

نوین کنکور

کنکور

امتحان نهایی

**نوین کنکور
شرط لازم و کافی
برای موفقیت**

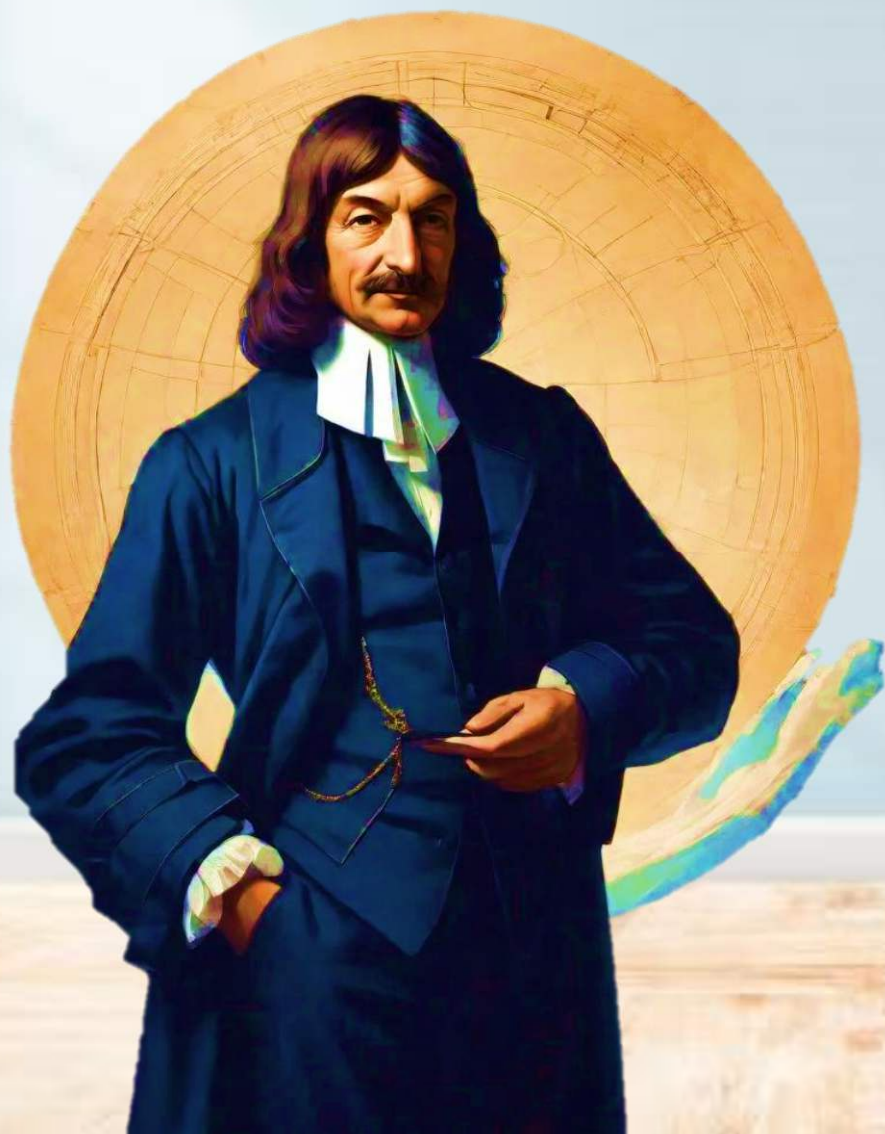
novinkonkor.com

پاسخنامه ی تشریح کنکور ۱۴۰۲

رشته ریاضی



عباس الهی



متن سوال

سوال شماره

۱

عباس الهی



۱- اگر $x+1$ ، $x-1$ ، $2x+1$ و x به ترتیب جملات چهارم، پنجم، هفتم و هشتم یک دنباله هندسی باشند، حاصل ضرب مقادیر ممکن برای قدرنسبت این دنباله، کدام است؟

(۴) ۲

(۳) ۲

(۲) -۱

(۱) ۱

پاسخ تشریحی

$$\frac{a_8}{a_7} = \frac{a_5}{a_4} = q \quad \text{و} \quad \frac{x}{2x+1} = \frac{x-1}{x+1}$$

$$\begin{aligned} &\rightarrow x(x+1) = (2x+1)(x-1) \rightarrow x^2 + x = 2x^2 - 2x + x - 1 \rightarrow x^2 - 2x - 1 = 0 \rightarrow x = \frac{2 \pm 2\sqrt{2}}{2} \\ &\Rightarrow x = 1 \pm \sqrt{2} \rightarrow q = \frac{x}{2x+1} \Rightarrow \frac{1+\sqrt{2}}{3+\sqrt{2}}, \frac{1-\sqrt{2}}{3-\sqrt{2}} \xrightarrow{\text{X}} \frac{-1}{1} = -1 \end{aligned}$$



متن سوال

سوال شماره
۲

عباس الهی



۲- در خصوص گزاره منطقی $((p \Rightarrow q) \wedge r) \Rightarrow (p \Rightarrow r)$ ، کدام مورد صحیح است؟
(۱) همواره درست است.
(۲) همواره نادرست است.

(۳) تنها وقتی درست است که p درست باشد.
(۴) تنها وقتی درست است که q نادرست باشد.

.....

پاسخ تشریحی

الف) اگر $p \equiv F$ باشد استقای مقدم $p \Rightarrow q$ درست است و در نتیجه: $(T \wedge r) \Rightarrow T$

r هر چه باشد گزاره $\rightarrow$ درست است.

ب) اگر $p \equiv T$ باشد: $((T \Rightarrow q) \wedge r) \Rightarrow (T \Rightarrow r)$

نسبت به q ممکن است T یا F باشد

$(T \vee F \wedge r) \Rightarrow (T \Rightarrow r)$

$T \equiv r$ باشد گزاره چهارم T است.

* اگر $r \equiv F$ باشد گزاره به استقای مقدم T نخواهد شد. پس از الف و ب نتیجه می شود این گزاره همواره درست است.



