

نوین کنکور

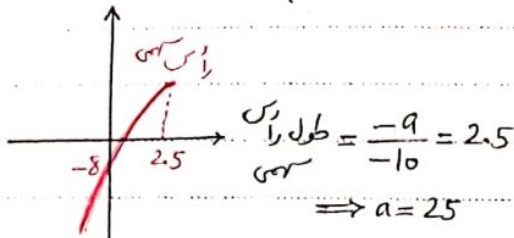
کنکور

امتحان نهایی

**نوین کنکور
شرط لازم و کافی
برای موفقیت**

novinkonkor.com

۳) اگر بزرگترین بازه ای که منوط به آن $-5x^2 + ax - 8$ باشد در آن ابتدا منوط است بازه $(-\infty, 2.5]$ باشد عرض را این سهمی کدام است؟



مسار سهمی $\Rightarrow y = -5x^2 + 25x - 8$
 $\Rightarrow$ عرض را $= -5(2.5)^2 + 25 \times 2.5 - 8$
 $= -31.25 + 62.5 - 8 = 23.25$

گزینه ۲ درست است

۱) اگر $x+1$ ، $x-1$ ، $2x+1$ و x ترتیب جملات چهارم، پنجم، هفتم و هشتم یک دنباله هندسی باشند، معادله برای درجۀ این دنباله کدام است؟

$\frac{x-1}{x+1} = \frac{a_5}{a_4} = r = \frac{a_8}{a_7} = \frac{x}{2x+1}$
 $\Rightarrow \frac{x-1}{x+1} = \frac{x}{2x+1} \Rightarrow x^2 - 2x - 1 = 0$
 $\Rightarrow x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{2}$

$r_1 = \frac{x_1-1}{x_1+1} = \frac{1+\sqrt{2}-1}{1+\sqrt{2}+1} = \frac{\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}$

$r_2 = \frac{x_2-1}{x_2+1} = \frac{1-\sqrt{2}-1}{1-\sqrt{2}+1} = \frac{-\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}$

$\Rightarrow r_1 r_2 = \frac{\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}} \times \frac{-\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}} = \frac{-2}{2^2 - (\sqrt{2})^2} = -1$

گزینه ۲ درست است

۴) اگر $r(x)$ باقی مانده تقسیم $2x^{14}$ بر $r(x)$ باشد، مجموع ضرایب جمله های $r(x)$ کدام است؟ $(x \neq -1)$

حل: داریم $x^2 + x + 1 = 0$
 $\Rightarrow x^2 = -x - 1 \Rightarrow x^3 = -x^2 - x = 1$

لذا $x^{14} = x^{12} x^2 = (x^3)^4 (-x-1) = -x-1$

$\Rightarrow r(x) = 2 - (-x-1) = x+3$

$\Rightarrow$ مجموع ضرایب $= 1+3=4$
 $r(x)$

گزینه ۴ درست است

- (۱) صفر
- (۲) -۱
- (۳) -۲
- (۴) ۴

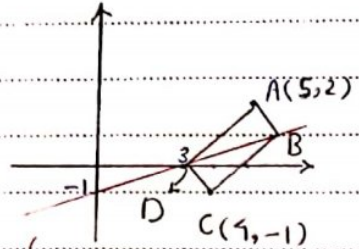
۲) در خصوص گزاره منطقی $(p \Rightarrow q) \wedge r \Rightarrow (p \Rightarrow r)$ صحیح است؟

$\equiv \sim((p \Rightarrow q) \wedge r) \vee ((p \Rightarrow r))$
 $\equiv \sim(p \Rightarrow q) \vee \sim r \vee (p \Rightarrow r)$

$\equiv \sim(p \Rightarrow q) \vee \sim r \vee (p \Rightarrow r)$

- (۱) همواره درست است
- (۲) همواره درست است
- (۳) تنها وقتی درست که p درست باشد
- (۴) تنها وقتی درست که q نادرست باشد

۷. در یک مستطیل، نقاط $C(4, -1)$ و $A(5, 2)$ دو رأس غیر مجاور و دو رأس D و B روی خط $x - 3y = 3$ واقع اند. اختلاف طول نقاط D و B کدام است؟



۱. $d = \frac{x}{3} - 1 \Rightarrow y_B = \frac{x_B}{3} - 1, y_D = \frac{x_D}{3} - 1$

۲. $BD = AC \Rightarrow \sqrt{(x_B - x_D)^2 + (y_B - y_D)^2} = \sqrt{10}$

۳. $\Rightarrow (x_B - x_D)^2 + \frac{(x_B - x_D)^2}{9} = 10$

۴. $\Rightarrow (x_B - x_D)^2 = 9$

۵. $\Rightarrow |x_B - x_D| = 3$

۶. گزینه ۱ درست است.

