

**نوین کنکور**

**کنکور**

**امتحان نهایی**

**نوین کنکور  
شرط لازم و کافی  
برای موفقیت**

**novinkonkor.com**



اگر جملات یک دنباله هندسی با قدرنسبت  $r$  را نصف کنید، دنباله ای حسابی با قدرنسبت  $d$  خواهید داشت. مقدار  $r + d$  کدام است؟

(۱) صفر

(۲) ۱

(۳)  $\sqrt{2}$

(۴)  $\frac{1}{2}$

هندسی (GPs)

حسابی (APs)

تغییر

$3, 3, 3, 3, \dots$

$\frac{3}{2}, \frac{3}{2}, \frac{3}{2}, \frac{3}{2}, \dots$

$\rightarrow r + d = 1 + 0 = 1$

$\hookrightarrow r = 1$

$\hookrightarrow d = 0$

مثال:  $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots$

تشریحی:  $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots$

$a, ar, ar^2, ar^3, \dots \rightarrow \frac{1}{2}a, \frac{1}{2}ar, \frac{1}{2}ar^2, \frac{1}{2}ar^3, \dots$

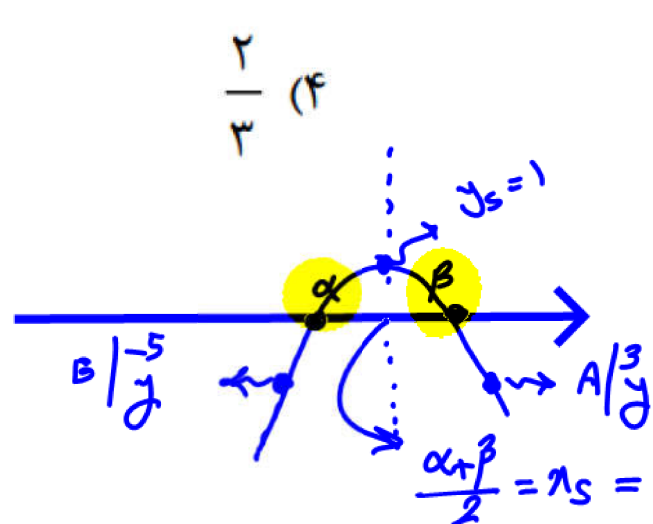
$$2 \times \left( \frac{1}{2}ar \right) = \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}ar^2 \xrightarrow{\times 2} 2r = 1 + r^2 \rightarrow r^2 - 2r + 1 = 0$$

$$\rightarrow (r-1)^2 = 0 \rightarrow r = 1 \rightarrow \frac{1}{2}a, \frac{1}{2}a, \frac{1}{2}a, \dots \rightarrow d = 0$$



نقاط  $A(3, y)$  و  $B(-5, y)$  روی یک سهمی واقع شده‌اند و عرض رأس سهمی برابر ۱ است. اگر این سهمی، محور  $x$ ها را در نقاطی با طول‌های  $\alpha$  و  $\beta$  قطع کند و  $\alpha^2 + \beta^2 = 5$  باشد، این سهمی محور  $y$ ها را در نقطه‌ای با کدام عرض قطع می‌کند؟

$$\hookrightarrow s^2 - 2p = 5 \quad (*)$$



$$\frac{1}{3} \quad (3) \checkmark$$

$$-\frac{2}{3} \quad (2)$$

$$-\frac{1}{3} \quad (1)$$

$$\frac{\alpha + \beta}{2} = x_s = \frac{-5 + 3}{2} = -1 \rightarrow \alpha + \beta = -2 \Rightarrow \boxed{s = -2}$$

$$y = k(x - x_s)^2 + y_s \rightarrow y = k(x + 1)^2 + 1 \rightsquigarrow y = k(x^2 + 2x + 1) + 1 = kx^2 + 2kx + k + 1$$

بانداری  
(\*)

$$(-2)^2 - 2\left(\frac{k+1}{k}\right) = 5 \rightsquigarrow \frac{k+1}{k} = -\frac{1}{2} \rightsquigarrow \frac{2k+2}{k} = -k \rightsquigarrow k = -\frac{2}{3}$$

$$p = \frac{k+1}{k} \rightarrow \frac{c}{a}$$

پس  $\rightarrow y = -\frac{2}{3}(x+1)^2 + 1 \rightsquigarrow^{x=0} y = -\frac{2}{3} + 1 = \boxed{\frac{1}{3}}$



برای مجموعه های  $A = \{a-2, 6, 2b+1, c\}$  و  $B = \{\sqrt{d}, 5, -1\}$  فرض کنید  $A \times B = B \times A$  باشد، در چند

حالت مقدار  $a+b+c=9$  است؟

$\sqrt{d}=6$  پس  $d=36$

$A=B$   
صفر (۴)

۳ (۳)

۲ (۲✓)

۱ (۱)

$$\begin{cases} A = \{a-2, 6, 2b+1, c\} \\ B = \{6, 5, -1\} \end{cases}$$

$$\begin{matrix} a-2 \\ 2b+1 \\ c \end{matrix} \rightarrow \begin{matrix} 5, -1, -1 \\ 5, 6, -1 \\ 5, 5, -1 \end{matrix}$$

$a+2b+c-1 = \begin{matrix} 3 \\ 10 \\ 9 \end{matrix}$

پس  $a+b+c=9$

$$\begin{matrix} b-1 = -6 \rightarrow b = -5 \rightarrow \times \\ b-1 = 1 \rightarrow b = 2 \rightarrow \checkmark \\ b-1 = 0 \rightarrow b = 1 \rightarrow \times \end{matrix}$$

$$\begin{cases} a-2 = -1 \\ c = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a-2 = 6 \\ c = -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=2 \\ c=6 \end{cases} \quad \begin{cases} a=8 \\ b=2 \\ c=-1 \end{cases}$$



مطابق با جدول ارزش درستی گزاره‌های زیر، کدام گزاره مرکب می‌تواند هم‌ارز منطقی گزاره X باشد؟

| p | q | r | X |
|---|---|---|---|
| د | د | د | ن |
| د | د | ن | ن |
| د | ن | د | د |
| د | ن | ن | ن |
| ن | د | د | ن |
| ن | د | ن | د |
| ن | ن | د | د |
| ن | ن | ن | ن |

فرض

حکم

$$(q \Rightarrow (p \vee r)) \Rightarrow ((p \vee \sim p) \wedge (\sim q \wedge r)) \quad (۱) \checkmark$$

$$(r \Rightarrow (p \vee q)) \Rightarrow ((p \vee \sim p) \wedge (q \wedge \sim r)) \quad (۲)$$

$$[p \Rightarrow ((q \vee r) \Rightarrow (q \wedge r))] \Rightarrow (\sim (p \vee r) \wedge q) \quad (۳)$$

$$(r \Rightarrow (p \vee q)) \Rightarrow [((p \Rightarrow r) \Rightarrow (\sim p \wedge r)) \wedge q] \quad (۴)$$

۱۳۹۷



اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه های متمایز معادله  $ax^2 - ax - b = 0$  و  $40\beta^2 + 20\alpha^2 - 20\beta = 17$  باشد، اختلاف ریشه های این معادله کدام است؟



$(30+10)$

$\frac{2}{\sqrt{5}}$  (۴)

$(30-10)$

$(\beta + \alpha)(\beta - \alpha)$

$\frac{1}{\sqrt{5}}$  (۳)

$p = -\frac{b}{a}$

$S = \frac{a}{a} = 1$

$\frac{2}{5}$  (۲)

$\frac{1}{5}$  (۱)

$(30\beta^2 + 30\alpha^2) + 10(\beta^2 - \alpha^2) - 20\beta = 17$

$30(1 + \frac{2b}{a}) + 10(1)(\beta - \alpha) - 20\beta = 17$

$\hookrightarrow 30(\beta^2 + \alpha^2) = 30(S^2 - 2p) = 30(1 + \frac{2b}{a})$

$\hookrightarrow 30(1 + \frac{2b}{a}) + 10\beta - 10\alpha - 20\beta = 17 \hookrightarrow 30(1 + \frac{2b}{a}) = 27 \hookrightarrow 1 + \frac{2b}{a} = \frac{9}{10}$

$\hookrightarrow \frac{2b}{a} = -\frac{1}{10} \hookrightarrow \frac{b}{a} = -\frac{1}{20}$

$|\alpha - \beta| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{a^2 + 4ab}}{|a|}$

$= \frac{10\sqrt{1 + \frac{4b}{a}}}{10} = \sqrt{1 - \frac{1}{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$



$$\frac{(1-2x+x^2)+x^2}{x^2(1-x)^2} = \frac{160}{9}$$

مجموع ریشه های معادله  $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{(1-x)^2} = \frac{160}{9}$  کدام است؟

۲/۲۵ (۴)  $-2(x-x^2)$

۲ (۳) ✓

۱/۲۵ (۲)

۱ (۱)