۳- اگر بزرگ‌ترین بازه‌ای که نمودار تابع $y = -5x^2 + ax - 8$ در آن اکیداً صعودی است، بازه $(-\infty, 2/5]$ باشد، عرض رأس سهمی کدام است؟

سینی و لا است →

۲۴/۷۵ (۴)

۲۳/۲۵ (۳)

۱۴/۲۵ (۲)

۱۳/۷۵ (۱)

پاسخ تشریحی

$$x_s = \frac{-a}{2(-5)} = \frac{a}{10} \rightarrow \frac{a}{10} = 2,5 \rightarrow a = 25 \rightarrow y = -5x^2 + 25x - 8$$

$$y_s = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{(625 - 4(-5)(-8))}{4(-5)} = -\frac{465}{-20} = \frac{465}{20} = \frac{23,25}{1}$$



فرض کنیم $r(x)$ درجه یک است

۴- اگر $r(x)$ باقیمانده تقسیم $2 - x^{14}$ بر $x^2 + x + 1$ باشد، مجموع ضرایب چند جمله‌ای $r(x)$ کدام است؟ ($x \neq 1$)

۴ (۴)

$$r(x) = ax + b$$

درجه یک
است یعنی

پاسخ تشریحی

طرفین
در $x(x-1)$

$$x^2 + x + 1 = 0 \Rightarrow x^3 = 1 \Rightarrow x^3 - 1 = 0 \Rightarrow (x-1)(x^2 + x + 1) = (x-1) \cdot 0 = 0$$

$$p(x) = 2 - x^{14} \Rightarrow 2 - (x^3)^4 (x^2) = 2 - (1)^4 (x^2) = 2 - x^2 \xrightarrow{\text{از طرفین}} \frac{2 - (-x - 1)}{x^2 - (-x - 1)}$$

جمع ضرایب
 $\Rightarrow r(x) = x + 3$ چ $1 + 3 = 4$



متن سوال

سوال شماره

عباس الهی



۵- برای چند مقدار صحیح m ، هر دو ریشه معادله $2x^2 + 7x + m = 0$ بزرگ‌تر از -3 است؟

۴ (۱) ۳ (۲) ۱ (۳) ۴ (۴) صفر

پاسخ تشریحی

$$\frac{m}{2} + 3\left(-\frac{7}{2}\right) + 9 > 0 \Rightarrow m - 21 + 18 > 0$$

$$m > 3$$

$$3 < m < \frac{49}{8}$$

$$m = 4, 5, 6$$

$$m < \frac{49}{8}$$

$$49 - 8m > 0$$

$$\Delta > 0 \Rightarrow \text{دو ریشه دارد}$$

$$\begin{cases} \alpha > -3 \\ \beta > -3 \end{cases} \Rightarrow \alpha + \beta > -6 \Rightarrow 5 > -6 \Rightarrow -3, 5 > -6 \checkmark$$

$$\begin{cases} \alpha + 3 > 0 \\ \beta + 3 > 0 \end{cases} \Rightarrow (\alpha\beta + 3(\alpha + \beta) + 9) > 0$$



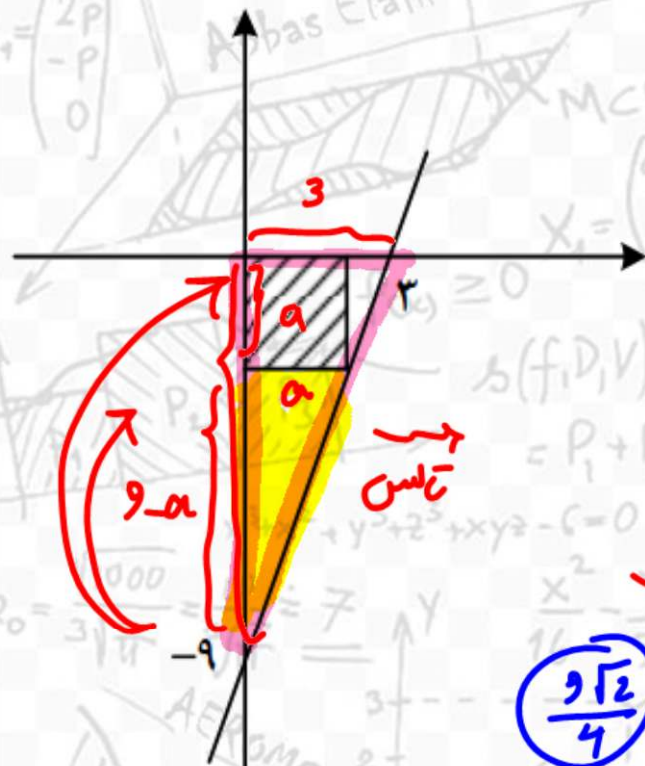
متن سوال

سوال شماره

۶

عباس الهی

۶- در شکل زیر، قطر مربع هاشور خورده، کدام است؟



$$\frac{9-a}{3} = \frac{a}{3} \Rightarrow 3a = 9-a \Rightarrow a = \frac{9}{4}$$

نویسنده = $\frac{9\sqrt{2}}{4}$ = ضلع $\times \sqrt{2}$ = قطر مربع

$$\frac{9\sqrt{2}}{4}$$

$$\frac{9}{2\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

پاسخ تشریحی

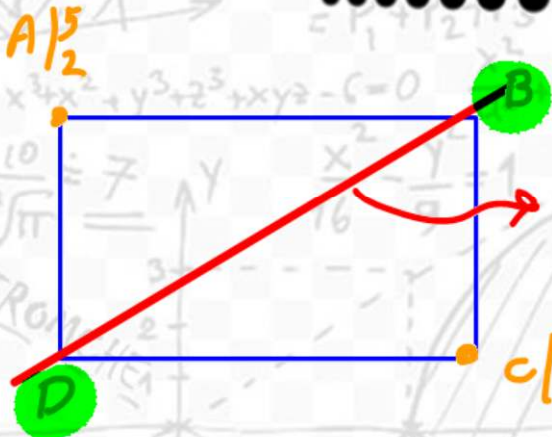
۷- در یک مستطیل، نقاط $A(5, 2)$ و $C(4, -1)$ دو رأس غیرمجاور و دو رأس B و D روی خط $x - 3y = 3$ واقع اند. اختلاف طول نقاط B و D کدام است؟

$A(5, 2)$

$C(4, -1)$

$B(3, 1)$

پاسخ تشریحی



$$x - 3y = 3$$

$$y = \frac{x-3}{3}$$

$$B \left(\frac{\alpha}{3}, \frac{\alpha-3}{3} \right)$$

$$AB \perp BC \Rightarrow \frac{\frac{\alpha-3}{3} - 2}{\frac{\alpha}{3} - 5} = - \frac{\frac{\alpha-4}{3} + 1}{\frac{\alpha-3}{3} - 4} \Rightarrow - \left(\frac{\alpha-3}{3} - 2 \right) (\frac{\alpha-3}{3} + 1) = (\alpha - 4)(\alpha - 5)$$

$$\Rightarrow - \frac{(\alpha-9)(\alpha)}{3} = (\alpha-4)(\alpha-5) \Rightarrow -\alpha^2 + 9\alpha = 9\alpha^2 - 81\alpha + 180$$

$$10\alpha^2 - 90\alpha + 180 = 0 \Rightarrow \alpha^2 - 9\alpha + 18 = 0$$

$$\Rightarrow (\alpha-3)(\alpha-6) = 0 < \frac{3}{6} \rightarrow \alpha_2 - \alpha_1 = 6 - 3 = 3$$



متن سوال

سوال شماره

۸

عباس الهی



۸- ضابطه تابع قطعه‌ای f به صورت $f(x) = \begin{cases} x^2 - x - 7 & x \geq 1 \\ 2x - 1 & x < 1 \end{cases}$ است، برای چند مقدار a $f(1-a) = f(2+|a|)$ است؟

۳ (۲)

