

نوین کنکور

کنکور

امتحان نهایی

**نوین کنکور
شرط لازم و کافی
برای موفقیت**

novinkonkor.com

پاسخ تشریحی کنکور سراسری رشته ریاضی - ۲۱ تیر ۱۴۰۳

۲۱- رضا می‌خواهد کتاب ریاضی و ۵ کتاب درسی دیگرش را روی هم بچیند. در چند حالت مختلف هنگام چیدن کتاب‌ها، کتاب‌های بیشتری بالای کتاب ریاضی قرار می‌گیرد؟

۲۰۰ (۴)

۲۴۰ (۳)

۳۰۰ (۲)

۳۶۰ (۱)

$\begin{array}{ccc} 4 & 3 & 5 \\ \hline \text{کتاب ریاضی} \\ \hline 1 & 2 & 0 \end{array}$

$$5! = 34, \quad \binom{5}{1} \times 4! + \binom{5}{2} \times 2! \times 3! + \binom{5}{3} \times 1! \times 2! \times 1!$$

۱۴

۲۲- سکه‌ای را پرتاب می‌کنیم. اگر «رو» بیاید، ۲ سکه پرتاب کرده و اگر «پشت» بیاید، ۳ سکه را پرتاب می‌کنیم. با کدام

احتمال همه سکه‌ها یکسان ظاهر می‌شوند؟

$$\frac{5}{16} \quad (۴)$$

$$\frac{5}{12} \quad (۳)$$

$$\frac{3}{16} \quad (۲)$$

$$\frac{3}{12} \quad (۱)$$

$$\begin{aligned} & \begin{array}{c} \nearrow \frac{1}{2} \\ \searrow \frac{1}{2} \end{array} \rightarrow \begin{array}{c} \xrightarrow{\frac{1}{4}} \\ \xrightarrow{\frac{1}{4}} \end{array} \Rightarrow P((\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2})) = \frac{1}{16} \\ & \begin{array}{c} \nearrow \frac{1}{2} \\ \searrow \frac{1}{2} \end{array} \rightarrow \begin{array}{c} \xrightarrow{\frac{1}{4}} \\ \xrightarrow{\frac{1}{4}} \end{array} \Rightarrow P((1, 1, 1, 1)) = \frac{1}{8} \end{aligned}$$

$\Rightarrow P(A) = \frac{3}{16}$

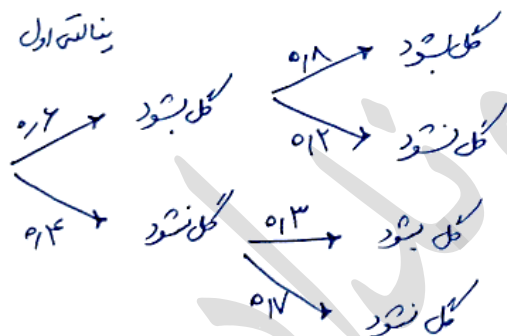
۲۴- در جریان یک مسابقه بازیکن A دو پناستی می‌زند. این بازیکن با احتمال ۶۰ درصد پناستی اول را گل می‌کند، در این صورت احتمال گل شدن پناستی دوم ۸۰ درصد و در غیر این صورت ۳۰ درصد خواهد بود. با کدام احتمال وضعیت گل شدن دو پناستی متفاوت است؟

۰/۳ (۴)

۰/۶ (۳)

۰/۲۴ (۲)

۰/۴۴ (۱)



$$(0.2 \times 0.12) + (0.4 \times 0.13) = 0.24$$

۲

۲۵- برای کدام گزاره، می‌تون مثال نقض ارائه کرد؟

(۱) هر چهارضلعی که قطرهای یکدیگر را نصف کنند، متوازی‌الاضلاع است.

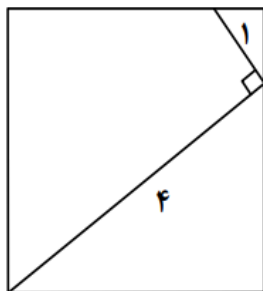
(۲) اندازه میانه‌های وارد بر اضلاع مساوی در هر مثلث، با هم برابرند.

(۳) هر چهارضلعی با قطرهای برابر و عمود بر هم، مربع است.

(۴) نیمسازهای زاویه‌های داخلی هر مثلث هم‌رسند.

پاسخ **گزینه‌ی ۱** است. دوزنقه‌ی متساوی‌الساقین مثال نقض مناسبی است. سایر گزینه‌ها ارزش درستی دارد.

