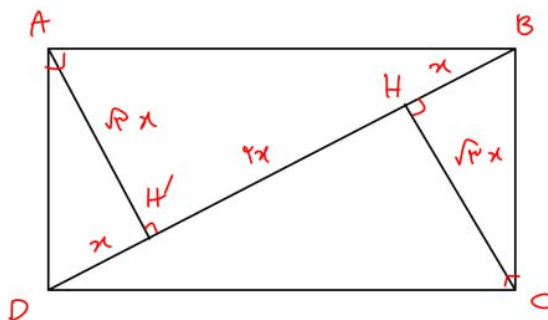
۲۷- در یک مستطیل، خط‌هایی از دو رأس مقابل بر یک قطر عمود می‌شوند و آن قطر به سه قسمت طوری تقسیم می‌شود که قسمت وسط دو برابر هریک از قسمت‌های کناری است. مساحت این مستطیل چند برابر مساحت کوچک‌ترین مثلث ایجادشده در مستطیل است؟

۸ (۴)

۱۲ (۳)

۱۶ (۲)

۲۴ (۱)



$$AH' = CH = \text{ارتفاع در مثلث} = \sqrt{BH \times DI} = \sqrt{3x^2} = \sqrt{3}x$$

$$CD^2 = (\sqrt{3}x)^2 + (x)^2 = 4x^2 \rightarrow CD = 2x$$

$$BC^2 = (\sqrt{3}x)^2 + x^2 = 4x^2 \rightarrow BC = 2x$$

$$\rightarrow \frac{S_{\square}}{S_{\Delta}} = \frac{2\sqrt{3}x \times 2x}{\frac{x \times \sqrt{3}x}{2}} = \frac{4\sqrt{3}x^2}{\frac{\sqrt{3}x^2}{2}} = 8$$

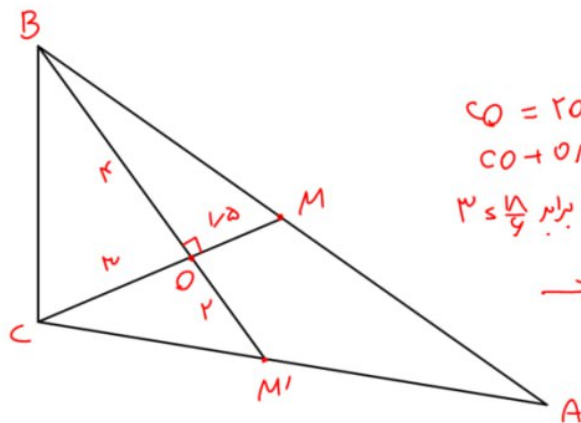
۲۸- در مثلث ABC ، میانه‌های رسم شده از رأس‌های B و C بر هم عمودند. اگر طول میانه رسم شده از رأس C برابر $۴/۵$ و مساحت این مثلث برابر ۱۸ باشد، نسبت طول میانه‌های رسم شده از دو رأس B و C کدام است؟

$$\frac{۴}{۳} \quad (۴)$$

$$\frac{۵}{۳} \quad (۳)$$

$$\frac{۱۹}{۹} \quad (۲)$$

$$\frac{۱۷}{۹} \quad (۱)$$



$$\left. \begin{array}{l} CO = ۲OM \\ CO + OM = ۴.۵ \end{array} \right\} \begin{array}{l} CO = ۳ \text{ و } OM = ۱.۵ \end{array}$$