پاسخ تشریحی

اگر $a = 0$ یعنی $|a| = 0$

$$f(1) = f(2)$$

$$\Rightarrow 1 - 1 - 7 = 4 - 2 - 7$$

$$-7 = -5 \quad \times$$

اگر $a > 0$ یا $a < 0$

با نام صبره
بیزنی

$$2(1-|a|) - 1 = (2+|a|)^2 - (2+|a|) - 7$$

$$\Rightarrow 2 - 2|a| - 1 = -5 + 3|a| + |a|^2$$

$$\Rightarrow |a|^2 + 5|a| - 6 = 0 \Rightarrow (|a| - 1)(|a| + 6) = 0$$

$$\Rightarrow |a| = 1 \Rightarrow a = \pm 1$$

متن سوال

سوال شماره

۹

عباس الهی

۹- نمودار تابع $f(x) = \sqrt{1-\sqrt{1+x}}$ در چند نقطه تابع وارون خود را قطع می کند؟

۴ (۱)

۳ (۲)

۳ (۲)

۴ (۱)

$$1 - \sqrt{1+x} > 0$$

پاسخ تشریحی

$$\sqrt{1-\sqrt{1+x}} = x \Rightarrow 1-\sqrt{1+x} = x^2 \Rightarrow 1-x^2 = \sqrt{1+x} \Rightarrow (1-x^2)^2 = (1+x)$$

$$\Rightarrow (1+x)^2(1-x)^2 - (1+x) = 0 \Rightarrow (1+x) [(1+x)(1-x)^2 - 1] = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ (1+x)(1-x)^2 - 1 = 0 \Rightarrow (1+x)(1-2x+x^2) - 1 = 0 \Rightarrow \end{cases}$$

$$1-2x+x^2+x-2x^2+x^3-1=0 \Rightarrow x^3-x^2-x=0$$

$$\Rightarrow x(x^2-x-1)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x^2-x-1=0 \rightarrow \Delta > 0 \Rightarrow \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} \end{cases}$$



متن سوال

سوال شماره

۱

عباس الهی



۱- اگر $\log \frac{1}{(x-2)^2} = 3$ باشد، مقدار $\log \sqrt{x}(-x)$ کدام است؟

$$-2 \log(x-2) = 6 \quad (1)$$

$$\log(x-2) = -3$$

پاسخ تشریحی

$$\log(2-x) + 2 \log(x-2) = 3 \Rightarrow \log(2-x)(x-2)^2 = 3 \Rightarrow (2-x)(x-2)^2 = 1000$$

$$\Rightarrow -(x-2)^3 = 1000 \Rightarrow (x-2)^3 = -1000 \Rightarrow (x-2) = -10 \Rightarrow x = -8$$

$$\log \frac{1}{\sqrt{x}} = \log \frac{1}{\sqrt{-8}} = \log \frac{1}{2\sqrt{2}} = \log \frac{1}{2} - \log \sqrt{2} = -1 - \frac{1}{2} = -\frac{3}{2}$$



متن سوال

$$\frac{1}{4} \quad (1)$$

$$\frac{3}{4} \quad (2)$$

$$\frac{3}{5} \quad (3)$$

$$\frac{4}{5} \quad (4)$$

$$\frac{8x}{16x^2}$$

$$\frac{8x}{16-x^2} = \frac{1}{x} \leadsto 8x^2 = 16-x^2$$

$$AC = \sqrt{1 + \left(\frac{4}{3}\right)^2} = \sqrt{1 + \frac{16}{9}} = \frac{5}{3} \Rightarrow \cos 2\alpha = \frac{x}{AC} = \frac{2}{\frac{5}{3}} = \frac{2}{5}$$



متن سوال

سوال شماره

۱۲

عباس الهی



۱۲- اگر $3 \sin^2 x + a \cos^2 x = 4$ باشد، $\cot^2 x$ با کدام مورد برابر است؟

$\frac{1}{3-a}$ (۴)

$\frac{1}{a-3}$ (۳)

$\frac{1}{4-a}$ (۲)

$\frac{1}{a-4}$ (۱)

پاسخ تشریحی

$$\begin{aligned} \frac{3 \sin^2 x}{\sin^2 x} &\rightarrow 3 + a \cot^2 x = \frac{4}{\sin^2 x} \\ 1 + \cot^2 x &= \frac{1}{\sin^2 x} \rightarrow 3 + a \cot^2 x = 4(1 + \cot^2 x) \\ 3 + a \cot^2 x &= 4 + 4 \cot^2 x \rightarrow (a-4) \cot^2 x = 1 \Rightarrow \cot^2 x = \frac{1}{a-4} \end{aligned}$$

۱۳- در مثلث ABC، اگر $\tan(B-C) = \sqrt{3}$ باشد، حاصل عبارت $\frac{1-2\cos(B+C)}{4\sin B \cos C}$ کدام است؟

عزیزانری ۹:۰۰ ۳:۰۰

tan C (۴)

tan B (۳)

$$\frac{1-2\cos(9^\circ+3^\circ)}{4\sin 9^\circ \cos 3^\circ} = \frac{1-2\cos 12^\circ}{4 \times 1 \times \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1-2(-\frac{1}{2})}{2\sqrt{3}} = \frac{2}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} = \tan 3^\circ$$

پاسخ تشریحی



متن سوال

سوال شماره
۱۴

عباس الهی

۱۴- تعداد جواب‌های معادله $\cos(2x - \frac{\pi}{4}) + \cos(x + \frac{\pi}{4}) = 0$ در بازه $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ تشریحی

$$\cos(\pi - (x + \frac{\pi}{4})) = \cos(\frac{3\pi}{4} - x)$$

$$\cos(2x - \frac{\pi}{4}) = -\cos(x + \frac{\pi}{4})$$

$$\cos(2x - \frac{\pi}{4}) = \cos(\frac{3\pi}{4} - x) \Rightarrow 2x - \frac{\pi}{4} = 2k\pi \pm (\frac{3\pi}{4} - x)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x - \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \frac{3\pi}{4} - x \rightarrow 3x = 2k\pi + \pi \rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{3} \\ 2x - \frac{\pi}{4} = 2k\pi - \frac{3\pi}{4} + x \rightarrow x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

$$k=0 \rightarrow \frac{\pi}{3}, -\frac{\pi}{2}$$

$$k=1 \rightarrow -\frac{\pi}{3}$$

۱۵- اگر $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a + \sqrt{(bx+1)(cx+1)}}{x} = 2$ باشد، مقدار $\frac{b}{a} + \frac{c}{a}$ کدام است؟

پاسخ تشریحی

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a + \sqrt{(bx+1)(cx+1)}}{x} = 2$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{b(cx+1) + c(bx+1)}{2\sqrt{(bx+1)(cx+1)}} = 2$$

$$\Rightarrow \frac{b+c}{2} = 2 \Rightarrow b+c=4 \Rightarrow \frac{b+c}{a} = \frac{4}{-1} = -4$$

$$\Rightarrow \frac{-1 + (1 + \frac{bx}{2})(1 + \frac{cx}{2})}{x} = \frac{(\frac{b+c}{2})x}{x} = \frac{b+c}{2} = 2 \Rightarrow b+c=4$$