$\frac{2x^2-2x+1}{(x-x^2)^2} = \frac{160}{9}$

$\frac{-2t+1}{t^2} = \frac{160}{9} \rightarrow 160t^2+18t-9=0$

$t = \frac{-18 \pm \sqrt{18^2 - 4(160)(-9)}}{2(160)} = \frac{-18 \pm \sqrt{36(9+160)}}{2 \times 160} = \frac{-18 \pm (6 \times 13)}{2 \times 160} = \frac{+6(-3 \pm 13)}{2 \times 160}$

$\frac{3(-3 \pm 13)}{160} \rightarrow \frac{30}{160} = \frac{3}{16} \rightarrow x-x^2 = \frac{3}{16} \rightarrow 16x^2-16x+3=0 \quad (1)$   
 $\frac{-3 \times 16}{160} = -\frac{3}{10} \rightarrow x-x^2 = -\frac{3}{10} \rightarrow 10x^2-10x-3=0 \quad (2)$

(۱), (۲)

$\begin{cases} S_1 = \frac{16}{16} = 1 \\ S_2 = \frac{10}{10} = 1 \end{cases}$

+

$S_{\text{کل}} = S_1 + S_2 = 1 + 1 = 2$



نقطه  $A(4/5, 2)$  رأس یک مستطیل است که دو ضلع آن منطبق بر خطوط  $4x+y=3$  و  $x-4y=5$  هستند. بیشترین فاصله وسط قطر از اضلاع کدام است؟



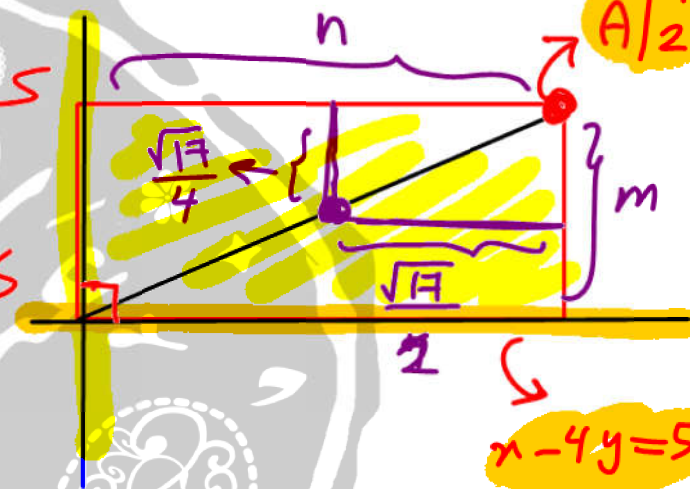
سبب  
عمود من.

$$\sqrt{17} \quad (4)$$

$$2\sqrt{17} \quad (3)$$

$$\frac{\sqrt{17}}{4} \quad (2)$$

$$\frac{\sqrt{17}}{2} \quad (1)$$



$A$   
فاصله از  $n$

$$= \frac{|4(4/5) + 2 - 3|}{\sqrt{4^2 + 1^2}} = \frac{17}{\sqrt{17}} = \sqrt{17}$$

شکل فرضی برای حل

$$4x + y - 3 = 0$$

فاصله از  $A$  به  $m$

$$= \frac{|4(5/4) - 4(2) - 5|}{\sqrt{1^2 + (-4)^2}} = \frac{8,5}{\sqrt{17}} = \frac{17}{2\sqrt{17}} = \frac{\sqrt{17}}{2}$$

$$x - 4y - 5 = 0$$



وارون تابع  $f(x) = \sqrt{x-2}\sqrt{mx-1}$  در دامنه محدود، خط  $y = 12 - x$  را در نقطه‌ای به عرض ۱۰ قطع می‌کند. مقدار  $f(m+4)$  کدام است؟

$$\frac{1}{2} \quad (1)$$

$$\frac{1}{4} \quad (2)$$

$$2 \quad (3)$$

$$1 \quad (4) \checkmark$$

$$10 = 12 - x \leadsto x = 2 \leadsto f^{-1}(2) = 10 \leadsto f(10) = 2 \leadsto 2 = \sqrt{10-2}\sqrt{10m-1}$$

$$\leadsto 4 = 10 - 2\sqrt{10m-1} \leadsto 10m-1 = 9 \leadsto m=1 \leadsto f(10) = \sqrt{10-2}\sqrt{10-1}$$

$$\leadsto f(5) = ? \leadsto f(5) = \sqrt{5-2}\sqrt{5-1} = \sqrt{5-4} = 1$$

۱۳۹۶ ش



مقداری از یک عنصر موجود است. اگر عنصر در هر ساعت  $\frac{1}{9}$  از جرم باقیمانده را از دست بدهد، پس از چند دقیقه

$\frac{8}{9}$  باقی می ماند

$\frac{1}{6}$  از جرم عنصر باقی خواهد ماند؟ ( $\log_3^5 = 1/4$  و  $\log_2^5 = 2/4$ )

۴۲۰ (۴)

۴۴۰ (۳)

۳۶۰ (۲)

۳۸۰ (۱) ✓

$$m = m_0 \times \left(\frac{8}{9}\right)^t \Rightarrow \frac{1}{6} m_0 = m_0 \times \left(\frac{8}{9}\right)^t \Rightarrow \frac{1}{6} = \left(\frac{8}{9}\right)^t$$

$$\log_5^3 = \frac{1}{\log_3^5} = \frac{1}{1/4} = \frac{10}{14} = \left(\frac{5}{7}\right)$$

$$\log_5^2 = \frac{1}{\log_2^5} = \frac{1}{2/4} = \frac{10}{24} = \left(\frac{5}{12}\right)$$

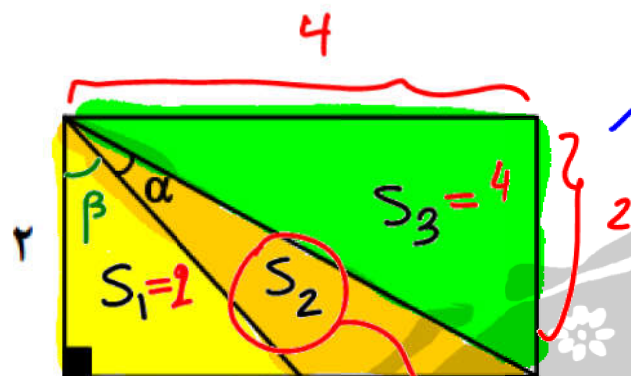
تبدیل به دقیقه  
 $\frac{19}{3} \times 60 = 380$  دقیقه

$$\log_5 \frac{1}{6} = \log_5 \left(\frac{8}{9}\right)^t \Rightarrow -\log_5^6 = t(\log_5^8 - \log_5^9) \Rightarrow -\left(\frac{5}{12} + \frac{5}{7}\right) = t \times \left(\frac{5}{7} - \frac{10}{7}\right)$$

$$\Rightarrow -5\left(\frac{19}{42}\right) = t \times \left(-\frac{5}{7}\right) \Rightarrow t = \frac{19}{3}$$



در شکل زیر، مقدار  $\cot \alpha$  کدام است؟



۱ و ۲

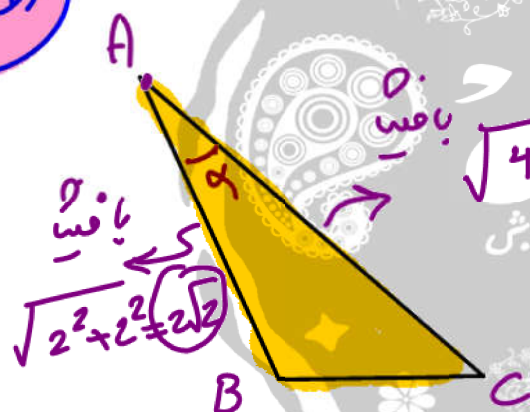
$$\beta = 45^\circ$$

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$$

$$2 = \frac{\tan \alpha + 1}{1 - \tan \alpha} \rightarrow 2 - 2 \tan \alpha = \tan \alpha + 1 \rightarrow \tan \alpha = \frac{1}{3}$$

$$\cot \alpha = 3$$

$$S_2 = S_{\text{مستطیل}} - (S_1 + S_3) = 8 - (2 + 4) = 2$$



$$\sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \times AC \times \sin \alpha \rightarrow 2 = \frac{1}{2} \times (2\sqrt{2}) \times (2\sqrt{5}) \sin \alpha$$

$$\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{10}}$$

$$\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{3}{1} = 3$$

$$\alpha = \sqrt{10 - 1} = 3$$



مثث ABC، با اضلاع  $\sqrt{3}$  و ۶ و  $\alpha$  (زاویه بین آنها) قابل رسم است. اگر مساحت این مثث  $\frac{4}{5}$  باشد، بیشترین مقدار  $\alpha$  چند برابر کمترین مقدار  $\alpha$  است؟



۲ (۱) ✓

۳ (۲)