مساحت مثلث = ۱۸، پس مساحت BOM برابر $۳ \leq \frac{۱۸}{۹}$

$$\rightarrow \frac{۱.۵ \times BO}{۲} = ۳ \rightarrow BO = ۹ \times \frac{۲}{۳} = ۶ \rightarrow OM = ۲$$

$$\rightarrow \frac{BM'}{CM} = \frac{۹}{۴.۵} = \frac{۱۲}{۹} = \frac{۴}{۳}$$

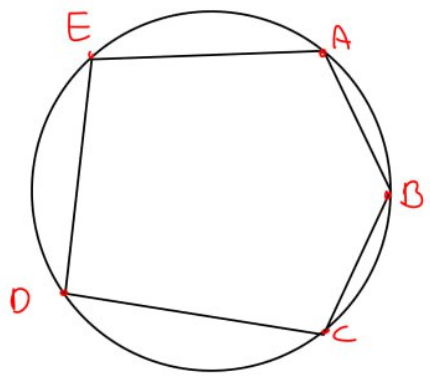
۲۹- یک پنج ضلعی در یک دایره محاط شده است. هر ضلع این پنج ضلعی، وتر رو به یک زاویه محاطی است. مجموع این زوایای محاطی کدام است؟

۳۶۰ (۴)

۷۲۰ (۳)

۱۸۰ (۲)

۵۴۰ (۱)



$$\begin{aligned} \text{مجموع زوایای محاطی} &= \frac{\text{مجموع کمان ها}}{2} = \frac{\widehat{AB} + \widehat{BC} + \widehat{CD} + \widehat{DE} + \widehat{EA}}{2} \\ &= \frac{360}{2} = 180^\circ \end{aligned}$$

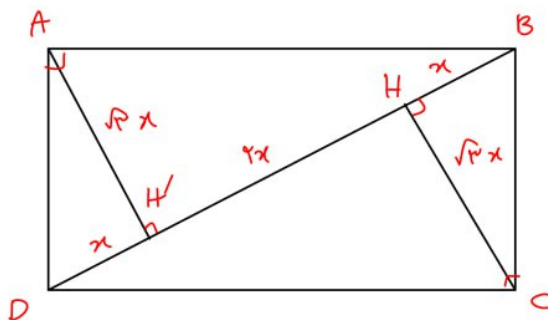
۲۷- در یک مستطیل، خط‌هایی از دو رأس مقابل بر یک قطر عمود می‌شوند و آن قطر به سه قسمت طوری تقسیم می‌شود که قسمت وسط دو برابر هریک از قسمت‌های کناری است. مساحت این مستطیل چند برابر مساحت کوچک‌ترین مثلث ایجادشده در مستطیل است؟

۸ (۴)

۱۲ (۳)

۱۶ (۲)

۲۴ (۱)

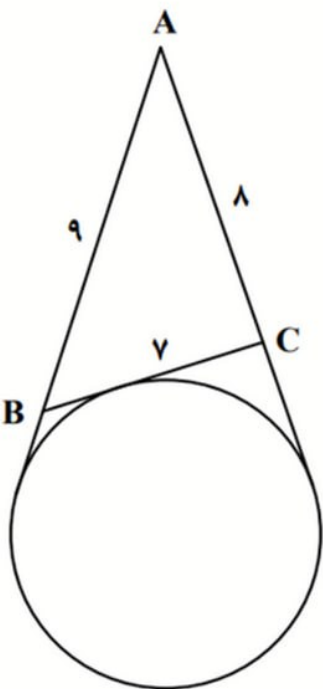


$$AH' = CH = \text{ارتفاع در مثلث} = \sqrt{BH \times DI} = \sqrt{3x^2} = \sqrt{3}x$$

$$CD^2 = (\sqrt{3}x)^2 + (x)^2 = 4x^2 \rightarrow CD = 2x$$

$$BC^2 = (\sqrt{3}x)^2 + x^2 = 4x^2 \rightarrow BC = 2x$$

$$\rightarrow \frac{S_{\square}}{S_{\Delta}} = \frac{2\sqrt{3}x \times 2x}{\frac{x \times \sqrt{3}x}{2}} = \frac{4\sqrt{3}x^2}{\frac{\sqrt{3}x^2}{2}} = 8$$