۲۶- مساحت مربع زیر، چقدر است؟

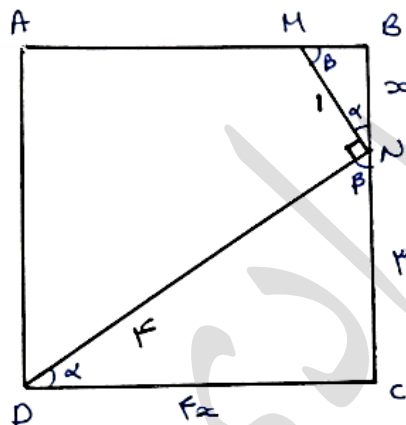


۱۳/۳۱ (۱)

۷/۲۹ (۲)

۸/۴۱ (۳)

۱۰/۲۴ (۴)

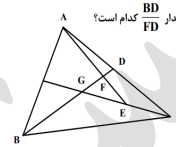


$\triangle BMN \sim \triangle NCD$

$\triangle NCD : (2x)^2 + (2x)^2 = 20x^2 = 14$

$\Rightarrow x^2 = \frac{14}{20}$

$\Rightarrow S_{\square} = 14x^2 = \frac{21}{20} \times \frac{14}{5} = \frac{21}{100} = \frac{1024}{100} = 10,24.$

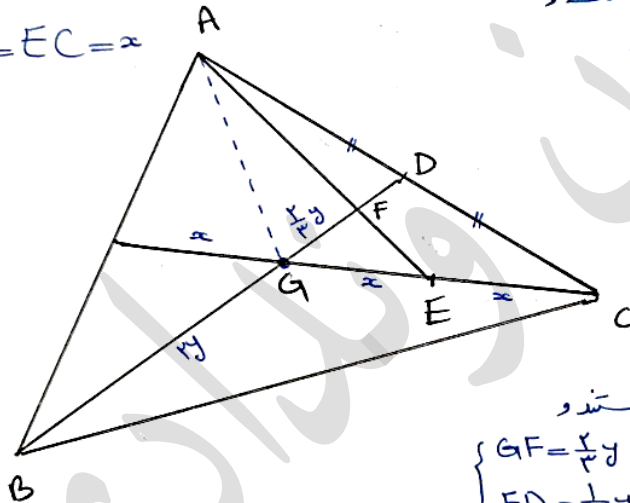


۲۷- در شکل زیر، G مرکز ثقل مثلث ABC است. اگر $GE = EC$ باشد، مقدار $\frac{BD}{FD}$ کدام است؟

- ۹ (۱)
- ۸ (۲)
- ۶ (۳)
- ۵ (۴)

فرض:

$$GE = EC = x$$



G محل برخورد میانه‌های مثلث ABC است و
میانه‌ها یکدیگر را به نسبت ۲ به ۱ تقسیم می‌کنند.

برای ما می‌نویسیم:

$$BG = 2y \text{ و } GD = y$$

$$\Rightarrow BD = 3y.$$

از A به G رسم می‌کنیم

در مثلث AGC، AE و GD میانه هستند و

یکدیگر را در نقطه F تقسیم می‌کنند. $\leftarrow$

$$\begin{cases} GF = \frac{2}{3}y \\ FD = \frac{1}{3}y \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{BD}{FD} = \frac{3y}{\frac{1}{3}y} = 9.$$

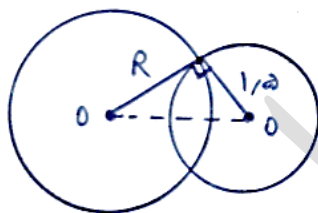
۲۹- مماس‌های رسم‌شده بر دو دایره متقاطع در نقطه تقاطع دو دایره، بر هم عمودند. اگر شعاع دایره کوچک‌تر $1/5$ و فاصله بین مراکز دو دایره $2/5$ باشد، شعاع دایره بزرگ‌تر، کدام است؟

۲ (۴)

۳ (۳)

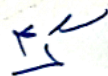
$\sqrt{5}$ (۲)

$\sqrt{3}$ (۱)

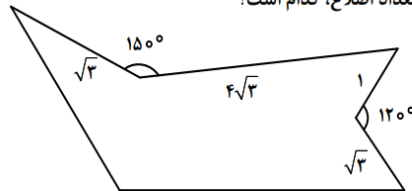


$$d = OO' = 2/5$$

$$R = \sqrt{(2/5)^2 - (1/5)^2} = \sqrt{4} = 2.$$



۳۱- میزان افزایش مساحت شکل زیر، بدون تغییر در محیط و تعداد اضلاع، کدام است؟

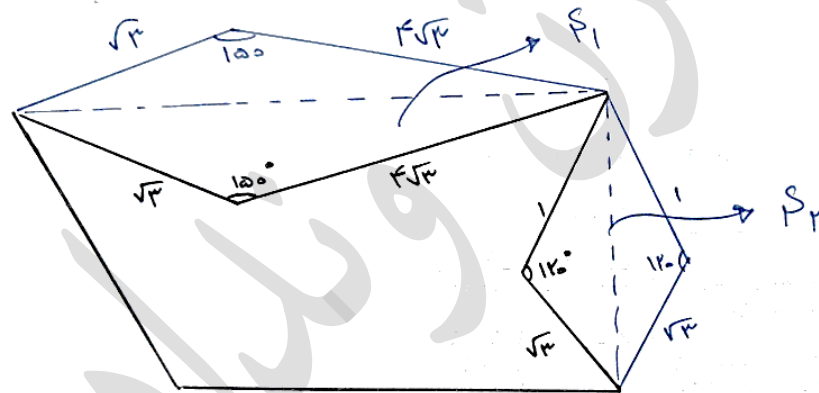


۱۵ (۱)

