

نوین کنکور

کنکور

امتحان نهایی

**نوین کنکور
شرط لازم و کافی
برای موفقیت**

novinkonkor.com

تحلیل حسابان کنکور تیر ۱۴۰۳

۱- اگر $x+1$ ، $x-1$ ، $2x+1$ و x به ترتیب جملات چهارم، پنجم، هفتم و هشتم یک دنباله هندسی باشند، حاصل ضرب مقادیر ممکن برای قدرنسبت این دنباله، کدام است؟ (ترتیب)

(۴) -۲

(۳) ۲

(۲) -۱ ✓

(۱) ۱

$$r = \frac{n-1}{n+1} \times \frac{n}{2n+1} \Rightarrow 2x^2 + x - 2n - 1 = x^2$$

$$x^2 - 2n - 1 = 0 \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 1 - (1)(-1) = 2$$

$$r = \frac{n-1}{n+1} = \frac{1+\sqrt{2}-1}{1+\sqrt{2}+1} = \frac{\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}$$

$$n = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{a} = \frac{-1 \pm \sqrt{2}}{1}$$

$$r = \frac{n-1}{n+1} = \frac{1-\sqrt{2}-1}{1-\sqrt{2}+1} = \frac{-\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}} \times \frac{-\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}} = \frac{-2}{2-2} = -1$$

$$\text{روش دوم: } r = \frac{\alpha-1}{\alpha+1} \times \frac{\beta-1}{\beta+1} = \frac{\alpha\beta - \alpha - \beta + 1}{\alpha\beta + \alpha + \beta + 1} = \frac{p-s+1}{p+s+1} = \frac{-1-2+1}{-1+2+1} = -1$$

۳- اگر بزرگ‌ترین بازه‌ای که نمودار تابع $y = -5x^2 + 25x - 8$ در آن اکیداً صعودی است، بازه $[-\infty, 2.5]$ باشد، عرض رأس سهمی کدام است؟ (د.)

(۴) ۲۴/۷۵

(۳) ۲۳/۲۵ ✓

(۲) ۱۴/۲۵

(۱) ۱۳/۷۵

$$x_s = -\frac{b}{2a} = -\frac{-25}{2(-5)} = \frac{25}{10} \Rightarrow \boxed{x = 2.5}$$



$$y_s = -5(2.5)^2 + 25 \times 2.5 - 8 = -\frac{31.25}{31.25} + \frac{62.5}{31.25} - 8 = 23.25$$

$$\text{روش دوم: } y_s = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{(b^2 - 4ac)}{4(-5)} = -\frac{(625 - 4(160))}{-20} = \frac{465}{20} = 23.25$$

۴- اگر $\Gamma(x)$ باقیمانده تقسیم $2-x^{14}$ بر x^2+x+1 باشد، مجموع ضرایب چند جمله‌ای $\Gamma(x)$ کدام است؟ ($x \neq 1$) (نرط)

(۱) صفر (۲) -۱ (۳) -۲ (۴) ۴ ✓

$$2 - x^{14} = 2 - (x^2)^7 = 2 - (x^2 + x + 1 - x - 1)^7 \Rightarrow x^2 = -x - 1$$

$$\begin{aligned} &= 2 - (-x-1)(-x-1)(-x-1)(-x-1)(-x-1)(-x-1)(-x-1) \\ &= 2 + (x)(x)(x)(x)(x)(x)(x+1) \\ &= 2 + x^2(x^2+x) \\ &= 2 + (-x-1)(-x-1+x) = 2 + x + 1 = x + 3 \end{aligned}$$

$$(-x-1)^2 = (x+1)^2 = x^2 + 2x + 1 = -x + 1 + 2x + 1 = x + 2$$

↓ مجموع ضرایب: ۱ + ۳ = ۴

۵- برای چند مقدار صحیح m ، هر دو ریشه معادله $2x^2 + 7x + m = 0$ بزرگ‌تر از -3 است؟ (دستار)

(۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۱ (۴) صفر

$$\Delta > 0 \Rightarrow b^2 - 4ac > 0 \Rightarrow 49 - 4(2)(m) > 0 \Rightarrow -8m > -49$$

$$m < \frac{49}{8} = 6,125$$

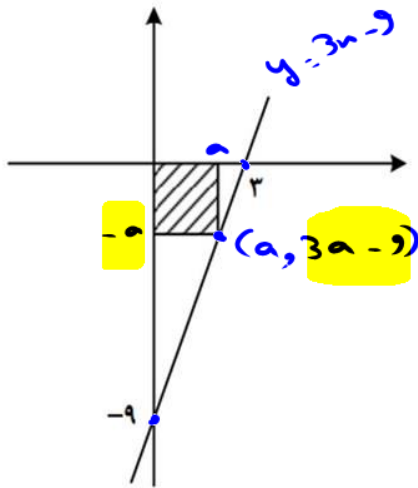
$$\Delta = 49 - 8m \Rightarrow x = \frac{-7 \pm \sqrt{49 - 8m}}{4} > -3$$

$$\begin{cases} -7 + \sqrt{49 - 8m} > -12 \Rightarrow \sqrt{49 - 8m} > -5 \\ -7 - \sqrt{49 - 8m} > -12 \Rightarrow -\sqrt{49 - 8m} > -5 \Rightarrow \sqrt{49 - 8m} < 5 \end{cases}$$

$$49 - 8m < 25 \Rightarrow -8m < -24 \Rightarrow m > 3$$

$$3 < m < 6,125 \Rightarrow m = 4, 5, 6$$

۶- در شکل زیر، قطر مربع هاشور خورده، کدام است؟ (۰.۵)



$$m = \frac{2}{3} = 3$$

$$y = mx + b = 3x - 9$$

$$3a - 9 = -a$$

$$4a = 9$$

$$a = \frac{9}{4}$$

$$d = \sqrt{2}a = \frac{9\sqrt{2}}{4}$$

$$(1) \frac{2}{5}\sqrt{2}$$

$$(2) \frac{3}{5}\sqrt{2}$$

$$(3) \frac{9}{4\sqrt{2}}$$

$$(4) \frac{9}{\sqrt{2}}$$

۷- در یک مستطیل، نقاط $A(5,2)$ و $C(4,-1)$ دو رأس غیرمجاور و دو رأس B و D روی خط $x - 3y = 3$ واقع اند.

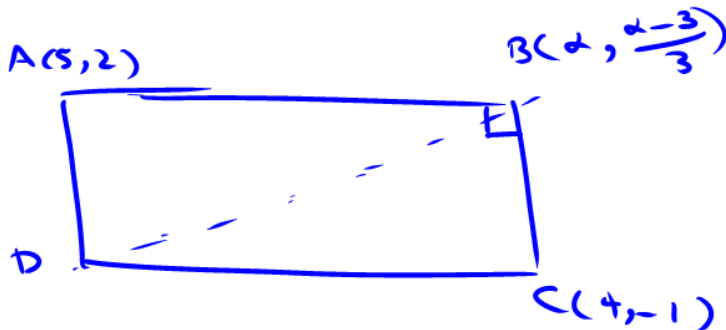
$$x - 3y = 3 \Rightarrow y = \frac{x-3}{3}$$

$$(4) \frac{1}{5}$$

$$(3) 1$$

$$(2) \frac{3}{5}$$

$$(1) 3$$



$$m_{AB} = \frac{\frac{x-3}{3} - 2}{x - 5} = \frac{\frac{x-9}{3}}{\frac{x-5}{1}} = \frac{x-9}{3x-15}$$

$$m_{BC} = \frac{\frac{x-3}{3} + 1}{x - 4} = \frac{\frac{x}{3}}{\frac{x-4}{1}} = \frac{x}{3x-12}$$

$$\Rightarrow \frac{x-9}{3x-15} = \frac{-3x+12}{x}$$

$$x^2 - 9x = -9x^2 + 36x + 45x - 180$$

$$10x^2 - 9x + 180 = 0 \Rightarrow x^2 - 9x + 18 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=6 \\ x=3 \end{cases}$$