۵. برای چند مقدار صحیح m ، هر دو ریشه مساوی

۱. $2x^2 + 7x + m = 0$ نیزه‌تر از -3 است!

۲. $x_{1,2} = \frac{-7 \pm \sqrt{49 - 8m}}{4} > -3$

۳. اولاً $m < \frac{49}{8}$ و از آنجا $49 - 8m > 0$

۴. ثانیاً $m < 6$

۵. $\pm \sqrt{49 - 8m} > -12 + 7 = -5$

۶. $\Rightarrow \sqrt{49 - 8m} < 5$

۷. $\Rightarrow 24 < 8m \Rightarrow 3 < m$

۸. لذا $3 < m < 6$

۹. و از آنجا $m = 4, 5, 6$

۱۰. گزینه ۱ درست است.

۸. ضابطه تابع قطعی f به صورت

$f(x) = \begin{cases} x^2 - x - 7 & ; x \geq 1 \\ 2x - 1 & ; x < 1 \end{cases}$

۱. $f(1 - |a|) = f(2 + |a|)$

۲. از $1 - |a| = 2 + |a|$ نتیجه می‌گیریم $|a| = -\frac{1}{2}$ ناممکن است.

۳. چون $2 + |a| > 1$ و $1 - |a| \leq 1$ لذا

۴. تنها حالت ممکن عبارت است از:

۵. $2(1 - |a|) - 1 = (2 + |a|)^2 - (2 + |a|) - 7$

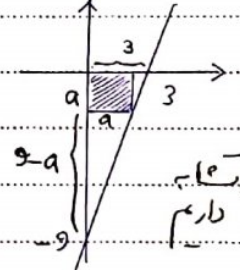
۶. $\Rightarrow |a|^2 + 5|a| - 6 = 0$

۷. $\Rightarrow (|a| + 6)(|a| - 1) = 0$

۸. $\Rightarrow \begin{cases} |a| = -6 & \text{غیر حقیقی} \\ |a| = 1 \Rightarrow a = \pm 1 \end{cases}$

۹. گزینه ۳ درست است.

۹. در شکل زیر، قطر مربع هائیکه خورده کدام است؟



۱. $\frac{9-a}{9} = \frac{a}{3}$ و از آنجا داریم

۲. $\Rightarrow a = \frac{9}{4}$

۳. $\Rightarrow \text{قطر مربع} = a\sqrt{2} = \frac{9}{4}\sqrt{2}$

۴. $= \frac{9}{2\sqrt{2}}$

۵. گزینه ۳ درست است.

۶. $2.5\sqrt{2}$ (۱)

۷. $3.5\sqrt{2}$ (۲)

۸. $\frac{9}{2\sqrt{2}}$ (۳)

۹. $\frac{9}{\sqrt{2}}$ (۴)



Quanta-math-academy

تدریس آنلاین حضوری ریاضی

www.qmathacademy.ir

۹) عودار تابع $f(x) = \sqrt{1-\sqrt{1+x}}$ راجعه نقطه را ج. وارون خود را قطع می کنند؟ داریم

$$f'(x) = -\frac{1}{\sqrt{1+x}\sqrt{1-\sqrt{1+x}}}$$

لذا f ابتدا نزولی است و دامنه اش $D=[-1,0]$ است بنا بر این f وارون خود را فقط روی نیمه اول رسم قطع می کنند.