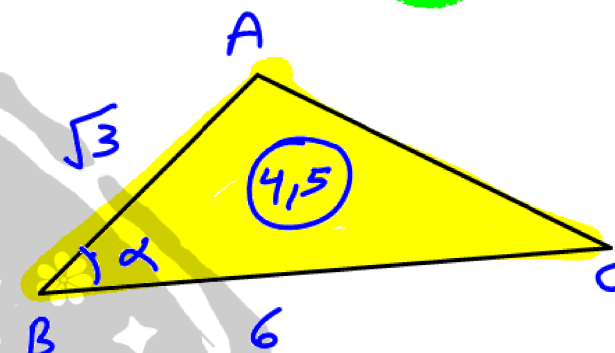
۴ (۳)

۵ (۴)

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \times BA \times BC \times \sin \alpha = \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times 6 \times \sin \alpha$$

$$\rightarrow S_{\Delta ABC} = 3\sqrt{3} \sin \alpha = \frac{3}{2} \rightarrow \sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

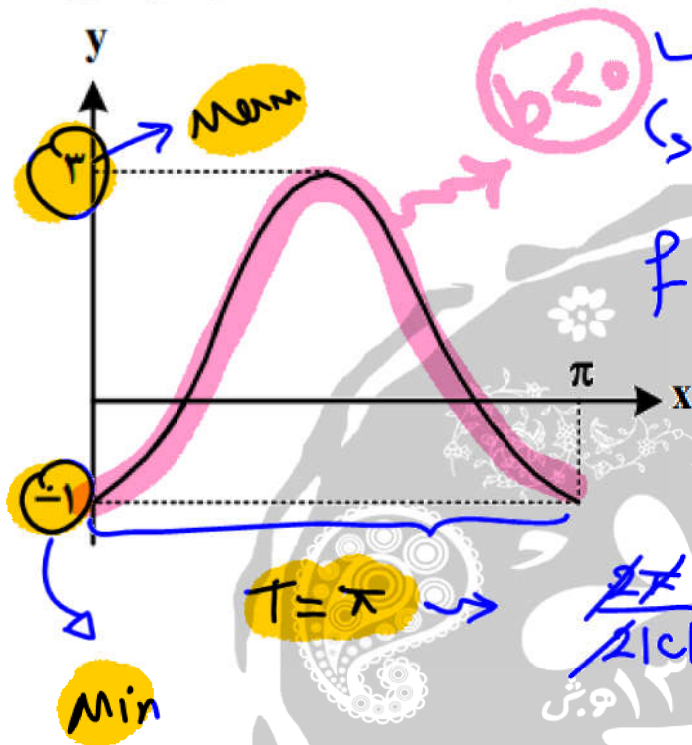
$$\rightarrow \alpha \begin{cases} 6^\circ \rightarrow \text{Min} \\ 12^\circ \rightarrow \text{Max} \end{cases} \rightarrow \frac{12^\circ}{6^\circ} = 2$$





$$\frac{1}{2} \sin 2\left(x - \frac{3\pi}{4}\right) = \frac{1}{2} \sin\left(2x - \frac{3\pi}{2}\right)$$

اگر شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع  $f(x) = a + b \sin\left(cx - \frac{3\pi}{4}\right) \cos\left(cx - \frac{3\pi}{4}\right)$  باشد، اختلاف صفرهای تابع  $f$  در بازه  $[0, \pi]$ ، کدام است؟



$$a - \frac{b}{2} \sin\left(\frac{3\pi}{2} - 2cx\right)$$

$$f(x) = a + \frac{b}{2} \cos(2cx)$$

$$\frac{2\pi}{2|c|} = \pi \rightarrow |c| = 1 \rightarrow c = \pm 1$$

$$\begin{cases} \frac{b}{2} + a = 3 \\ -\frac{b}{2} + a = -1 \end{cases} \xrightarrow{+} 2a = 2 \rightarrow a = 1 \rightarrow \frac{|b|}{2} = 2 \rightarrow |b| = 4 \xrightarrow{b < 0} b = -4$$

$$\rightarrow f(x) = 1 - 2 \cos 2x = 0 \rightarrow \cos 2x = \frac{1}{2} \rightarrow 2x \begin{cases} \frac{\pi}{3} \\ \frac{5\pi}{3} \end{cases} \rightarrow x \begin{cases} \frac{\pi}{6} \\ \frac{5\pi}{6} \end{cases} \xrightarrow{①} \frac{4\pi}{6} = \frac{2\pi}{3}$$

$$\frac{\pi}{6} \quad (1)$$

$$\frac{\pi}{4} \quad (2)$$

$$\frac{\pi}{2} \quad (3)$$

$$\frac{2\pi}{3} \quad (4) \checkmark$$



در معادله مثلثاتی  $m(\cos x - \sin x) - 3\sqrt{6} \sin(2x) = \sqrt{6}$  اگر  $\cos(x + \frac{\pi}{4}) = \frac{1}{\sqrt{3}}$  باشد، مقدار  $m$  کدام است؟

$$\begin{aligned} & \text{از } \cos(x + \frac{\pi}{4}) = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \cos x \cos \frac{\pi}{4} - \sin x \sin \frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{3}} \\ & \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} (\cos x - \sin x) = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \cos x - \sin x = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{بهمین دو طرف معادله ضرب می‌کنیم} \\ & m(\cos x - \sin x) - 3\sqrt{6} \sin(2x) = \sqrt{6} \\ & \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} m - 3\sqrt{6} \sin(2x) = \sqrt{6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{از معادله اول داریم: } \sin(2x) = \frac{1}{3} \\ & \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} m - 3\sqrt{6} \times \frac{1}{3} = \sqrt{6} \\ & \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} m - \sqrt{6} = \sqrt{6} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} m = 2\sqrt{6} \Rightarrow \sqrt{2} m = 6\sqrt{2} \Rightarrow m = 6 \end{aligned}$$



۱۴ تابع  $f$  اکیداً نزولی و دامنه آن مجموعه‌ای از مقادیر منفی است. اگر  $f(m^2 - m - 5) < f(-3 + 2m - m^2)$  باشد،  $m$  دارای چند مقدار صحیح است؟

(۴) صفر

(۳) ۳

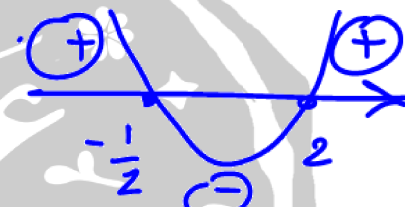
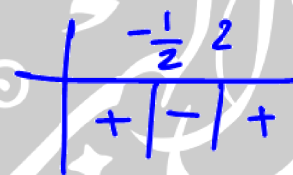
(۲) ۲

(۱) ۱ ✓

$$f(m^2 - m - 5) < f(-3 + 2m - m^2) \rightarrow m^2 - m - 5 > -3 + 2m - m^2$$

$$m = -1 \text{ فقط}$$

$$\rightarrow 2m^2 - 3m - 2 > 0 \rightarrow$$



$$\frac{3 \pm \sqrt{25}}{4} \rightarrow \frac{3 \pm 5}{4} \rightarrow \frac{8}{4} = 2, \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$$

$$m = -1 \text{ (راه‌ستی)} \rightarrow m = -2 \text{ (غلط)}$$

$$f(-3) < f(-6) \checkmark$$

$$f(1) < f(-11) \times$$

$$2 < m < \frac{1+\sqrt{21}}{2}$$

$$\frac{1-\sqrt{21}}{2} < m < -\frac{1}{2}$$

راه‌ستی

$$m^2 - m - 5 < 0 \rightarrow \frac{1-\sqrt{21}}{2} < m < \frac{1+\sqrt{21}}{2}$$

$$-3 + 2m - m^2 < 0 \rightarrow m^2 - 2m + 3 > 0 \rightarrow \Delta < 0, a = 1 > 0 \rightarrow \text{همواره مثبت است}$$

$$\frac{1-\sqrt{21}}{2} < m < 2$$



۱۵

$f$  تابع هموگرافیک،  $g(x) = \frac{1}{f(x)}$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{g^{-1}(x)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g^{-1}(x)}{g(x)}$  است، کدام عدد می تواند حاصل

$\lim_{x \rightarrow 0^+} f^{-1}(x)$  باشد؟

$f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$   $\rightarrow$   $f^{-1}(x) = \frac{-dx+b}{cx-a}$   $\bullet$   $g(x) = \frac{1}{f(x)} = \frac{cx+d}{ax+b}$   $\rightarrow$   $g^{-1}(x) = \frac{-bx+d}{ax-c}$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g^{-1}(x)}{g(x)} = \frac{\frac{-bx+d}{ax-c}}{\frac{cx+d}{ax+b}} = \frac{-bx+d}{cx+d} \cdot \frac{ax+b}{ax-c} \xrightarrow{\text{باید برابر شود}} \frac{-b}{c} \cdot \frac{a}{-b} = \frac{-a^2}{bc} \Rightarrow \pm \frac{b}{c} = \pm \frac{a^2}{bc}$

$\leadsto a^2 = b^2 \leadsto a = \pm b \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^+} f^{-1}(x) = \frac{b}{-a} = \pm 1$



برای مقدار مشخص  $k$ ، تابع  $f(x) = \begin{cases} |x - [-x]| & \text{زوج } [x] \\ x - [x] + k & \text{فرد } [x] \end{cases}$  در  $x = n$  و  $x = -n$  پیوسته است. کدام مورد

در خصوص  $n$  صحیح است؟ ( $k, n \in \mathbb{N}$ )

(۱)  $n$  زوج

(۲)  $n$  فرد

(۳) برای جميع مقادير  $n$  پیوسته است. (۴) برای هیچ مقداری از  $n$  پیوسته نیست.