$$d = 6 - 3 = 3$$

۱۰- اگر $\log(2-x) - \log \frac{1}{(2-x)^2} = 3$ باشد، مقدار $\log \sqrt{2}(-x)$ کدام است؟ (۰.۷)

$$(2-x)^2 = (2-x)^2 - \frac{1}{4} \quad (4)$$

$$\frac{1}{4} \quad (3)$$

$$6 \quad (2)$$

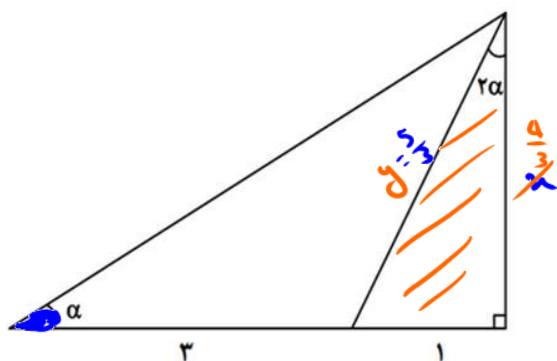
$$-6 \quad (1)$$

$$\log(2-x) - \log(2-x)^{-2} = 3$$

$$\log(2-x) + 2\log(2-x) = 3 \Rightarrow 3\log(2-x) = 3 \Rightarrow \log(2-x) = 1$$

$$2-x=10 \Rightarrow x=-9$$

$$\log \frac{1}{\sqrt{2}} = \log \frac{1}{\sqrt{2}} = \log \frac{1}{2^{\frac{1}{2}}} = \log 2^{-\frac{1}{2}} = -\frac{1}{2} \log 2 = -\frac{1}{2} \times 0.3010 = -0.1505$$



۱۱- در شکل زیر، مقدار $\cos 2\alpha$ کدام است؟ (مربط)

$$\tan 2\alpha = \frac{1}{n}$$

$$\frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} = \frac{1}{n}$$

$$\frac{2(\frac{n}{x})}{1 - (\frac{n}{x})^2} = \frac{1}{n}$$

$$\frac{1}{4} \quad (1)$$

$$\frac{3}{4} \quad (2)$$

$$\frac{3}{5} \quad (3)$$

$$\frac{4}{5} \quad (4) \checkmark$$

$$\frac{\frac{n}{2}}{1 - \frac{n^2}{16}} = \frac{1}{n} \Rightarrow \frac{8n}{16 - n^2} = \frac{1}{n}$$

$$8n^2 = 16 - n^2 \Rightarrow 9n^2 = 16 \Rightarrow n^2 = \frac{16}{9} \Rightarrow n = \frac{4}{3}$$

$$y^2 = \frac{16}{9} + 1 = \frac{25}{9} \Rightarrow y = \frac{5}{3}$$

$$\cos 2\alpha = \frac{1 - \tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{1 - \frac{9}{16}}{1 + \frac{9}{16}} = \frac{7}{25}$$

۱۲- اگر $3\sin^2 x + a\cos^2 x = 4$ باشد، $\cot^2 x$ با کدام مورد برابر است؟ (سبک)

$\frac{1}{3-a}$ (۴)

$\frac{1}{a-3}$ (۳)

$\frac{1}{4-a}$ (۲)

$\frac{1}{a-4}$ (۱) ✓

$$3(1 - \cos^2 x) + a\cos^2 x = 4$$

$$3 - 3\cos^2 x + a\cos^2 x = 4$$

$$\cos^2 x (a - 3) = 1 \Rightarrow \cos^2 x = \frac{1}{a-3}$$

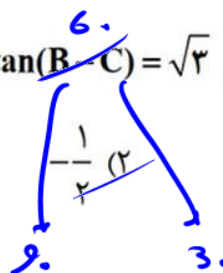
$$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} \Rightarrow 1 + \tan^2 x = a - 3 \Rightarrow \tan^2 x = a - 4$$

$$\tan^2 x = \frac{1}{a-4}$$

۱۳- در مثلث ABC، اگر $\tan(B-C) = \sqrt{3}$ باشد، حاصل عبارت $\frac{1 - 2\cos(B+C)}{4\sin B \cos C}$ کدام است؟