۱۰) غیر قابل قبول زیرا معنی اند

$$\sqrt{1-\sqrt{1+x}} = x \geq 0$$

$$\Rightarrow 1-\sqrt{1+x} = x^2$$

$$\Rightarrow (1-x^2)^2 = 1+x$$

$$\Rightarrow x^4 - 2x^2 - x = 0$$

$$\Rightarrow x(x+1)(x^2-x-1) = 0$$

$$\Rightarrow x=0, x=-1, x=\frac{1+\sqrt{5}}{2}, x=\frac{1-\sqrt{5}}{2}$$

فقط $x=0$ قابل قبول است زیرا $x \geq 0$ است

۱۱) دو مثلث زیر مقدار 2α کدام است؟

$\tan \alpha = \frac{a}{3}$
 $\tan 2\alpha = \frac{a}{b}$

$\frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} = \tan 2\alpha = \frac{a}{b} \Rightarrow \frac{a^2}{2} = 1 - \frac{a^2}{9}$
 $\Rightarrow \frac{9a^2}{16} = 1$
 $\Rightarrow a = \frac{4}{3}$
 $\Rightarrow b = \frac{5}{3}$
 $\Rightarrow \cos 2\alpha = \frac{a}{b} = \frac{4/3}{5/3} = \frac{4}{5}$
 $\Rightarrow \cos 2\alpha = \frac{4}{5}$
 گزینه ۱ درست است.

۱۲) اگر $6\sin^2 x + 3\cos^2 x + a\cos x = 4$ باشد، $\sin x$ را بیابید.

$$3\sin^2 x + a(1 - \sin^2 x) = 4$$

$$\Rightarrow (3-a)\sin^2 x = 4-a$$

$$\Rightarrow \sin^2 x = \frac{4-a}{3-a}$$

از آنجا که $1 + 6\sin^2 x = \frac{1}{\sin^2 x}$ داریم

$$1 + 6\sin^2 x = \frac{3-a}{4-a}$$

$$\Rightarrow 6\sin^2 x = \frac{3-a}{4-a} - 1 = \frac{1}{a-4}$$

$$\Rightarrow \sin^2 x = \frac{1}{6(a-4)}$$

گزینه ۱ درست است.

۱۰) اگر $\log(2-x) - \log \frac{1}{(x-2)^2} = 3$ مقدار $\log(-x)$ را بیابید.

اولاً $x < 2$

$$\log(2-x) - \log \frac{1}{(x-2)^2} = \log \frac{2-x}{(x-2)^2}$$

$$= \log(2-x)^3 = 3$$

$$\Rightarrow (2-x)^3 = 10^3$$

$$\Rightarrow 2-x = 10 \Rightarrow -x = 8$$

$$\Rightarrow \log(-x) = \log 8 = 2\log 2 = 2 \times 0.3 = 0.6$$

گزینه ۲ درست است.

۱۵) اگر $a + \sqrt{(bx+1)(cx+1)} = 2$ باشد، مقدار $\frac{b}{a} + \frac{c}{a}$ کدام است؟
با جایگذاری $x=0$ ، صورت بهیض می شود
لذا $a = -1$ و از آنجا

۱۶) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-1 + \sqrt{(bx+1)(cx+1)}}{x} = \frac{b+c}{2} = 2$
 $\Rightarrow b+c = 4$
 $\Rightarrow \frac{b}{a} + \frac{c}{a} = \frac{b+c}{a} = \frac{4}{-1} = -4$

گزینه ۲ درست است

۱۳) در مثل ABC ، اگر $\tan(B-C) = \sqrt{3}$ باشد، عبارت $\frac{1 - 2\cos(B+C)}{4\sin B \cos C}$ کدام است؟

از $\tan(B-C) = \sqrt{3}$ نتیجه می شود که
لذا $\cos(B-C) = \frac{1}{2}$
 $\frac{1 - 2\cos(B+C)}{4\sin B \cos C} = \frac{2(\frac{1}{2} - \cos(B+C))}{4\sin B \cos C}$
 $= \frac{\cos(B-C) - \cos(B+C)}{2\sin B \cos C}$
 $= \frac{2\sin B \sin C}{2\sin B \cos C} = \frac{\sin C}{\cos C} = \tan C$