۹ (۲)

۷/۵ (۳)

۴/۵ (۴)



$$S_1 + S_2 = (\sqrt{3} \times \sqrt{3} \times \sin 120^\circ) + (1 \times \sqrt{3} \times \sin 120^\circ)$$

$$= 4 + \frac{3}{2} = 7/2.$$

$2A - 3B^{-1}$ اگر -32 $A^{-1} = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 1 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$ و $2I - 3A^{-1}B^{-1} = \begin{bmatrix} -2 & -4 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ باشد، مجموع درایه‌های قطر اصلی ماتریس $2A - 3B^{-1}$ کدام است؟

(1) -1 (2) -2 (3) -3 (4) -4

$$2I - 3A^{-1}B^{-1} = 2A^{-1}A - 3A^{-1}B^{-1} = A^{-1} \underbrace{(2A - 3B^{-1})}_{=X}$$

$$\begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 1 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} -2 & -4 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow X = \frac{1}{-\frac{1}{2}} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 1 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 & -4 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

۳۳- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ باشد، مجموع درایه‌های A^2 چند برابر مجموع درایه‌های A است؟

۳ (۴)

-۳ (۳)

-۱ (۲)

۱ (۱)

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \frac{4}{2} = 2.$$

۴

۳۶- عدد صحیح a مضرب ۸ و باقیمانده تقسیم آن بر ۲۳ برابر ۵ است. باقیمانده تقسیم $\frac{a}{4}$ بر ۲۳ کدام است؟

۱۹ (۴)

۱۳ (۳)

۷ (۲)

۵ (۱)

$$a = 8K; K \in \mathbb{Z}, \quad a \equiv 5 \pmod{23} \quad \xrightarrow{\div 4} \quad 8K \equiv 5 \pmod{23} \xrightarrow{\div 4} 2K \equiv 1 \pmod{23}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{4} = 2K \equiv 1 \pmod{23}.$$

۳۷- در چند زیرمجموعه از مجموعه $\{12, 13, 15, 18, 23, 24, 25, 26\}$ حاصل ضرب کوچک ترین و بزرگ ترین عضو، مضرب

۱۰ است؟

۶۲ (۴)

۶۱ (۳)

۶۰ (۲)

۵۹ (۱)

$\{12, 13, 15, 18, 23, 24, 25, 26\}$

$$\begin{cases} 12, 15 \rightarrow 2^1 = 2 \\ 12, 25 \rightarrow 2^5 = 32 \end{cases}$$

12 15
18 25
24 مضرب ۵
26
زوج ها

$$\begin{cases} 18, 15 \rightarrow 1 \\ 18, 25 \rightarrow 2^2 = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 24, 15 \rightarrow 2^2 = 4 \\ 24, 25 \rightarrow 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 26, 15 \rightarrow 2^4 = 16 \\ 26, 25 \rightarrow 1 \end{cases}$$

۶۱ زیرعبارت

۳۸- به ازای برخی مقادیر طبیعی n ، معادله سیاله $57x + 133y = 22n - 1$ دارای جواب است. مجموع ارقام کوچک ترین عدد دو رقمی n ، کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)

$$57x + 133y = 22n - 1; n \in \mathbb{N}$$

$$\begin{aligned} (57, 133) &= 19 \mid 22n - 1 \Rightarrow 22n \equiv 1 \equiv 77 \pmod{19} \Rightarrow 2n \equiv 7 \pmod{19} \\ \Rightarrow n &\equiv 13 \pmod{19} \Rightarrow n = 19K + 13; K \in \mathbb{N} \Rightarrow n \geq 10 \Rightarrow K = 0 \\ \Rightarrow n &= 13 \Rightarrow 1 + 3 = 4. \end{aligned}$$

۳۹- حداقل چند عضو از مجموعه $\{14, 15, 16, \dots, 20, 22, 23, 24, \dots, 28\}$ انتخاب کنیم تا به طور قطع، حداقل سه عضو انتخاب شده، اعداد متوالی باشند؟

(۱) ۱۲

(۲) ۱۱

(۳) ۱۰

(۴) ۹

ما از مجید

← اعمو باید انتخاب شود.
حالا
۲

$\{14, 15, 16\}$

$\{22, 23, 24\}$

$\{15, 16, 17\}$

$\{23, 24, 25\}$

$\{16, 17, 18\}$

$\vdots$

$\{17, 18, 19\}$

$\{26, 27, 28\}$

$\{18, 19, 20\}$

نوین کنکور

کنکور

امتحان نهایی

**نوین کنکور
شرط لازم و کافی
برای موفقیت**

novinkonkor.com