$\frac{\sqrt{3}}{3} = \tan 30^\circ$ (۴) ✓

$\tan 90^\circ$ (۳)



-1 (۱)

$$\frac{1 - 2\cos^2 60^\circ}{4\sin 30^\circ \cos 30^\circ} = \frac{1 - 2 \cdot \frac{1}{4}}{4 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1 - \frac{1}{2}}{2\sqrt{3}} = \frac{\frac{1}{2}}{2\sqrt{3}} = \frac{1}{4\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{12}$$

۱۴- تعداد جوابهای معادله $\cos(2x - \frac{\pi}{4}) + \cos(x + \frac{\pi}{4}) = 0$ در بازه $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ کدام است؟

۴ (۴) ۳ (۳) ✓ ۲ (۲) ۱ (۱)

$$\cos(2\alpha - \frac{\pi}{4}) = -\cos(\alpha + \frac{\pi}{4}) = \cos(\alpha - \frac{\pi}{4})$$

$$\alpha = 2k\pi + \beta \Rightarrow 2\alpha - \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \frac{3\pi}{4} - \alpha \Rightarrow 3\alpha = 2k\pi + \frac{\pi}{4}$$

$$\alpha = 2k\pi - \beta \Rightarrow 2\alpha - \frac{\pi}{4} = 2k\pi - \frac{3\pi}{4} + \alpha \Rightarrow \alpha = 2k\pi - \frac{\pi}{4}$$

گزینه ۲ صحیح است.

۱۵- اگر $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a + \sqrt{(bx+1)(cx+1)}}{x} = 2$ باشد، مقدار $\frac{b}{a} + \frac{c}{a}$ کدام است؟

$-\frac{1}{4}$ (۴) $-\frac{1}{2}$ (۳) -4 (۲) ✓ -2 (۱)

در صورتی که $a+1=0 \Rightarrow a=-1$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a + \sqrt{bcx^2 + bx + cx + 1}}{x} = 2$$

حالا $\frac{2bcx + b + c}{2\sqrt{1}} = 2 \Rightarrow \frac{b+c}{2} = 2 \Rightarrow b+c=4$

$\frac{b}{a} + \frac{c}{a} = \frac{b+c}{a} = \frac{4}{-1} = -4$

پایه دوازدهم

۱۶- برای چند مقدار a ، تابع $f(x) = \frac{3x^2 - 8x - 3}{ax^2 + (1-a)x + a+1}$ یک مجانب قائم دارد؟

۷ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

$a=0 \Rightarrow$ درجه ۱ $\Rightarrow$ یک مجانب $\Rightarrow$ $n+1=0 \Rightarrow n=-1$

$$\Delta = 0 \Rightarrow (1-a)^2 - 4(a)(a+1) = 0$$

$$1 - 2a + a^2 - 4a^2 - 4a = 0 \Rightarrow -3a^2 - 6a + 1 = 0$$

$$\Delta' = 9 - (-3)(1) = 12 \Rightarrow a = \frac{3 \pm \sqrt{12}}{-3}$$

درجه مرتبه: $3n^2 - 8n - 3 = 0 \Rightarrow n^2 - 8n - 9 = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = -\frac{1}{3} \\ n = -\frac{9}{-1} = 9 \end{cases}$

$n=3 \rightarrow 9a + \frac{3-3a}{(1-a)^2} + a+1 = 0 \Rightarrow 7a = -4 \Rightarrow a = -\frac{4}{7}$
 $n = -\frac{1}{3} \rightarrow$
 $\Rightarrow a = ?$

۱۷- به ازای مقادیر طبیعی c ، تابع $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 - 2x + 1} & |x| \leq c \\ ax^2 + bx + 2 & |x| > c \end{cases}$ روی مجموعه اعداد حقیقی پیوسته است. کدام

می تواند مقدار $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ باشد؟

-۴ (۴)

-۳ (۳)

-۲ (۲)