گزینه ۴ درست است

۱۷) برای چند مقدار a آ.ج
 $f(x) = \frac{3x^2 - 8x - 3}{ax^2 + (1-a)x + a+1}$
 $f(x) = \frac{(x-3)(3x+1)}{ax^2 + (1-a)x + a+1}$

حالات زیر را داریم:
(۱) اگر $a=0$ ، خارج فقط یک ریشه و باقی فقط سه ریشه داریم.
(۲) اگر Δ خارج صفر باشد، باز آ.ج فقط یک ریشه می باشد.
 $A = (1-a)^2 - 4a(a+1) = -3a^2 - 6a + 1 = 0$
که این معادله دارای دو ریشه متمایز است.
(۱) Δ برای آن ریشه ها صورت ریشه خارج باشد.
(۲) در این صورت نیز آ.ج فقط یک ریشه می باشد.
 $\Rightarrow$ جواب $= 1 + 2 + 2 = 5$
گزینه ۳ درست است

۱۴) تعداد جواب های معادله
 $\cos(2x - \frac{\pi}{4}) + \cos(x + \frac{\pi}{4}) = 0$
 $\cos(2x - \frac{\pi}{4}) + \cos(x + \frac{\pi}{4}) = 2\cos(\frac{3x}{2})\cos(\frac{x - \pi/2}{2}) = 0$

(۱) $\cos(\frac{3x}{2}) = 0 \Rightarrow \frac{3x}{2} = k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{2k\pi + \pi}{3}$
(۲) $\cos(\frac{x - \pi/2}{2}) = 0 \Rightarrow \frac{x - \pi/2}{2} = k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{3\pi}{2}$
① $k = -1 \Rightarrow x = -\frac{\pi}{3}$
 $k = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{3}$
② $k = -1 \Rightarrow x = -\frac{\pi}{2}$
معادله دارای ۳ جواب در بازه داده شده است.
گزینه ۳ درست است



(۱۹) به ازای چند مقدار صحیح c, m :

$$f(x) = \begin{cases} b & x < a \\ b + (x-a)^m & x \geq a \end{cases}$$

$$f(a^-) = b = f(a^+) \Rightarrow f \text{ پیوسته است}$$

$$f'(x) = \begin{cases} 0 & x < a \\ m(x-a)^{m-1} & x \geq a \end{cases}$$

نقطه گوشه $x=a$ وقتی حاصل می شود که

$m=1$ است یعنی فقط به ازای $m=1$ (مقدار)

(۱) صفر نقطه گوشه ایجاد می شود

(۲) بیش از ۲ ریشه در f است

(۳) ۲

(۴) ۱

(۱۷) برای مقادیر طبیعی c ، a, b :

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 - 2x + 1} & |x| \leq c \\ ax^2 + bx + 2 & |x| > c \end{cases}$$

سویته است کدام می تواند مقدار $\left[\frac{a}{b}\right]$ باشد :

$$f(x) = \begin{cases} |x-1| & |x| \leq c \\ ax^2 + bx + 2 & |x| > c \end{cases}$$

$c \in \mathbb{N}$

$$f(c^+) = ac^2 + bc + 2 \Rightarrow ac^2 + bc + 2 = c - 1$$

$$f(c^-) = c - 1 \Rightarrow ac^2 + bc - c + 3 = 0$$

$$f(-c^+) = c + 1 \Rightarrow ac^2 - bc + 2 = c + 1$$

$$f(-c^-) = ac^2 - bc + 2 \Rightarrow ac^2 - bc - c + 1 = 0$$

$$ac = 1 - \frac{2}{c}, bc = -1 \Rightarrow ac^2 - bc - c + 1 = 0$$

$$\left[\frac{a}{b}\right] = \left[\frac{ac}{bc}\right] = \left[-1 + \frac{2}{c}\right] = -1 + \left[\frac{2}{c}\right]$$

$$\left[\frac{a}{b}\right] = \left[\frac{2}{c}\right] - 1$$

(۲۰) $f(x) = \sqrt{x(1-|x|)}$ را در نظر بگیرید

بر m, n به ترتیب تعداد نقاط ماکزیمم و

مینیمم f و k تعداد نقاط بحرانی f باشند

تعداد $m+n+k$ کدام است :