بیمک عددگذاری:

سین به ازای یک  $k$

مفنی

مقطا

برای

$n$  فرد برقرار

است.

فرض کنیم

$x=1$

برای  
بیرونی

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 1 - 1 + k = k$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = |1 - (-1)| = 1 + 1 = 2$$

$$\Rightarrow k=2$$

$x=-1$

برای  
بیرونی

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = -1 - (-1) + k = k$$

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = |-1 - 1| = 2$$

$$\Rightarrow k=2$$

این بار  $n$  را زوج  
در نظر بگیریم

$x=2$

برای  
بیرونی

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = |2 - (-3)| = 5$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 2 - 1 + k = k + 1$$

$$\Rightarrow k=4$$

$x=-2$

برای  
بیرونی

$$\lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x) = |-2 - 1| = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(x) = -2 - (-3) + k = k + 1$$

$$\Rightarrow k+1=3 \Rightarrow k=2$$



اگر  $f(x) = \left( \frac{-1 + \sin x}{1 + \sin x} \right)^2$  و  $f(x) = xg(x) + 1$  باشد، حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$  کدام است؟

۲ (۴)

۳ (۴) ✓

۲ (۲)

۴ (۱)

$$f(x) = xg(x) + 1 \rightarrow g(x) = \frac{f(x) - 1}{x} \rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} g(x) = \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{Hop}} \frac{f'(0)}{1} = f'(0)$$

$$f(x) = \left( \frac{-1 + \sin x}{1 + \sin x} \right)^2 \rightarrow f'(x) = 2 \left( \frac{\overset{2 \cos x}{\cos x (1 + \sin x)} - \cos x (-1 + \sin x)}{(1 + \sin x)^2} \right) \times \left( \frac{-1 + \sin x}{1 + \sin x} \right)$$

$$\rightarrow f'(0) = 2 \times \left( \frac{2}{1} \right) \times (-1) = -4$$



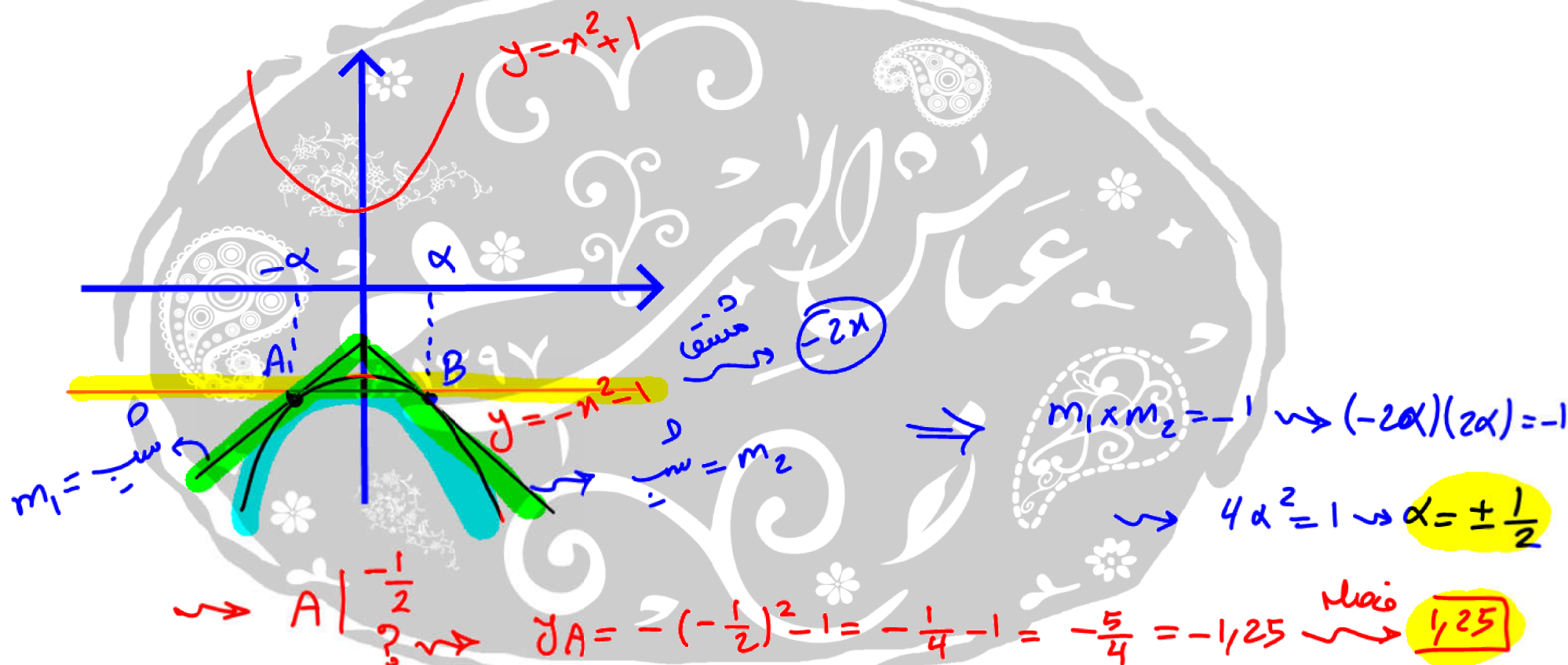
خط  $d$  موازی محور  $x$  ها، قرینه سهمی  $y = x^2 + 1$  نسبت به محور  $x$  ها را در دو نقطه قطع می کند و مماس های رسم شده در این نقاط بر هم عمودند. فاصله خط  $d$  از مبدأ مختصات کدام است؟

۱/۲۵ (۱) ✓

۳/۲۵ (۲)

۵/۷۵ (۳)

۲/۷۵ (۴)





به ازای چند مقدار صحیح و منفی  $k$ ، نقطه عطف منحنی  $y = \underbrace{kx^3}_a + \underbrace{(k+1)x^2}_b$  در ناحیه دوم محورهای مختصات قرار دارد؟

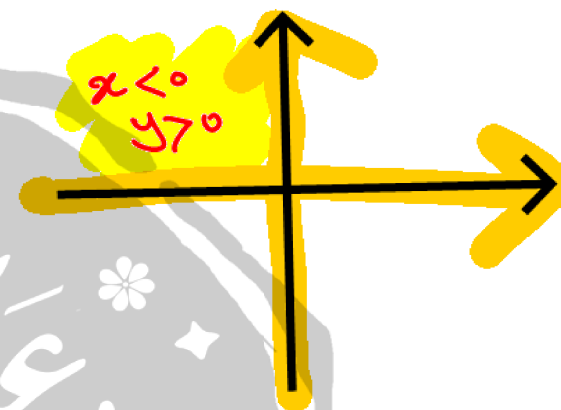
۱ (۱)

۲ (۲)

۳ بیش از ۲

۴ صفر ✓

$$x_{\text{عطف}} = -\frac{b}{3a} = -\frac{k+1}{3k} < 0 \Rightarrow \frac{k+1}{3k} > 0$$



$$\Rightarrow \boxed{k < -1 \text{ و } k > 0} \quad (I)$$

$$y = kx^3 + (k+1)x^2 = x^2(kx + k+1) \xrightarrow{x = -\frac{k+1}{3k}} y = \left(\frac{k+1}{3k}\right)^2 \times \left(\frac{-k^2-k}{3k} + \frac{k+1}{1}\right)$$

$$\rightarrow y = \left(\frac{k+1}{3k}\right)^2 \times \left(\frac{2k^2+2k}{3k}\right) \rightarrow \frac{2k(k+1)}{3k} = \frac{2}{3}(k+1) \xrightarrow{y > 0} k+1 > 0 \Rightarrow \boxed{k > -1} \quad (II)$$

$$\xrightarrow{I, II} \boxed{k > 0}$$



کمترین فاصله نقاط واقع بر منحنی  $y = \sqrt{x - x^2}$  از خط  $2x - y + 2 = 0$  کدام است؟