متن سوال

سوال شماره

۱۶

عباس الهی



۱۶- برای چند مقدار a ، تابع $f(x) = \frac{3x^2 - 8x - 3}{ax^2 + (1-a)x + a+1}$ یک مجانِب قائم دارد؟

۷ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

پاسخ تشریحی

$$\textcircled{1} \Delta = 0 \Rightarrow (1-a)^2 - 4(a)(a+1) = 0 \Rightarrow 1 - 2a + a^2 - 4a^2 - 4a = 0 \Rightarrow -3a^2 - 6a + 1 = 0$$

$$\Rightarrow a = \frac{6 \pm \sqrt{48}}{-6} = \frac{6 \pm 4\sqrt{3}}{-6} = \frac{3 \pm 2\sqrt{3}}{-3} \checkmark$$

$\frac{1}{3} < a < 1$ یعنی

$$\textcircled{2} \Delta > 0 \Rightarrow$$

دو ریشه دارد صورت
با Δ

$$\Rightarrow 3n^2 - 8n - 3 = 0 \Rightarrow \Delta = 64 - (4)(3)(-3) = 100$$

$$9a + 3 - 3a + a + 1 = 0 \Rightarrow 7a + 4 = 0 \Rightarrow a = -\frac{4}{7} \checkmark$$

$$\frac{8 \pm 10}{6} < 3 \frac{\text{بانداری}}{\text{ربوچ}}$$

$$\textcircled{3} a = 0 \checkmark$$

که درجه یک شود

باندازارادرجه

$$\frac{1}{9}n - \frac{1}{3} + \frac{1}{3}a + a + 1 = 0 \Rightarrow \frac{13}{9}a + \frac{2}{3} = 0 \Rightarrow a = -\frac{6}{13} \checkmark$$

متن سوال

سوال شماره
IV

عباس الهی



① $\sqrt{(x-1)^2} = |x-1|$

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 - 2x + 1} & |x| \leq c \\ ax^2 + bx + 2 & |x| > c \end{cases}$$

۱۷- به ازای مقادیر طبیعی c ، تابع

می تواند مقدار $\left[\frac{a}{b} \right]$ باشد؟ $(c > 1)$

(۱) -

پاسخ تشریحی

$$\lim_{x \rightarrow c^+} f(x) = \lim_{n \rightarrow c^-} f(x) \Rightarrow$$

$$\lim_{x \rightarrow (-c)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-c)^-} f(x) \Rightarrow$$

$$ac^2 + bc + 2 = |c - 1|$$

$$ac^2 - bc + 2 = |-c - 1|$$

$$\oplus \rightarrow 2ac^2 + 4 = 2c$$

$$\ominus \rightarrow 2ac^2 - 4 = -2c$$

$$\left[\frac{a}{b} \right] = -1$$

$$\frac{a}{b} = -1 + \frac{2}{c}$$

$$\left[\frac{a}{b} \right] = -1$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c-2}{-c}$$

$$\Rightarrow ac^2 + 2 = c \Rightarrow$$

$$ac^2 = c - 2 \Rightarrow$$

$$a = \frac{c-2}{c^2}$$

$$\Rightarrow 2bc = -2 \Rightarrow bc = -1 \Rightarrow b = -\frac{1}{c}$$

با هم گرفتن مساوی
②





اگر $f(x) = \frac{\lambda + \cos^3 x}{4 - \cos^2 x}$ و $g(x) = \frac{2}{2 - \cos x}$ باشد، حاصل عبارت $f'(\frac{7\pi}{6}) - 2g'(\frac{7\pi}{6})$ کدام است؟

$$\frac{\sqrt{3}}{2}$$

(۴)

$$-\frac{\sqrt{3}}{2}$$

(۳)

$$-\frac{1}{2}$$

(۲)

پاسخ تشریحی

$$h(x) = f(x) - 2g(x) \Rightarrow$$

$$h(x) =$$

$$\frac{8 + \cos^3 x}{4 - \cos^2 x} - \frac{4}{2 - \cos x} =$$

$$\frac{-2 \cos x + \cos^2 x}{2 - \cos x}$$

$$\frac{-2 \cos x + \cos^2 x}{2 - \cos x}$$

$$\frac{(2 + \cos x)(4 - 2 \cos x + \cos^2 x)}{(2 + \cos x)(2 - \cos x)}$$

$$\frac{-\cos x(2 - \cos x)}{(2 - \cos x)}$$

$$\xrightarrow{\text{سج}} h(x) = -\cos x \Rightarrow h'(x) = \sin x \Rightarrow h'(\frac{7\pi}{6}) = \sin(\frac{7\pi}{6}) = -\sin \frac{\pi}{6}$$

$$-\cos x$$

$$= -\frac{1}{2}$$

متن سوال

سوال شماره

۱۹

عباس الهی

۱۹- به ازای چند مقدار صحیح m ، تابع $f(x) = \begin{cases} b & x < a \\ b + (x-a)^m & x \geq a \end{cases}$ دارای نقطه گوشه‌ای است؟

(۴) ۱

پاسخ تشریحی

اگر $m < 0$ باشد x (ناصیر است) و اگر $m > 0$ باشد (بجز ۱) به $m \geq 2$ ←
 اگر $m = 1$ ← $m \geq 0$ $f(x) = \begin{cases} b & x < a \\ b + (x-a) & x \geq a \end{cases}$
 پس $f'_+(a) = 0$ ← $f'_-(a) = 1$ مواضع در $f'_-(a) = 0$
 و برای $m = 0$ هم که برابر با ناصیر است و به تابع ثابت می‌رسد



متن سوال

سوال شماره

۲.

عباس الهی



۲۰- تابع f با ضابطه $f(x) = \sqrt{x(1-|x|)}$ را در نظر بگیرید. اگر m و n به ترتیب تعداد نقاط ماکزیمم و مینیمم نسبی k تعداد نقاط بحرانی تابع f باشند، مقدار $m+n+k$ کدام است؟

۳ (۴)

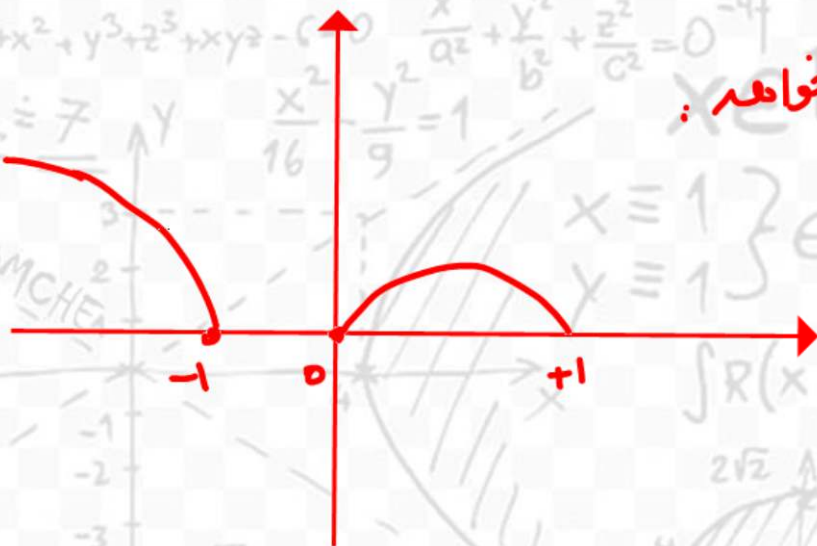
۴ (۳)