$$x(1-|x|) \geq 0 \Rightarrow D_f = (-\infty, -1] \cup [0, 1]$$

$$f'(x) = \frac{1-2|x|}{2\sqrt{x(1-|x|)}} = 0 \Rightarrow x = \pm \frac{1}{2}$$

$$f(x) = \frac{1-2|x|}{2\sqrt{x(1-|x|)}} = 0 \Rightarrow x = \pm \frac{1}{2}$$

$$f(x) = \frac{1-2|x|}{2\sqrt{x(1-|x|)}} = 0 \Rightarrow x = \pm \frac{1}{2}$$

$$f(x) = \frac{1-2|x|}{2\sqrt{x(1-|x|)}} = 0 \Rightarrow x = \pm \frac{1}{2}$$

$$f(x) = \frac{1-2|x|}{2\sqrt{x(1-|x|)}} = 0 \Rightarrow x = \pm \frac{1}{2}$$

$$f(x) = \frac{1-2|x|}{2\sqrt{x(1-|x|)}} = 0 \Rightarrow x = \pm \frac{1}{2}$$

$$f(x) = \frac{1-2|x|}{2\sqrt{x(1-|x|)}} = 0 \Rightarrow x = \pm \frac{1}{2}$$

$$f(x) = \frac{1-2|x|}{2\sqrt{x(1-|x|)}} = 0 \Rightarrow x = \pm \frac{1}{2}$$

$$f(x) = \frac{1-2|x|}{2\sqrt{x(1-|x|)}} = 0 \Rightarrow x = \pm \frac{1}{2}$$

$$f(x) = \frac{1-2|x|}{2\sqrt{x(1-|x|)}} = 0 \Rightarrow x = \pm \frac{1}{2}$$

$$f(x) = \frac{1-2|x|}{2\sqrt{x(1-|x|)}} = 0 \Rightarrow x = \pm \frac{1}{2}$$

$$f(x) = \frac{1-2|x|}{2\sqrt{x(1-|x|)}} = 0 \Rightarrow x = \pm \frac{1}{2}$$

$$f(x) = \frac{1-2|x|}{2\sqrt{x(1-|x|)}} = 0 \Rightarrow x = \pm \frac{1}{2}$$

(۱۸) $g(x) = \frac{2}{2-cx}$ ، $f(x) = \frac{8+c^3x}{1-c^2x}$

بشماره $f\left(\frac{7\pi}{6}\right) - 2g\left(\frac{7\pi}{6}\right)$ عبارت

کدام است ؟

$$f(x) - 2g(x) = \frac{(2+cx)(1-2cx+c^2x)}{(2+cx)(2-cx)}$$

$$= \frac{1-2cx+c^2x-4}{(2+cx)(2-cx)}$$

$$= \frac{-3-2cx+c^2x}{(2+cx)(2-cx)}$$

$$= \frac{-3-2cx+c^2x}{4-c^2x^2}$$

$$= \frac{-3-2cx+c^2x}{4-c^2x^2}$$

$$= \frac{-3-2cx+c^2x}{4-c^2x^2}$$

$$= \frac{-3-2cx+c^2x}{4-c^2x^2}$$

$$= \frac{-3-2cx+c^2x}{4-c^2x^2}$$

$$= \frac{-3-2cx+c^2x}{4-c^2x^2}$$

$$= \frac{-3-2cx+c^2x}{4-c^2x^2}$$

$$= \frac{-3-2cx+c^2x}{4-c^2x^2}$$

$$= \frac{-3-2cx+c^2x}{4-c^2x^2}$$

$$= \frac{-3-2cx+c^2x}{4-c^2x^2}$$

$$= \frac{-3-2cx+c^2x}{4-c^2x^2}$$

$$= \frac{-3-2cx+c^2x}{4-c^2x^2}$$

(۲۱) رضای خواهد داشت به شرطی که 5 و 1 در یک ردیف و 3 در یک ستون باشد. در چند حالت مختلف هنگام پدید آمدن 5 ها، 1 ها و 3 ها می توان به رضای رسید؟
طبق آنچه گفته شده است
کدام به رضای در یک مکان
با 5 در 5 و 1 در 1 ها در یک مکان
با 3 در 3 و 5 در 5 و 1 در 1 ها در یک مکان
پس جواب عبارت از:

$$5! \times (3!) = 120 \times 6 = 720$$

(۱) 360

گزینه ۱ درست است

(۲) 300

(۳) 240

(۴) 200

(۲۳) میانگین رتبه اول با 5 داده مختلف برابر میانگین رتبه دوم با 6 داده است. به طوریکه در تنها داده متفاوت بین دو رتبه داده a است. از دو دانش آموز اول $\frac{2}{3}$ از دو دانش رتبه دوم بیشتر از a است و دانش رتبه اول کمتر است.
در a است: $5, 4, 3, 2, 1, 0, -1, -2, -3, -4, -5$
در a است: $6, 5, 4, 3, 2, 1, 0, -1, -2, -3, -4, -5, -6$

$$a = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5}{5} \Rightarrow a = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5}{5}$$

$$A = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 (a_i - a)^2 = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 (a_i^2 - 2a_i a + a^2) = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 a_i^2 - 2a \sum_{i=1}^5 a_i + 5a^2$$

$$= \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 a_i^2 - 2a \sum_{i=1}^5 a_i + 5a^2 = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 a_i^2 - 2a \sum_{i=1}^5 a_i + 5a^2$$

$$\Rightarrow \frac{A}{5} = \frac{A}{6} + \frac{2}{3} \Rightarrow A = 20$$

$$\Rightarrow \frac{A}{5} = \frac{A}{6} + \frac{2}{3} \Rightarrow A = 20$$

گزینه ۳ درست است

(۲۴) در جشن مسابقات بازیکنان A و B شرکت می کنند. این بازیکنان با احتمال 0.6 در صد بازیکنان اول را می کنند. در این صورت احتمال گل شدن بازیکنان دوم 0.8 درصد و در غیر این صورت 0.3 درصد خواهد بود. با کدام احتمال در مصیبت گل شدن دو بازیکن متفاوت است؟
 $P(\text{گل شدن دو بازیکن متفاوت}) = P(A)P(B|A) + P(A')P(B|A')$
 $= 0.6 \times 0.2 + 0.4 \times 0.3 = 0.24$

که در آن A گل شدن بازیکن اول (A' گل نشدن بازیکن اول) و B گل شدن بازیکن دوم (B' گل نشدن بازیکن دوم) است.

(۱) 0.41

(۲) 0.24

(۳) 0.6

(۴) 0.3

(۲۲) کدامی را برای 3 کنیم «در» و «و» بیاوریم.
2. کدامی را برای 3 کرده و «در» بیاوریم.
3. کدامی را برای 3 کرده و «و» بیاوریم.
4. کدامی را برای 3 کرده و «در» بیاوریم.
5. کدامی را برای 3 کرده و «و» بیاوریم.

$$P(\text{گل شدن دو بازیکن متفاوت}) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

$$P(\text{گل شدن دو بازیکن متفاوت}) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{16}$$

$$\text{جواب} = \frac{1}{8} + \frac{1}{16} = \frac{3}{16}$$

(۱) $\frac{3}{12}$

(۲) $\frac{3}{16}$

(۳) $\frac{5}{12}$

(۴) $\frac{5}{16}$

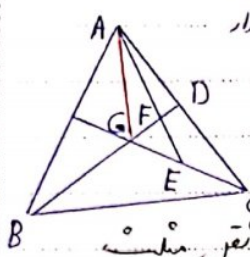


Quanta_math_academy

تدریس آنلاین و حضوری ریاضی

www.qmathacademy.ir

(۲۷) در شکل زیر، مرکز ثقل مثلث ABC است.