-۱ (۱)

$$f(x) = \begin{cases} |x-1| & -c \leq x \leq c \\ ax^2 + bx + 2 & \begin{cases} x > c \\ x < -c \end{cases} \end{cases}$$

$$|c-1| = ac^2 + bc + 2 \Rightarrow c-1 = ac^2 + bc + 2$$

$$|c+1| = ac^2 - bc + 2 \Rightarrow c+1 = ac^2 - bc + 2$$

$$-2 = 2bc \Rightarrow bc = -1$$

$$b = -\frac{1}{c}$$

$$c-1 = ac^2 + \cancel{bc} + 2 \Rightarrow c-2 = ac^2 \Rightarrow a = \frac{c-2}{c^2}$$

$$\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{c-2}{c^2} \\ -\frac{1}{c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{c-2}{-c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 + \frac{2}{c} \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{c=1} [-1+2] = [1] = 1$$

$$\xrightarrow{c=2} [-1+1] = 0$$

$$\xrightarrow{c>2} [-1+\frac{2}{3}] = [-\frac{1}{3}] = -1$$

$$\left. \begin{matrix} \\ \\ \end{matrix} \right\} c = 1, 2, -1$$

۱۸- اگر $f(x) = \frac{\lambda + \cos^3 x}{4 - \cos^2 x}$ و $g(x) = \frac{2}{2 - \cos x}$ باشد، حاصل عبارت $f'(\frac{7\pi}{6}) - 2g'(\frac{7\pi}{6})$ کدام است؟

$\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۴)

$-\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۳)

$-\frac{1}{2}$ (۲) ✓

$\frac{1}{2}$ (۱)

$$(f(x) - 2g(x))' = \left(\frac{8 - \cos^3 x}{4 - \cos^2 x} - \frac{4(2 + \cos x)}{(2 - \cos x)(2 + \cos x)} \right)'$$

$$= \left(\frac{8 - \cos^3 x - 8 - 4\cos x}{4 - \cos^2 x} \right)' = \left(\frac{\cos x (\cos^2 x - 4)}{4 - \cos^2 x} \right)'$$

$$= (-\cos x)' = +\sin x = \sin \frac{7\pi}{6} = -\frac{1}{2}$$

۱۹- به ازای چند مقدار صحیح m تابع $f(x) = \begin{cases} b & x < a \\ b + (x-a)^m & x \geq a \end{cases}$ دارای نقطه گوشه‌ای است؟ (دستار)

(۱) صفر (۲) بیش از ۲ (۳) ۲ (۴) ۱

$$x=a \Rightarrow b = b + (a-a)^m \Rightarrow b=b \Rightarrow \text{همیشه}$$

$$f'_- \neq f'_+ \Rightarrow \text{نقطه گوشه}$$

$$m(n-a)^{m-1} \xrightarrow{n=a} 0 = 0 \Rightarrow m-1=0 \Rightarrow \boxed{m=1}$$

$$0 \neq 1 \Rightarrow n=a \text{ ریشه}$$

۲۰- تابع f با ضابطه $f(x) = \sqrt{x(1-|x|)}$ را در نظر بگیرید. اگر m و n به ترتیب تعداد نقاط ماکزیمم و مینیمم نسبی و k تعداد نقاط بحرانی تابع f باشند، مقدار $m+n+k$ کدام است؟

۳ (۴) $n >$ $\Rightarrow$ $f(n) = \sqrt{\frac{n(1-n)}{n-n^2}} \Rightarrow f'(n) = \frac{1-2n}{2\sqrt{n-n^2}}$ $\xrightarrow{n=\frac{1}{2}}$ $n = \frac{1}{2}$

۴ (۳) $n <$ $\Rightarrow$ $f(n) = \sqrt{\frac{n(1+n)}{n+n^2}} = \frac{1+2n}{2\sqrt{n+n^2}}$ $\xrightarrow{n=-\frac{1}{2}}$ $n = -\frac{1}{2}$

۵ (۲) $n = 0$ $\Rightarrow$ $n(1+n) = 0$ $\Rightarrow$ $n = 0$ $\Rightarrow$ $n = -1$

$k=4$
 $m+n=1$ $\rightarrow$ $m+n+k=5$

نوین کنکور

کنکور

امتحان نهایی

**نوین کنکور
شرط لازم و کافی
برای موفقیت**

novinkonkor.com