۳۰- در شکل زیر، از نقطه A دو مماس رسم شده است. شعاع دایره کدام است؟

$$p = \frac{18}{2} = 12$$

$$S = \sqrt{12 \times 5 \times 12 \times 3} = 12\sqrt{5} \rightarrow R = \frac{S}{p-v} = \frac{12\sqrt{5}}{12-4} = \frac{3}{2}\sqrt{5}$$

$$7,2\sqrt{2} \quad (1)$$

$$4,8\sqrt{5} \quad (2)$$

$$3,6\sqrt{2} \quad (3)$$

$$2,4\sqrt{5} \quad (4)$$

۳۱- در بین مثلث‌هایی با مساحت ۳۰ واحد مربع که در ضلعی به اندازه ۱۵ واحد مشترک هستند، کمترین مقدار محیط کدام است؟

(۱) ۳۰

(۲) ۳۲

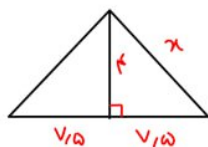
(۳) ۳۴

(۴) ۳۶



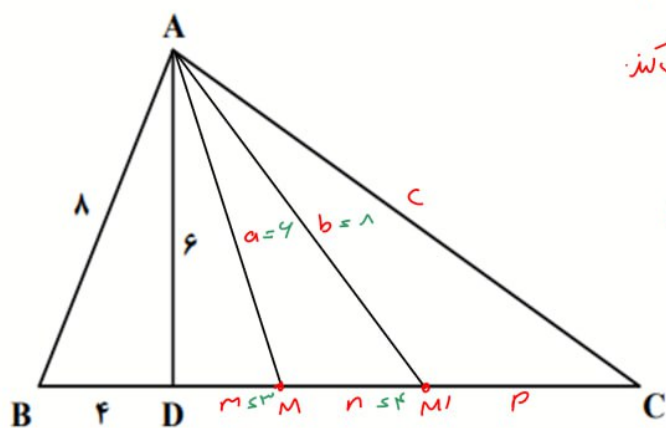
$$S = 30 \rightarrow h = \frac{2 \times 30}{15} = 4$$

برای کمترین محیط راس سم باید وسط باشد



$$x = \sqrt{4^2 + 7.5^2} = \frac{17}{2} \rightarrow \text{محیط} = \frac{17}{2} + \frac{17}{2} + 15 = 32$$

۳۲- در شکل زیر، اگر $\hat{D}AC = 3\hat{B}AD$ باشد، طول ضلع AC کدام است؟



دو خط AM و AM' را طوری می‌کشیم که زاویه DAC را ۳ قسمت کند.

طبق قضیه نیسازها داریم:

(۳ بار استفاده می‌کنیم)

$$\left. \begin{array}{l} \frac{a}{m} = \frac{A}{K} = 2 \\ 10a - 4m = 36 \end{array} \right\} \begin{array}{l} m = 10 \\ a = 4 \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{b}{n} = \frac{y}{p} = 2 \\ 4b - 3n = 36 \end{array} \right\} \begin{array}{l} n = 4 \\ b = 1 \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{y}{p} = \frac{c}{p} = \frac{m}{p} \Rightarrow 2c = 3p \\ 4c - 1p = 4 \end{array} \right\} \begin{array}{l} p = \frac{4K}{\omega} \\ c = \frac{4K}{\omega} \times \frac{m}{p} = \frac{32 \times 10}{\omega} = 19,2 \end{array}$$