۵ (۲)

۶ (۱)

پاسخ تشریحی

بدین رسم این مسئله برام حل فواید:



متن سوال

سوال شماره

۲۱

عباس الهی



۲۱- رضا می خواهد کتاب ریاضی و ۵ کتاب درسی دیگرش را روی هم بچیند. در چند حالت مختلف هنگام چیدن کتاب‌ها، کتاب‌های بیشتری بالای کتاب ریاضی قرار می گیرد؟

۲۰۰ (۴)

۲۴۰ (۳)

۳۰۰ (۲)

۳۶۰ (۱)

پاسخ تشریحی

یا ۵ کتاب به ۴ کتاب یا ۳ کتاب در بالای کتاب ریاضی قرار می‌گیرد و در هر دو حالت در مجموع ۵ جایگزینی وجود دارد:

$$3 \times 5! = 3 \times 120 = 360$$





۲۲- سکه‌ای را پرتاب می‌کنیم. اگر «رو» بیاید، ۲ سکه پرتاب کرده و اگر «پشت» بیاید، ۳ سکه را پرتاب می‌کنیم. با کد احتمال همه سکه‌ها یکسان ظاهر می‌شوند؟

پاسخ تشریحی

یا عددی سدها رو کاسه‌ها می‌سپرت ظاهر می‌شوند

$$\frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \right) + \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{8} + \frac{1}{16} = \frac{3}{16}$$

دسته R
دسته P

۲۳- میانگین دسته اول با ۵ داده مختلف برابر میانگین دسته دوم با ۶ داده است، به طوری که تنها داده متفاوت بین دو دسته، داده a است. اگر واریانس دسته اول $\frac{2}{3}$ از واریانس دسته دوم بیشتر باشد، واریانس دسته اول کدام است؟

۶، ۲۵ (۴)

۴ (۳)

۲، ۲۵ (۲)

پاسخ تشریحی

a_1, a_2, a_3, a_4, a_5

رشته اول

$\bar{x}_1$

$a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a$

رشته دوم

$$= \frac{a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a}{6}$$

$$\Rightarrow \bar{x}_1 = \frac{5\bar{x}_1 + a}{6} \Rightarrow \bar{x}_1 = a \Rightarrow \bar{x}_2 = a$$

$$\sigma_1^2 = \frac{2}{3} + \sigma_2^2 = \frac{2}{3} + \frac{(a_1 - a)^2 + (a_2 - a)^2 + (a_3 - a)^2 + (a_4 - a)^2 + (a_5 - a)^2}{6}$$

$$\Rightarrow \sigma_1^2 = \frac{2}{3} + \frac{5\sigma_1^2}{6} \Rightarrow \frac{\sigma_1^2}{6} = \frac{2}{3} \Rightarrow \sigma_1^2 = 4$$





۲۴- در جریان یک مسابقه بازیکن A دو پنالتی می زند. این بازیکن با احتمال ۶۰ درصد پنالتی اول را گل می کند در این صورت احتمال گل شدن پنالتی دوم ۸۰ درصد و در غیر این صورت ۳۰ درصد خواهد بود. با کدام احتمال وضعیت گل شدن دو پنالتی متفاوت است؟

۰/۳ (۴)

۰/۶ (۳)

۰/۲۴ (۲)

۰/۴۴ (۱)

پاسخ تشریحی

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\text{پنالتی ۱}}{\sqrt{x}} + \frac{\text{پنالتی ۲}}{x} \right) \frac{1}{9} = \left(\frac{\text{پنالتی ۱}}{x} + \frac{\text{پنالتی ۲}}{\sqrt{x}} \right) \Rightarrow \left(\frac{60}{100} \times \frac{20}{100} \right) + \left(\frac{40}{100} \times \frac{30}{100} \right) = \frac{1200 + 1200}{10000} \\ & = \frac{2400}{10000} = \frac{24}{1000} \end{aligned}$$

۲۵- برای کدام گزاره، می‌تون مثال نقض ارائه کرد؟

(۱) هر چهارضلعی که قطرهای یکدیگر را نصف کنند، متوازی‌الاضلاع است.

(۲) اندازه میانه‌های وارد بر اضلاع مساوی در هر مثلث، با هم برابرند.

(۳) هر چهارضلعی با قطرهای برابر و عمود بر هم، مربع است. ← **دو زنگه مساوی است با اعداد خود بر هم**

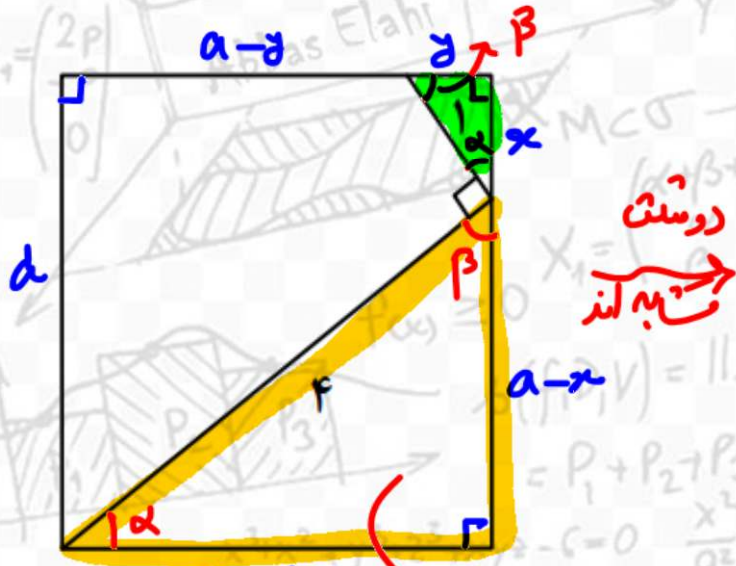
(۴) نیمسازهای زاویه‌های داخلی هر مثلث هم‌رسند.

پاسخ تشریحی

.....