$$D_f = [0, \sqrt{2}]$$

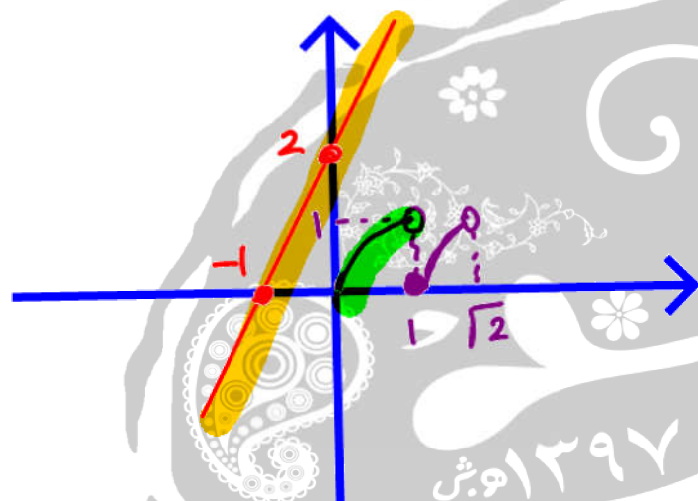
$$\frac{3\sqrt{5}}{10} \quad (4)$$

$$\frac{\sqrt{5}}{10} \quad (3)$$

$$\frac{3\sqrt{5}}{8} \quad (2) \checkmark$$

$$\frac{\sqrt{5}}{5} \quad (1)$$

$$2x - y + 2 = 0$$



با ترسیم قطعه مدعنی داریم:  
 $\begin{cases} 0 \leq x < 1 \rightarrow y = \sqrt{x} \\ 1 \leq x < 2 \rightarrow y = \sqrt{x-1} \end{cases}$

باتوجه به محل گرفتن است — فاصله دو مدعنی اول  
 قرار داریم.

$$A \left| \frac{x}{\sqrt{x}} \right| \xrightarrow{\text{فاصله از نقطه}} d = \frac{|2x - \sqrt{x} + 2|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \frac{|2x - \sqrt{x} + 2|}{\sqrt{5}}$$

صورت کسر به Min شود پس:

$$2 - \frac{1}{2\sqrt{x}} = 0 \rightarrow 2 = \frac{1}{2\sqrt{x}} \rightarrow x = \frac{1}{16}$$

$$\rightarrow d = \frac{\left| \frac{1}{8} - \frac{1}{4} + 2 \right|}{\sqrt{5}} = \frac{15}{8\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{8}$$



در یک گروه ۱۵۰ نفری دانش آموزی، ۴۰ نفر فقط بلیت فیلم «الف» و ۷۵ نفر فقط بلیت فیلم «ب» را خریداری

کرده‌اند. اگر  $P(A)$  و  $P(B)$  به ترتیب احتمال خرید بلیت فیلم‌های «الف» و «ب» باشند، بیشترین مقدار  $\frac{P(A)}{P(B)}$

کدام است؟

$$\frac{15}{29} \quad (1)$$

$$\frac{18}{15} \quad (3)$$

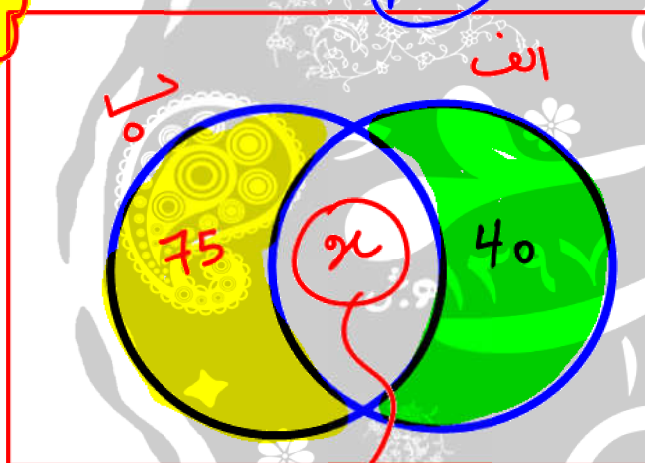
$$\frac{38}{45} \quad (2)$$

$$\frac{40+x}{75+x} = \frac{40+35}{75+35} = \frac{75}{110} = \frac{15}{22}$$

$$\frac{15}{22} \quad (4)$$

Max

$$\frac{n(A)}{n(B)}$$



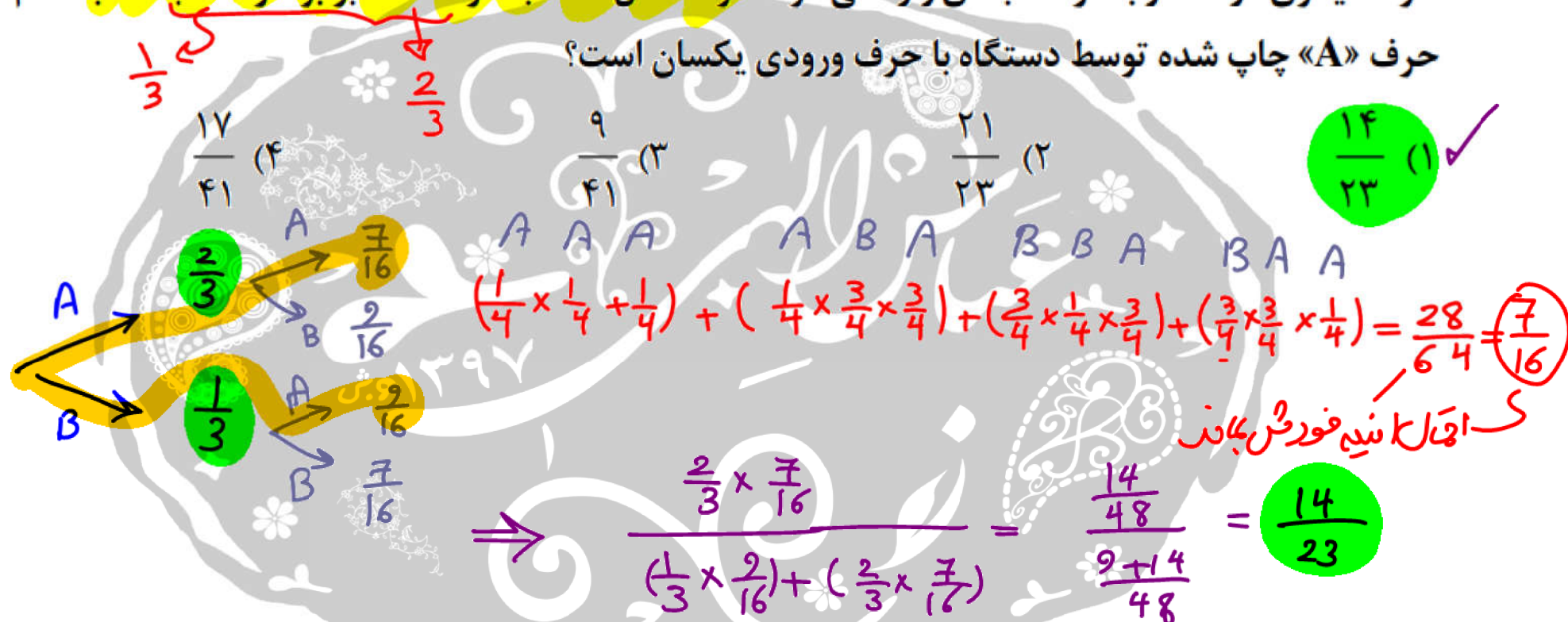
$$150 - (75 + 40) = 35$$

115

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



یک دستگاه طوری طراحی شده که به تصادف یکی از دو حرف A یا B را از ورودی می گیرد و پس از طی سه مرحله حرفی را در خروجی چاپ می کند. در هر مرحله حرف ورودی با احتمال  $\frac{1}{4}$  بدون تغییر به مرحله بعد می رود یا به شکل حرف دیگری درآمده و به مرحله بعدی وارد می شود. اگر احتمال انتخاب حرف A، ۲ برابر حرف B باشد، با کدام احتمال، حرف «A» چاپ شده توسط دستگاه با حرف ورودی یکسان است؟





۲۵

در یک لوزی هر ضلع واسطه هندسی دو قطر لوزی است. اندازه زاویه کوچک تر در هر مثلث حاصل از رسم قطرهای این لوزی چند درجه است؟

۱۰ (۱)      ۱۵ (۲) ✓      ۳۰ (۳)      ۴۵ (۴)

قطر بزرگ      قطر کوچک

$\sin \alpha = \frac{1}{2} \rightarrow \sin \alpha = \frac{1}{2} \rightarrow \alpha = 30^\circ \rightarrow \frac{\alpha}{2} = 15^\circ$

۱۳۹۶ ش



در شکل زیر،  $\hat{A}BF = \hat{C}AE = \hat{B}CD$ ،  $DF = \frac{2}{5}$  و  $EF = 3$  است. طول  $AB$  کدام است؟