(۱) ۱۹,۲

(۲) ۱۶,۸

(۳) ۱۸,۶

(۴) ۱۵,۴

۳۳- اگر $A = \begin{bmatrix} \log_6^3 & \log_6^2 \\ \log_6^2 & \log_6^2 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 6|A| & 2|A| \\ 3|A| & 36|A| \end{bmatrix}$ باشد، مقدار دترمینان B ، کدام است؟

$$\frac{15}{8} \quad (4)$$

$$\frac{9}{8} \quad (3)$$

$$\frac{15}{4} \quad (2)$$

$$\frac{9}{4} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} |A| &= (\log_6^3)^2 - (\log_6^2)^2 = [\log_6^3 - \log_6^2] \times [\log_6^3 + \log_6^2] \\ &= \log_6^{\frac{3}{4}} \rightarrow 4^{|A|} = \frac{3}{4} \rightarrow |B| = 4^{|A|} \times 2 \times 4^{|A|} - 3^{|A|} \times 3^{|A|} \\ &= (4^{|A|})^2 - 9^{|A|} = \left(\frac{3}{4}\right)^2 - \frac{3}{4} = \frac{9}{16} - \frac{12}{16} = -\frac{3}{16} \end{aligned}$$

۳۴- نمودار سهمی با مختصات رأس $(-1, -1)$ ، از نقطه $(1, 1)$ می‌گذرد. اگر از دو سر وترى که از کانون بر محور سهمی عمود است، دو خط موازی با محور سهمی بر خط هادی عمود کنیم، یک مستطیل رسم می‌شود. قطر مستطیل حاصل کدام است؟

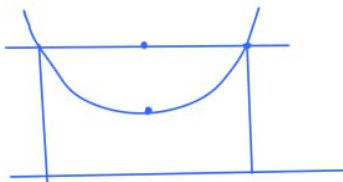
$$\sqrt{3} \quad (4)$$

$$3\sqrt{2} \quad (3)$$

$$\sqrt{5} \quad (2)$$

$$5\sqrt{2} \quad (1)$$

$$(x+1)^2 \leq 4a(y+1) \xrightarrow{(1,1)} (y)^2 \leq 4a(x) \rightarrow a = \frac{1}{4}$$



$$\left. \begin{array}{l} \text{قطر مستطیل} = \sqrt{4a+1} = \sqrt{2} \\ \text{وتر کانونی} = 4a = 1 \end{array} \right\} \text{ قطر} = \sqrt{2+1} = \sqrt{3}$$

$$\text{مربع مستطیل} = 4a+1$$

۳۵- فرض کنید $\vec{a}$ و $\vec{b}$ بردارهای ناصفری هستند که ضرب داخلی آنها، $-\frac{3}{5}$ حاصل ضرب اندازه‌های دو بردار است.

مساحت مثلثی را که توسط بردارهای $(\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} - \frac{\vec{b}}{|\vec{b}|})$ و $(\frac{3\vec{a}}{|\vec{a}|} + \frac{2\vec{b}}{|\vec{b}|})$ ساخته می‌شود، کدام است؟

۱/۶ (۴)

۳/۲ (۳)

۴/۸ (۲)

۶/۴ (۱)

$$a \cdot b = \frac{3}{5} |\vec{a}| |\vec{b}| = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta \rightarrow \cos \theta = \frac{3}{5} \xrightarrow{0 < \theta < 180^\circ} \sin \theta = \frac{4}{5}$$

$$\rightarrow S_{\Delta} = \left| \left(\frac{3}{|\vec{a}|} \vec{a} + \frac{2}{|\vec{b}|} \vec{b} \right) \times \left(\frac{1}{|\vec{a}|} \vec{a} - \frac{1}{|\vec{b}|} \vec{b} \right) \right| = \left| 0 - \frac{4}{|\vec{a}| |\vec{b}|} \vec{a} \times \vec{b} + \frac{3}{|\vec{a}| |\vec{b}|} \vec{b} \times \vec{a} + 0 \right|$$

$$= \left| \frac{4}{|\vec{a}| |\vec{b}|} \vec{a} \times \vec{b} \right| = \frac{4}{|\vec{a}| |\vec{b}|} |\vec{a} \times \vec{b}| = \frac{4}{|\vec{a}| |\vec{b}|} |\vec{a}| |\vec{b}| \sin \theta = 4 \sin \theta = \frac{4 \times 4}{5} = 4,8$$

$$\rightarrow S_{\Delta} = \frac{4 \times 4}{5} = 3,2$$

۳۶- خط d به معادله $y - x = 0$ ، عمود منصف خط المרכזین دو دایره است که شعاع یکی ۲ برابر دیگری است. اگر خط d بر