۲۶- مساحت مربع شکل زیر، چقدر است؟



$$\frac{y}{a-x} = \frac{x}{a} = \frac{1}{4} \Rightarrow \begin{cases} a=4x \\ a-x=4y \end{cases}$$

$$\Rightarrow 4x-x=4y \Rightarrow 3x=4y \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{4}{3}$$

- (۱) ۱۳/۳۱
- (۲) ۷/۲۹
- (۳) ۸/۴۱
- (۴) ۱۰/۲۴

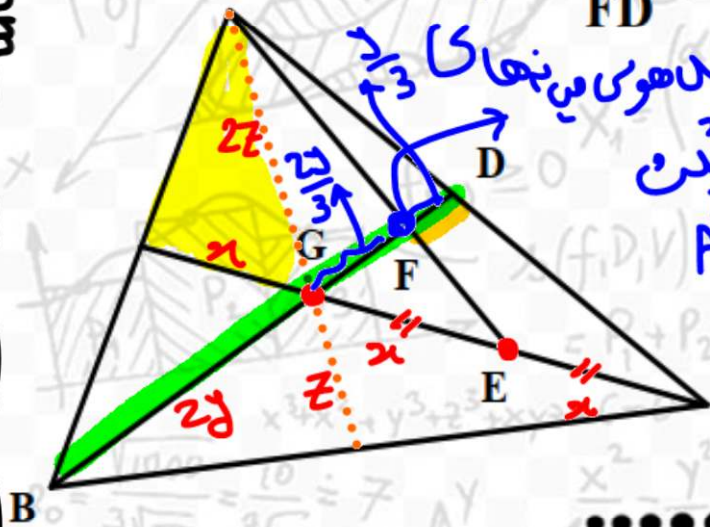
پاسخ تشریحی

از طریق تطبیق متیغورک

$$\Rightarrow 16 = (a)^2 + (a-x)^2 \Rightarrow 16 = 16x^2 + 9x^2 \Rightarrow x^2 = \frac{16}{25} \Rightarrow x = \frac{4}{5} \Rightarrow a = \frac{16}{5}$$

$$\Rightarrow \text{مساحت مربع} = a^2 = \frac{16 \times 16}{5 \times 5} = \frac{256}{25} \times \frac{4}{4} = \frac{1 \cdot 24}{1 \cdot 1} = 10,24$$

۲۷- در شکل زیر، G مرکز ثقل مثلث ABC است. اگر $GE = EC$ باشد، مقدار $\frac{BD}{FD}$ کدام است؟



$$\frac{BD}{FD} = \frac{2x + x}{\frac{x}{3}} = \frac{3x}{\frac{x}{3}} = 9$$

۹ (۱)

۸ (۲)

۶ (۳)

۵ (۴)

پاسخ تشریحی



کدام است؟

۱/۴ (۱)

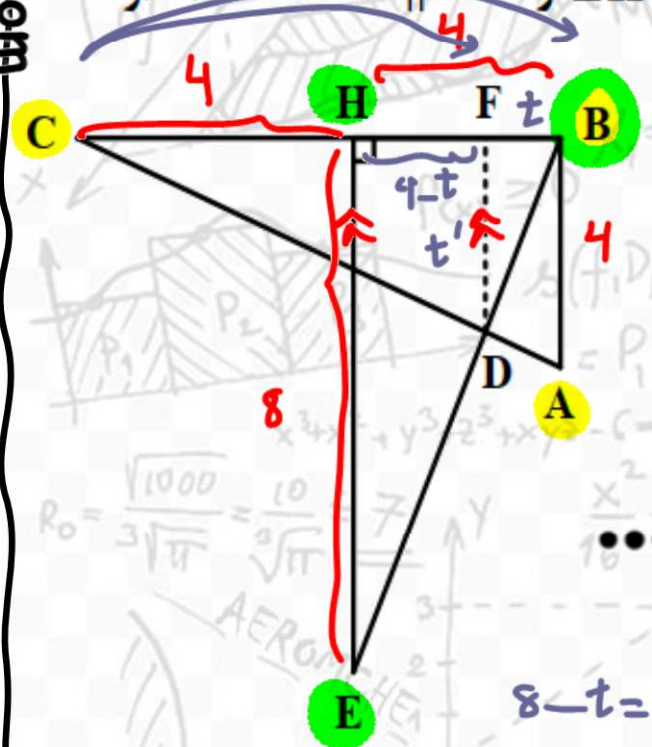
۱/۶ (۲)

۲/۴ (۳)

۲/۶ (۴)

پاسخ تشریحی

۲۸- در شکل زیر، دو مثلث ABC و BEH همنهشت هستند. اگر $AB = 4$ ، $EH = 8$ و $DF \parallel EH$ باشد، اندازه BF کدام است؟



بسی $\triangle ABC \rightarrow$

$$\frac{8-t}{8} = \frac{t'}{4}$$

بسی $\triangle BEH \rightarrow$

$$\frac{t}{4} = \frac{t'}{8} \Rightarrow t' = 2t$$

$$8-t = 4t$$

$$t = \frac{8}{5} = 1.6$$

$$\frac{8-t}{2 \cdot 8} = \frac{2t}{4}$$

پس

متن سوال

سوال شماره

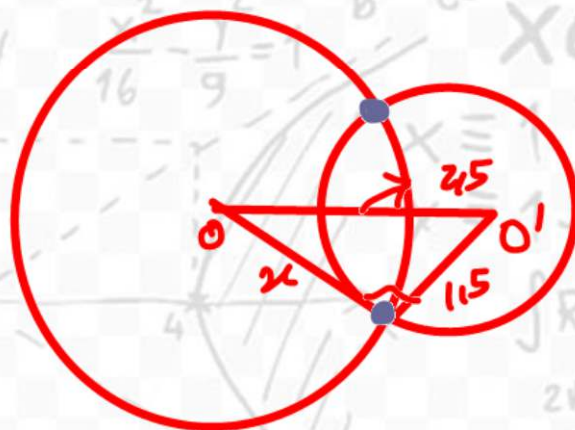
۲۹

عباس الهی



۲۹- مماس‌های رسم‌شده بر دو دایره متقاطع در نقطه تقاطع دو دایره، بر هم عمودند. اگر شعاع دایره کوچک‌تر $\frac{1}{5}$ و فاصله بین مراکز دو دایره $\frac{2}{5}$ باشد، شعاع دایره بزرگ‌تر، کدام است؟

پاسخ تشریحی



$$r^2 + \left(\frac{1}{5}\right)^2 = \left(\frac{2}{5}\right)^2$$

$$r^2 = \frac{4}{25} - \frac{1}{25} = \frac{3}{25} \Rightarrow r = \frac{\sqrt{3}}{5}$$

۲ (۴)

۳ (۳)

$\sqrt{5}$ (۲)

$\sqrt{3}$ (۱)



۳۰- در مثلث ABC ، $BC = 10$ ، نقطه D وسط BC و DE و DF به ترتیب نیمساز زوایای $\hat{ADC}$ و $\hat{ADB}$ هستند. اگر $AF = 12\sqrt{2}$ و $BF = 3\sqrt{2}$ باشد، طول نیمساز DE کدام است؟