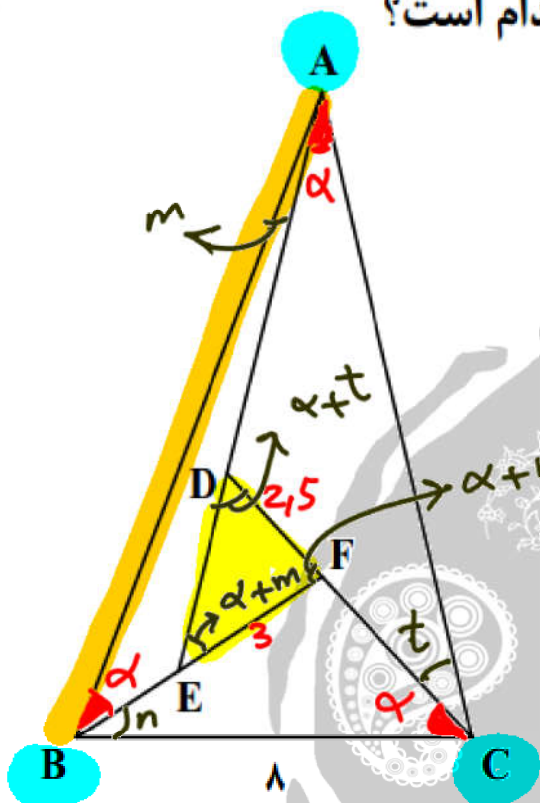
(۱)  $\frac{8}{6}$

(۲)  $\frac{7}{5}$

(۳)  $\frac{10}{5}$

(۴)  $\frac{9}{6}$  ✓

دو مثلث  $ABC$  و  $DEF$  متشابه



$$\begin{cases} \hat{F} = \hat{B} \\ \hat{D} = \hat{C} \\ \hat{E} = \hat{A} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\frac{AB}{3} = \frac{8}{2,5} \Rightarrow 2,5 AB = 24$$

$$\Rightarrow AB = \frac{24 \cdot 10}{25} = \frac{48}{5} = \frac{9,6}{1}$$



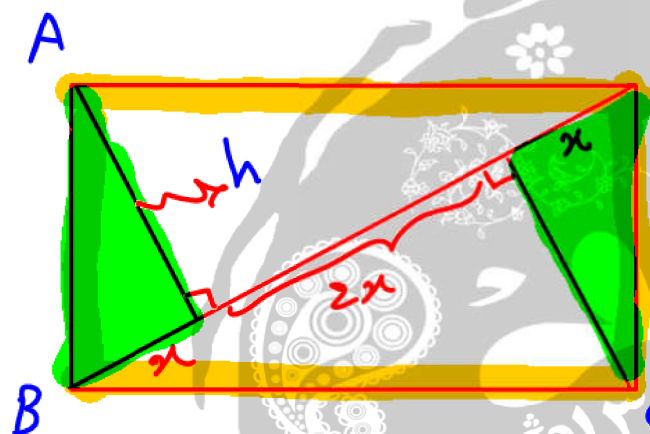
در یک مستطیل، خط‌هایی از دو رأس مقابل بر یک قطر عمود می‌شوند و آن قطر به سه قسمت طوری تقسیم می‌شود که قسمت وسط دو برابر هریک از قسمت‌های کناری است. مساحت این مستطیل چند برابر مساحت کوچک‌ترین مثلث ایجادشده در مستطیل است؟

۲۴ (۱)

۱۶ (۲)

۱۲ (۳)

۸ (۴) ✓



$$h^2 = x \times 3x \Rightarrow h = \sqrt{3}x$$

$$S_{\text{مستطیل}} = 2 \times S_{\triangle ABD} = 2 \times \frac{h \times 4x}{2} = \sqrt{3}x \times 4x$$

$$S_{\text{مستطیل}} = 4\sqrt{3}x^2 \quad (1)$$

$$S_{\text{هر مثلث}} = \frac{h \times x}{2} = \frac{\sqrt{3}x^2}{2} \quad (2)$$

$$\frac{(1)}{(2)} = \frac{\frac{4\sqrt{3}x^2}{1}}{\frac{\sqrt{3}x^2}{2}} = [8]$$



در مثلث  $ABC$ ، میانه های رسم شده از رأس های  $B$  و  $C$  بر هم عمودند. اگر طول میانه رسم شده از رأس  $C$  برابر  $\frac{4}{5}$  و مساحت این مثلث برابر ۱۸ باشد، نسبت طول میانه های رسم شده از دو رأس  $B$  و  $C$  کدام است؟

$\frac{17}{9}$  (۱)       $\frac{19}{9}$  (۲)       $\frac{5}{3}$  (۳)       $\frac{4}{3}$  (۴) ✓

$S_{\triangle ABC} = 2 \times \left(\frac{18}{6}\right) = 6 \rightarrow 6 = \frac{3 \times BG}{2} \rightarrow BG = 4$

$\xrightarrow{\text{اگر}} GM' = 2 \xrightarrow{\text{پس}} BM' = 6$

$\rightarrow \frac{BM'}{CM''} = \frac{6}{4/5} = \frac{60}{45} = \frac{4}{3}$



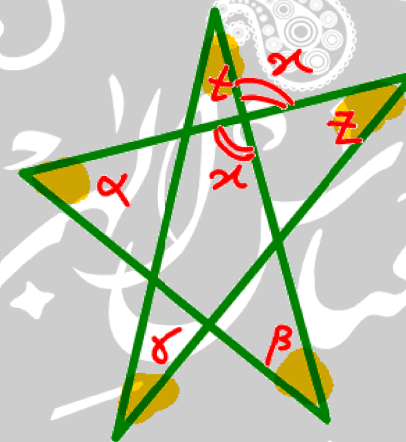
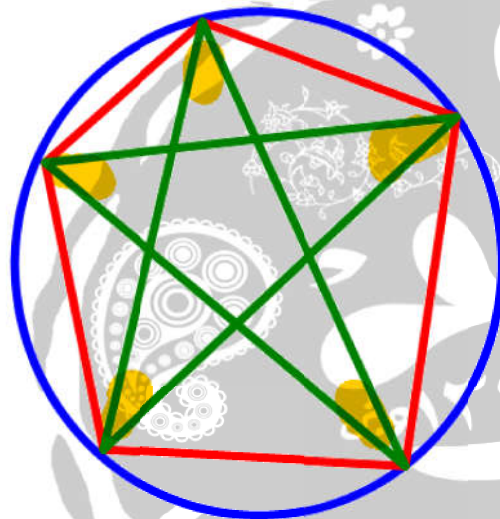
یک پنج ضلعی در یک دایره محاط شده است. هر ضلع این پنج ضلعی، وتر رو به یک زاویه محاطی است. مجموع این زوایای محاطی کدام است؟

۵۴۰ (۱)

۱۸۰ (۲) ✓

۷۲۰ (۳)

۳۶۰ (۴)



می دانیم:  $x = \gamma + t + z$

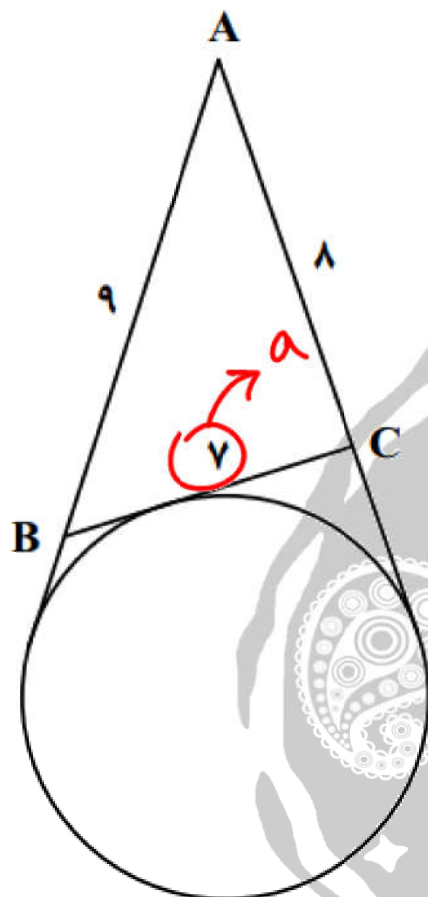
از طرفی

$x + \alpha + \beta = 180^\circ$

پس  $x + t + z + \alpha + \beta = 180^\circ$



در شکل زیر، از نقطه A دو مماس رسم شده است. شعاع دایره کدام است؟



(۱)  $7, 2\sqrt{2}$

(۲)  $4, 8\sqrt{5}$

(۳)  $3, 6\sqrt{2}$

(۴)  $2, 4\sqrt{5}$  ✓

$$r_a = \frac{S}{p' - a} \quad (*)$$

$$p' = \frac{2+8+7}{2} = 12$$

$$S = \sqrt{p'(p'-a)(p'-b)(p'-c)} = \sqrt{12(12-7)(12-9)(12-8)} = \sqrt{36 \times 20}$$