دایره کوچک تر به معادله $x^2 + y^2 + 6x - 2y = r$ مماس باشد، حاصل ضرب طول نقاط برخورد دو دایره کدام است؟

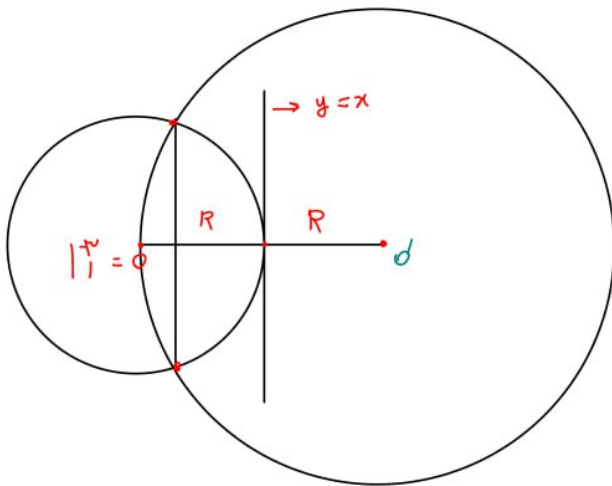
$$\frac{65}{64} \quad (4)$$

$$\frac{65}{32} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} &\downarrow \begin{array}{c} 3 \\ 0 \end{array} \begin{array}{c} 1 \\ 1 \end{array} \\ &R = \sqrt{9+1+r} \\ &= \sqrt{10+r} \end{aligned}$$

$$\frac{5}{4} \quad (2)$$

$$\frac{5}{2} \quad (1)$$



در نهایت بر خود دایره را حساب می‌کنیم

$$\begin{aligned} x^2 + 4x + y^2 - 2y + 9 + 1 - 1 &= x^2 - 2x + y^2 + 4y + 1 + 9 - 32 \\ 4x - 2y - 1 &= 4y - 2x - 32 \rightarrow 1x - 1y = -24 \\ \rightarrow y - x &= 24 \rightarrow y = x + 24 \\ x^2 + 4x + (x+24)^2 - 2x - 9 + 1 &= 0 \rightarrow 2x^2 + 10x + 58 &= 0 \\ \rightarrow P &= \frac{c}{a} = \frac{58}{2} \end{aligned}$$

فاصله ۰ تا نقطه x, y می‌شود شعاع

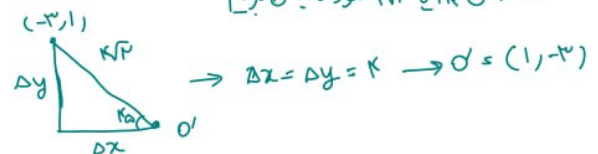
$$\Rightarrow r = \frac{|3+1|}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} = \sqrt{10+r} \rightarrow r = -2$$

$$\rightarrow \text{دایره کوچک} = (x+3)^2 + (y-1)^2 = 8$$

معادله خط المרכזین را به دست می‌آوریم: می‌دانیم از $(-3, 1)$ می‌گذرد و شیب آن و شیب عمود بر شیب d است پس حالتی که می‌شود

$$y = -x - 2$$

روی خط $-x - 2$ از نقطه $(-3, 1)$ طوری به سمت راست می‌رویم که فاصله آن $\sqrt{2}$ یا $\sqrt{2} \times 2$ شود تا به d برسیم



$$\text{دایره بزرگ} = (x-1)^2 + (y+3)^2 = 32$$

نوین کنکور

کنکور

امتحان نهایی

**نوین کنکور
شرط لازم و کافی
برای موفقیت**

novinkonkor.com