پاسخ تشریحی

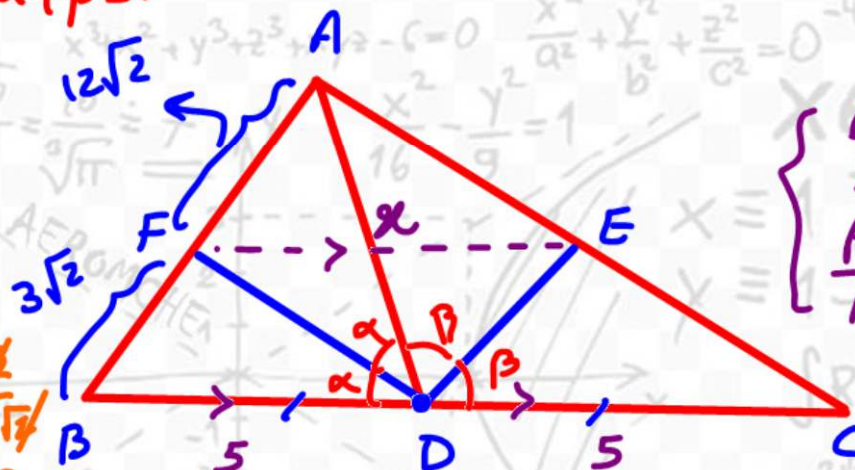
$2\sqrt{7} \quad (4)$

$\sqrt{7} \quad (3)$

$6 \quad (2)$

$3 \quad (1)$

$2\alpha + 2\beta = 180^\circ$
 $\Rightarrow \alpha + \beta = 90^\circ$



$$\begin{cases} \frac{AF}{FB} = \frac{AD}{BD} \\ \frac{AE}{AC} = \frac{AD}{DC} \end{cases} \Rightarrow \frac{AF}{FB} = \frac{AE}{AC} \xrightarrow{\text{مساوی}} FE \parallel BC$$

$$\frac{AD}{DC} = \frac{AE}{EC} \Rightarrow \frac{9}{5} = \frac{12\sqrt{2}}{3\sqrt{2}} \Rightarrow x = 2$$

نسبت
 $\frac{FE}{10} = \frac{12\sqrt{2}}{15\sqrt{2}}$
 $\Rightarrow FE = 8$

$$DF^2 = AD \times BD - AF \times BF$$

$$DF^2 = 2 \times 5 - (12\sqrt{2} \times 3\sqrt{2})$$

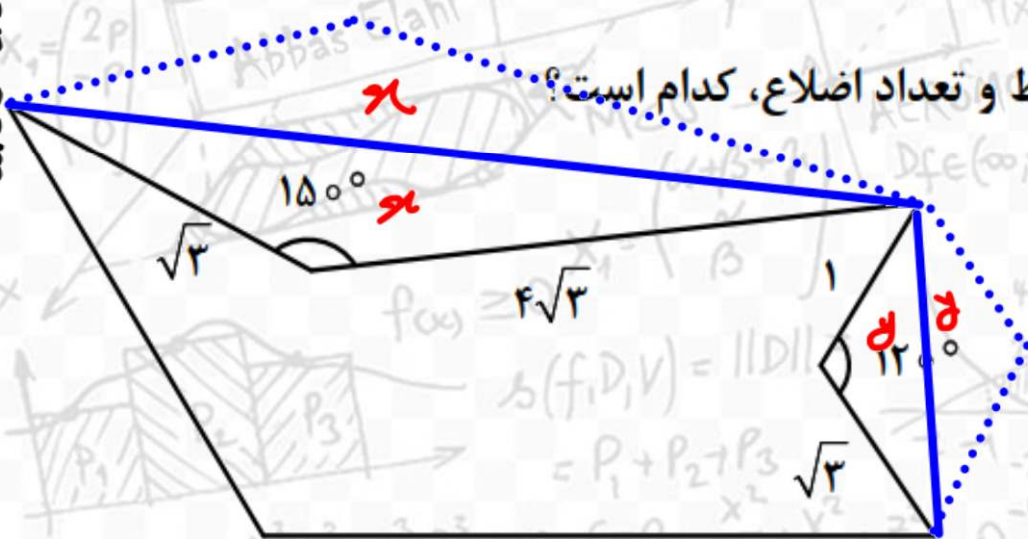
$$= 10 - 72 = -62$$

Pythagoras
 $\triangle FDE$

$$DE^2 = FE^2 - DF^2 = 8^2 - 28 = 64 - 28 = 36$$

$$\Rightarrow DE = 6$$

۳۱- میزان افزایش مساحت شکل زیر، بدون تغییر در محیط و تعداد اضلاع، کدام است؟



۱۵ (۱)
۹ (۲)
۷/۵ (۳)
۴/۵ (۴)

پاسخ تشریحی

$$2 \times \left[\frac{1}{2} \times (\sqrt{3})(4\sqrt{3}) \times \sin 150^\circ + \frac{1}{2} \times (1)(\sqrt{3}) \times \sin 120^\circ \right]$$

$$= 12 \left(\frac{1}{2} \times 1 + \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = \frac{12}{2} + \frac{3}{2} = \frac{15}{2} = 7,5$$





متن سوال

پاسخ تشریحی کنکور ۱۴۰۳

اگر $A^{-1} = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$ و $2I - 3A^{-1}B^{-1} = \begin{bmatrix} -2 & -4 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ باشد، مجموع درایه‌های قطر اصلی ماتریس $A - 3B^{-1}$

کدام است؟

$$A = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -1 \\ 1 & -4 \end{bmatrix}$$

پاسخ تشریحی

$$Ax(2I - 3A^{-1}B^{-1}) = Ax \begin{bmatrix} -2 & -4 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \rightarrow 2A - 3B^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -1 \\ 1 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 & -4 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\int R(x, \sqrt{\frac{ax+b}{cx+d}}) = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ -6 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow -2 + 0 = -2$$

که اندیس
trace

رشته ریاضی و فیزیک

متن سوال

سوال شماره

۳۳

عباس الهی



اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ باشد، مجموع درایه‌های A^2 چند برابر مجموع درایه‌های A است؟

ک جمع درایه‌ها = 2

۳ (۴)

۱ (۲) ۳ (۳) ۲ (۱)

پاسخ تشریحی

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 6 & 6 \\ 0 & 0 & 0 \\ 6 & 6 & 6 \end{bmatrix}$$

ک جمع درایه‌ها = 6

$$\Rightarrow \frac{6}{2} = 3$$





متن سوال

خط $x = -\frac{5}{4}$ خط هادی سهمی به معادله $3y^2 - 3x - ay = 0$ است. اختلاف مقادیر a کدام است؟