اگر $GE = EC$ باشد مقدار

$$\frac{BD}{FD}$$

مطابق رابطه ها F نیز مرکز ثقل مثلث

AGC است لذا

$$FD = \frac{1}{3} GD$$

از طرفی چون G مرکز ثقل مثلث ABC است لذا

$$D = \frac{1}{3} BD$$

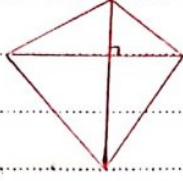
$$\frac{BD}{FD} = 9$$

بنابراین

گزین ۱ درست است

(۲۵) برای کدام گزاره می توان مثال نقض ارائه کرد؟

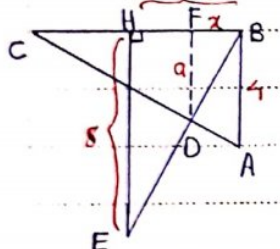
گزین های (۱)، (۲) و (۴) گزاره های درستی هستند و قضیه محسوب می شوند ولی گزین ۳ چنین نیست



در چهارضلعی، دو برآمد قاطرها برابر و عمود بر هم اند ولی چهارضلعی مربع نیست

- (۱) هر چهارضلعی که قطرهایش بر یکدیگر عمود باشند می تواند مربع باشد
- (۲) اگر از دو میانه های دو مربع یک مثلث مساوی در هر دو مربع رسم کنیم، این دو مثلث برابرند
- (۳) هر چهارضلعی با اضلاع برابر و عمود بر هم، مربع است
- (۴) میانه های یک زاویه های داخلی هر مثلث هم بر یکدیگر عمودند

(۲۸) در شکل زیر، دو مثلث ABC و BEH همبست



هستند. اگر $AB = 1$

$DE \parallel FH$ و $EH = 8$

باشد، اندازه BF کدام است؟

$$DF \parallel AB \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{8-x}{8} = \frac{a}{1} \quad (1)$$

$$DF \parallel HE \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{x}{1} = \frac{a}{8} \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \frac{8-x}{1} = \frac{a}{2} = x \quad 1.4 \quad (1)$$

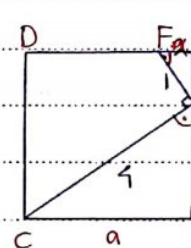
$$\Rightarrow 5x = 8 \quad 1.6 \quad (2)$$

$$\Rightarrow x = \frac{8}{5} = 1.6 \quad 2.4 \quad (3)$$

$$2.6 \quad (4)$$

گزین ۲ درست است

(۲۶) مساحت کس مقابل هجده است



$$FA = x, \widehat{AFE} = \widehat{BEC}$$

$$\widehat{AEF} \sim \widehat{BCE}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{a-y} = \frac{y}{a} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow y = \frac{a}{4}, x = \frac{3a}{16}$$

$$BCE: a^2 + \left(\frac{3}{4}a\right)^2 = 1^2 \Rightarrow a^2 = \frac{16}{25} = 10.24$$

مساحت مربع

گزین ۲ درست است

$$13.31 \quad (1)$$

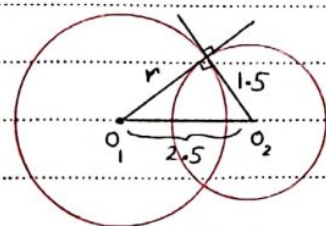
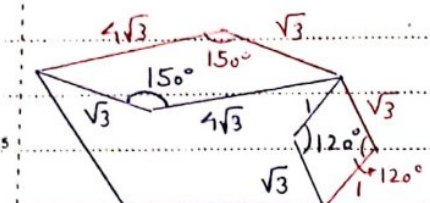
$$7.29 \quad (2)$$

$$8.41 \quad (3)$$

$$10.24 \quad (4)$$

۲۹) مساحت های رسم شده بر دو دایره متقاطع در نقطه تقاطع دو دایره، برهم می خوردند. اگر شعاع دایره کوچکتر ۱.۵ و فاصله بین مراکز دو دایره ۲.۵ باشد، شعاع دایره بزرگتر کدام است؟