5      3      4

دستورده  
۶۱۳۹۷

$$\Rightarrow S = 6 \times 2\sqrt{5} = 12\sqrt{5}$$

جوابی در  
(\*)

$$r_a = \frac{12\sqrt{5}}{12-7} = \frac{12\sqrt{5}}{5} = 2,4\sqrt{5}$$



در بین مثلث‌هایی با مساحت ۳۰ واحد مربع که در ضلعی به اندازه ۱۵ واحد مشترک هستند، کمترین مقدار محیط کدام است؟

مساواتها  
مساواتها

۳۶ (۴)

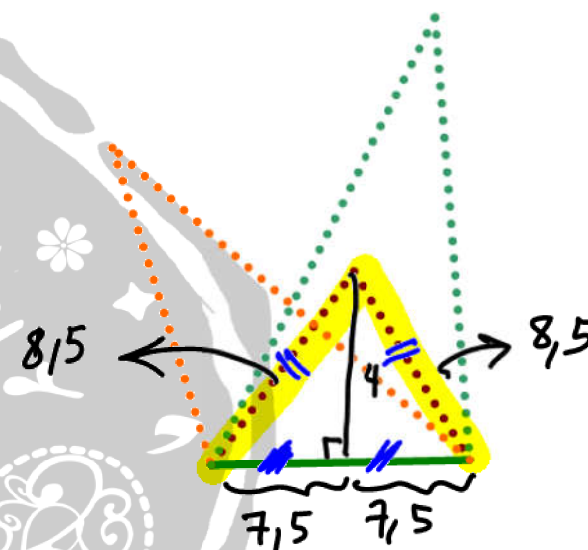
۳۴ (۳)

۳۲ (۲) ✓

۳۰ (۱)

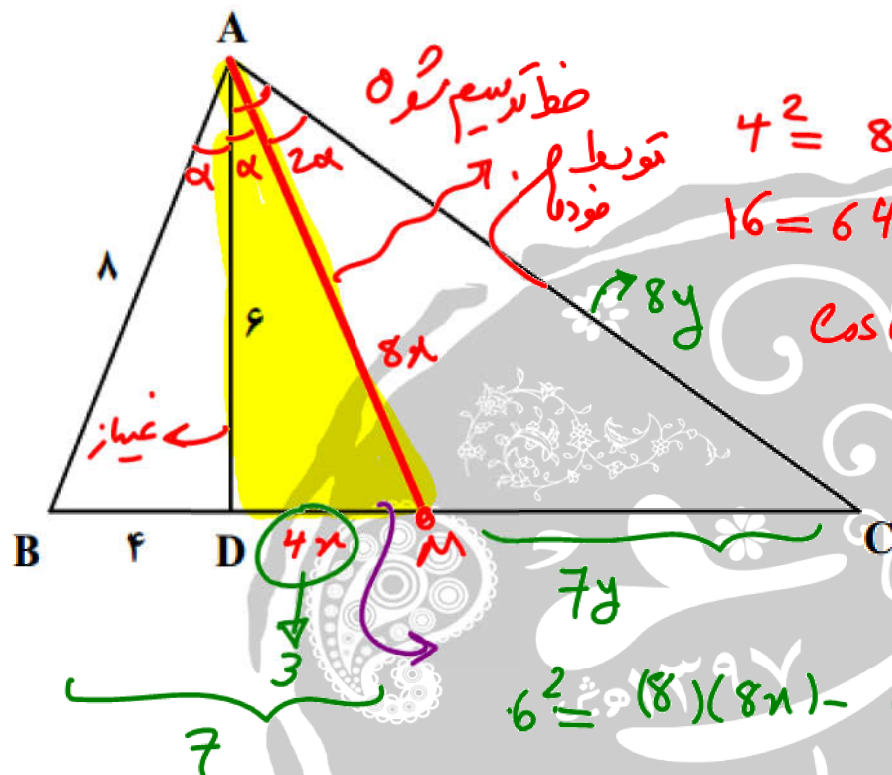
$$\left\{ \begin{array}{l} S = 30 \\ a = 15 \end{array} \right. \rightarrow \frac{1}{2} h_a \times a = 30 \rightarrow h_a = 4$$

$$(8,5)(2) + (7,5) \times 2 = 17 + 15 = 32$$





در شکل زیر، اگر  $\widehat{DAC} = 3\widehat{BAD}$  باشد، طول ضلع AC کدام است؟



$$4^2 = 8^2 + 6^2 - 2 \times 8 \times 6 \times \cos \alpha$$

$$16 = 64 + 36 - 96 \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{84}{96} = \frac{7}{8}$$

$$\cos 3\alpha =$$

۱۹/۲ (۱) ✓

۱۶/۸ (۲)

۱۸/۶ (۳)

۱۵/۴ (۴)

$$6^2 = (8)(8x) - (4)(4x) \rightarrow 36 = 64x - 16x \rightarrow 36 = 48x \rightarrow x = \frac{3}{4}$$

$$(8x)^2 = (8)(8y) - (7)(7y) \rightarrow 36 = 64y - 49y \rightarrow 36 = 15y \rightarrow y = \frac{12}{5}$$

$$AC = 8y = 8 \times \frac{12}{5} = \frac{96}{5} = \frac{192}{10} = 19,2$$



اگر  $A = \begin{bmatrix} \log_6^3 & \log_6^2 \\ \log_6^2 & \log_6^3 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} |A| & |A| \\ |A| & |A| \end{bmatrix}$  باشد، مقدار دترمینان  $B$ ، کدام است؟

$\frac{15}{8}$  (۴) ✓

$\frac{9}{8}$  (۳)

$\frac{15}{4}$  (۲)

$\frac{9}{4}$  (۱)

$$\det(A) = (\log_6^3)^2 - (\log_6^2)^2 = (\log_6^3 + \log_6^2)(\log_6^3 - \log_6^2) = \log_6^{\frac{3}{2}}$$

$\log_6^6 = 1$

$$\det(B) = 6^{3|A|} - 6^{|A|} = \left(\frac{3}{2}\right)^3 - \left(\frac{3}{2}\right) = \frac{27}{8} - \frac{3}{2} = \frac{27}{8} - \frac{12}{8} = \frac{15}{8}$$

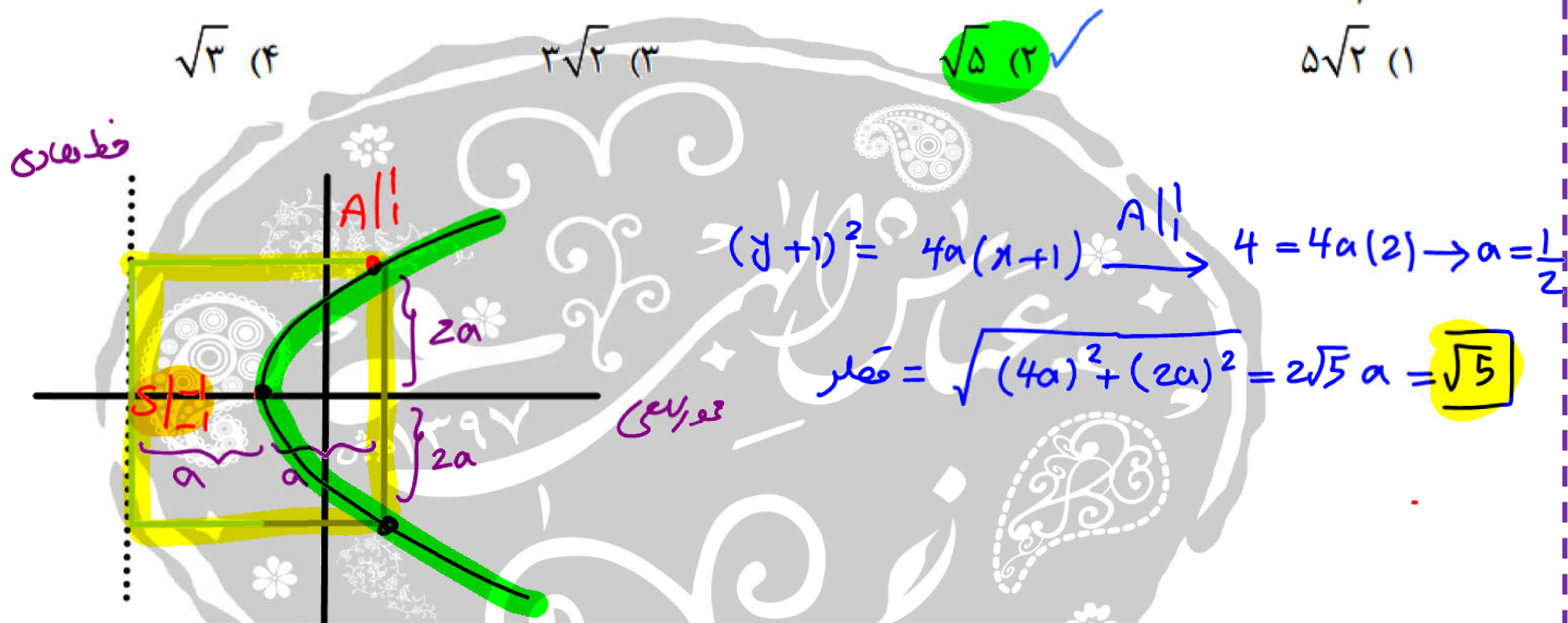
نویس:

$$6^{|A|} = 6^{\log_6^{\frac{3}{2}}} = \frac{3}{2}$$

جانمایی



نمودار سهمی با مختصات رأس  $(-1, -1)$ ، از نقطه  $(1, 1)$  می گذرد. اگر از دو سر وترى که از کانون بر محور سهمی عمود است، دو خط موازی با محور سهمی بر خط هادی عمود کنیم، یک مستطیل رسم می شود. قطر مستطیل حاصل کدام است؟





فرض کنید  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  بردارهای ناصفری هستند که ضرب داخلی آنها،  $-\frac{3}{5}$  حاصل ضرب اندازه‌های دو بردار است.