(۱) ۱۲

پاسخ تشریحی

(۴) ۴

(۳) ۶

(۲) ۸

$$y^2 - x - \frac{a}{3}y = 0$$

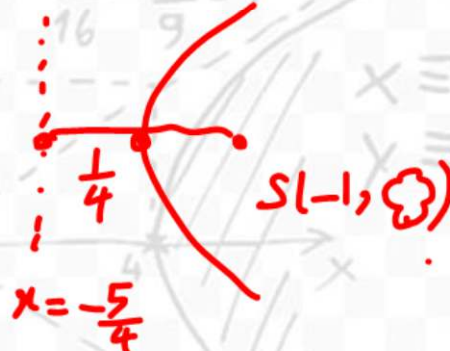
$$y^3 - \frac{a}{3}y = x$$

$$(y - \frac{a}{6})^2 = x + \frac{a^2}{36}$$

$$-\frac{a^2}{36} = -1 \Rightarrow a^2 = 36 \Rightarrow a = \pm 6$$

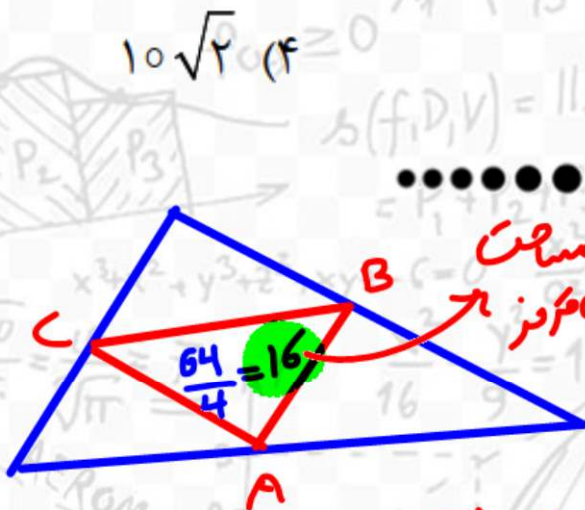
$$\begin{matrix} a_1 = 6 \\ a_2 = -6 \end{matrix}$$

$$|a_2 - a_1| = |-6 - 6| = 12$$





۳۵- مساحت مثلثی برابر ۶۴ و مختصات وسط اضلاع آن نقاط $A(3, a, b)$ ، $B(-1, -a, b)$ و $C(5, -4, b)$ هستند. طول ضلع AB کدام می تواند باشد؟



$4\sqrt{2}$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} |\vec{AB} \times \vec{AC}| = 16$$

$$|\vec{AB} \times \vec{AC}| = 32 \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \vec{AB} = (-4, -2a, 0) \\ \vec{AC} = (2, -4-a, 0) \end{array} \right\} \Rightarrow (0, 0, 8a+16)$$

$$|8a+16| = 32$$

$$\vec{AB} = (-4, -4, 0)$$

$$\leftarrow \alpha = 2 \leftarrow 8a = 16$$

$$|\vec{AB}| = \sqrt{16+16+0} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$



سوال شماره
۳۶

متن سوال

۳۶- عدد صحیح a مضرب ۸ و باقیمانده تقسیم آن بر ۲۳ برابر ۵ است. باقیمانده تقسیم $\frac{a}{4}$ بر ۲۳ کدام است؟

پاسخ تشریحی

$8K \equiv 5 \pmod{23} \rightarrow 8K \equiv 28 \pmod{23} \rightarrow 2K \equiv 7 \pmod{23} \rightarrow 2K \equiv 3 \pmod{23} \Rightarrow K \equiv 15 \pmod{23}$
 $\Rightarrow K = 15 \rightarrow \alpha = 8 \times 15 \rightarrow \frac{8 \times 15}{4} = 30 \rightarrow 30 \equiv 7 \pmod{23}$

$$\Rightarrow K=15 \leadsto a=8 \times 15 \leadsto \frac{8 \times 15}{4} = 30 \leadsto 30 \equiv 7$$

۳۷- در چند زیرمجموعه از مجموعه $\{12, 13, 15, 18, 23, 24, 25, 26\}$ حاصل ضرب کوچک ترین و بزرگ ترین عضو، مضرب ۱۰ است؟

۶۲ (۴)

۶۱ (۳)

۶۰ (۲)

۵۹ (۱)

12 13 15 $\rightarrow 1 \times 2 \times 1 = 2$

12 13, 15, 18, 23 25 $\rightarrow 1 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 1 = 32$

18 23, 24 25 $\rightarrow 1 \times 2 \times 2 \times 1 = 4$

24 / / / / 25 $\rightarrow 1 \times 1 = 1$

15 18, 23, 24, 25 26 $\rightarrow 2^4 = 16$

25 / / / 26 $\rightarrow 1 \times 1 = 1$

15 / / 18 $\rightarrow 1 \times 1 = 1$

15 18, 24 24 $\rightarrow 1 \times 2 \times 2 \times 1 = 4$

61



متن سوال

سوال شماره

۳۸

عباس الهی



۳۸- به ازای برخی مقادیر طبیعی n ، معادله سیاله $57x + 133y = 22n - 1$ دارای جواب است. مجموع ارقام کوچک ترین عدد دو رقمی n ، کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)

پاسخ تشریحی

$$(57, 133) \mid 22n - 1 \Rightarrow (57, 76) \mid 22n - 1 \Rightarrow (57, 19) \mid 22n - 1 \Rightarrow 19 \mid 22n - 1$$

$$\Rightarrow 22n - 1 \equiv 0 \pmod{19} \Rightarrow 22n \equiv 1 \pmod{19} \Rightarrow 3n \equiv 1 \pmod{19} \Rightarrow -8n \equiv -9 \pmod{19}$$

$$\Rightarrow 8n \equiv 9 \pmod{19} \Rightarrow 8n \equiv 28 \pmod{19} \Rightarrow 2n \equiv 7 \pmod{19} \Rightarrow 2n \equiv -12 \pmod{19} \Rightarrow n \equiv -6 \pmod{19} \Rightarrow n \equiv 13 \pmod{19}$$

$$n = 19k + 13 \xrightarrow{k=0} n = 13 \rightarrow 1 + 3 = 4$$

متن سوال

سوال شماره
۳۹

عباس الهی



۳۹- حداقل چند عضو از مجموعه $\{14, 15, 16, \dots, 20, 22, 23, 24, \dots, 28\}$ انتخاب کنیم تا به طور قطع، لااقل سه عضو انتخاب شده، اعداد متوالی باشند؟

پاسخ تشریحی

۹ (۴)

۱۰ (۳)

۱۱ (۲)

۱۲ (۱)

.....

14, 15, 16
۳

17, 18, 19
۳

20, 21, 22
۳

23, 24, 25
۳

26, 27, 28
۳

+ 1 = 11



متن سوال

سوال شماره

۴.

عباس الهی



۴۰- در گراف G ، $\Delta(G) + 2\delta(G) = 17$ ، $\Delta(\bar{G}) - \delta(\bar{G}) = 2$ و G با حداقل تعداد رأس رسم شده است. اگر $\bar{G}$ همبند باشد بیشترین تعداد یال های گراف G ، کدام است؟

۲۴ (۴)

۲۶ (۳)

۲۸ (۲)

۳۰ (۱)

پاسخ تشریحی

.....

چون صفت همبند G نیز به $\bar{G}$ یال های G معکوس $\bar{G}$ با عدد یال P

$$P=9 \rightarrow \text{Max}(9) \Rightarrow \frac{P(P-1)}{2} = \frac{9 \times 8}{2} = 36 \xrightarrow{-8} 36 - 8 = 28$$

نوین کنکور

کنکور

امتحان نهایی

**نوین کنکور
شرط لازم و کافی
برای موفقیت**

novinkonkor.com