مساحت مثلثی را که توسط بردارهای  $(\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} - \frac{2\vec{b}}{|\vec{b}|})$  و  $(\frac{3\vec{a}}{|\vec{a}|} + \frac{2\vec{b}}{|\vec{b}|})$  ساخته می‌شود، کدام است؟

۱/۶ (۴)

۳/۲ (۳) ✓

۴/۸ (۲)

۶/۴ (۱)

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = -\frac{3}{5} \times |\vec{a}| |\vec{b}| \Rightarrow \cos \alpha = -\frac{3}{5} \rightarrow \sin \alpha = +\frac{4}{5}$$

$|\vec{a}| \times |\vec{b}| \times \cos \alpha$

$$S = \frac{1}{2} \times \left| \left( \frac{3\vec{a}}{|\vec{a}|} + \frac{2\vec{b}}{|\vec{b}|} \right) \times \left( \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} - \frac{2\vec{b}}{|\vec{b}|} \right) \right| = \frac{1}{2} \left| (3\vec{e}_a + 2\vec{e}_b) \times (\vec{e}_a - 2\vec{e}_b) \right|$$

$$= \frac{1}{2} \left| -6\vec{e}_a \times \vec{e}_b - 2\vec{e}_a \times \vec{e}_b \right| = \frac{1}{2} \times 8 |\vec{e}_a \times \vec{e}_b| = 4 \times |\vec{e}_a| \times |\vec{e}_b| \times \sin \alpha$$

$$= 4 \times \frac{4}{5} = \frac{16}{5} = 3.2$$





با قرار دادن عدد سه رقمی  $\overline{3(a \circ a)}$  بین دو رقم مشابه  $a$ ، عدد جدید ساخته می شود. حداکثر چند عدد اول می تواند  $a$  را بشمارد؟

۳۷

(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) ۳

سوال درست بیان نشده است!

$a = 1, 2, 3$

۱۰۱ ✓

۲۰۲ ✓

۳۰۳ ✓

۴۰۴ ✗



مجموع ارقام کوچک ترین عدد طبیعی سه رقمی  $x$  که در معادله  $۶۳x + ۷۷y = ۲۷۳$  صدق می کند، کدام است؟

(۱) ۴

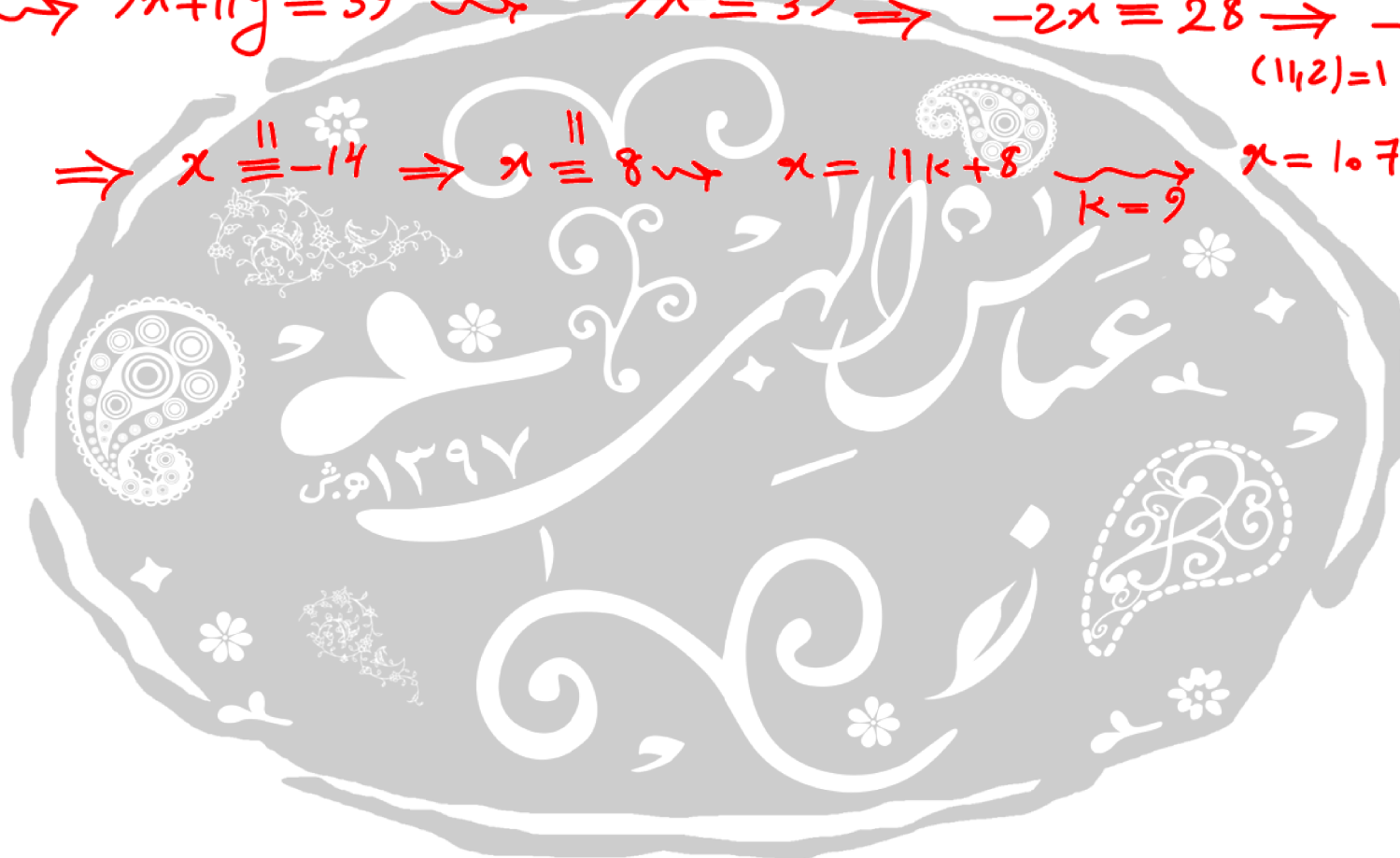
(۲) ۵

(۳) ۸

(۴) ۹

$$\begin{aligned} 9x + 11y = 39 \quad \text{طرفین را بر ۷} \quad & \Rightarrow 9x \equiv 39 \pmod{7} \Rightarrow -2x \equiv 28 \pmod{7} \Rightarrow -x \equiv 14 \pmod{7} \\ & \Rightarrow x \equiv -14 \pmod{7} \Rightarrow x \equiv 8 \pmod{7} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= 11k + 8 \quad \text{با } k=9 \quad \Rightarrow x = 107 \quad \rightarrow 1+0+7=8 \end{aligned}$$





حاصل ضرب درجه رأس‌های گراف  $G$ ، ۴۸ است. اگر تعداد رأس‌ها با درجه رأس یک حداقل باشد، حاصل  $\Delta(\bar{G}) + q(\bar{G})$  کدام است؟

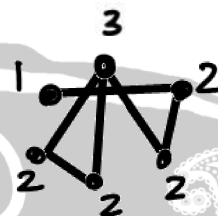
۱۳ (۴) ✓

۱۹ (۳)

۱۱ (۲)

(۶)

۱۷ (۱)



۳, ۲, ۲, ۲, ۲, ۱

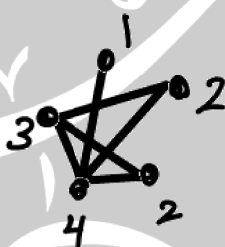
گراف اول

$$\Delta(\bar{G}) + q(\bar{G}) = 4 + 9 = 13$$

۴, ۳, ۲, ۲, ۱

گراف دوم

$$\Delta(\bar{G}) + q(\bar{G}) = 3 + 4 = 7$$



۴ - ۱ = ۳

$\binom{5}{2} - 6 = 10 - 6 = 4$

$$3 \times 4 \times 4$$

۶

$$48 = 3 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$$

**نوین کنکور**

**کنکور**

**امتحان نهایی**

**نوین کنکور  
شرط لازم و کافی  
برای موفقیت**

**novinkonkor.com**