۳۱) میزان افزایش مساحت بدنه آغیر در عمیق آب در این شکل کدام است؟



$$\text{جواب: } (4\sqrt{3} \times \sqrt{3}) \sin 150^\circ + 1 \times \sqrt{3} \sin 120^\circ = 12 \times \frac{1}{2} + \frac{3}{2} = 7.5$$

$$r^2 = (2.5)^2 - (1.5)^2 = 1 \Rightarrow r = 1$$

نسبت ۳ به ۱ است

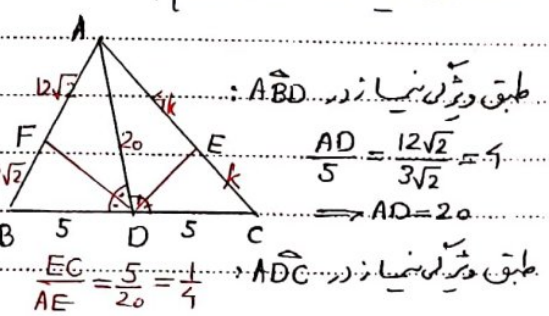
- ۱. ۱۵
- ۲. ۹
- ۳. ۷.۵
- ۴. ۴.۵

- ۱. ۳
- ۲. ۵
- ۳. ۳
- ۴. ۲

۳۲) اگر $2I - 3A^{-1}B = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ و $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1/2 \end{bmatrix}$ باشد، مجموع دایره های قطب اصلی ماتریس $2A - 3B^{-1}$ کدام است؟

۳۰) در مثلث ABC، نقطه D وسط BC است. DE و DF بر بیض بنیای از زوایای ADC و ADB هستند. اگر $AF = 12\sqrt{2}$ و $BF = 3\sqrt{2}$ باشد، طول بیض بنیای از DE کدام است؟

$$A = (A^{-1})^{-1} = \begin{bmatrix} 1/2 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$



$$3A^{-1}B^{-1} = 2I - \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$$

۳۱) طبق ویژگی بیض بنیای از در $\triangle ABD$: $\frac{AD}{5} = \frac{12\sqrt{2}}{3\sqrt{2}} \Rightarrow AD = 20$

$$\Rightarrow 2I - 3B^{-1} = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ -6 & 0 \end{bmatrix}$$

۱. طبق ویژگی بیض بنیای از در $\triangle ADC$: $\frac{EC}{AE} = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$

$$\text{جواب: } -2 + 0 = -2$$

۲. $20^2 = AD^2 = (15\sqrt{2})^2 + (5k)^2 - 5^2 \Rightarrow k = 4$

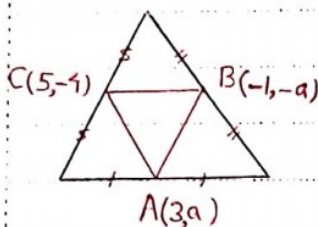
نسبت ۲ به ۱ است

۳. $DE^2 = 20 \times 5 - 4k^2 = 100 - 64 = 36 \Rightarrow DE = 6$

نسبت ۲ به ۱ است



(۳۵) مساحت مثلث برابر ۶۹ و مختصات وسط اضلاع

آن نقاط $A(3, a, b)$, $B(-1, -a, b)$, $C(5, -1, b)$ هستند. طول ضلع AB کدام می تواند باشد؟
مختصات $Z = b$ را مشخص و قرار دارد.

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \left| \begin{vmatrix} 3 & a & 1 \\ -1 & -a & 1 \\ 5 & -1 & 1 \end{vmatrix} \right| = |6a + 8| = \frac{69}{1} = 16$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ a = -6 \end{cases}$$

$$AB = \sqrt{4^2 + 4a^2} = \begin{cases} 4\sqrt{2} \\ 4\sqrt{10} \end{cases}$$

هر دو مقدار در زینت ها وجود دارد.

$$2\sqrt{10} \quad (۱)$$

$$4\sqrt{10} \quad (۲)$$

$$4\sqrt{2} \quad (۳)$$

$$10\sqrt{2} \quad (۴)$$

$$(۳۳) \text{ آری } A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \text{ باشد، جمع}$$

رایحه A^2 چند برابر جمع رایحه A است؟

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^2 \text{ جمع رایحه } = 6$$

$$A \text{ جمع رایحه } = 2$$

$$\frac{6}{2} = 3$$

گزینه ۳ درست است

$$1 \quad (۱)$$

$$-1 \quad (۲)$$

$$-3 \quad (۳)$$

$$3 \quad (۴)$$

(۳۶) عدد صحیح a مضرب ۸ و باقیانده تقسیم آنبر ۲۳ برابر ۵ است. باقیانده تقسیم $\frac{a}{9}$ بر ۲۳ کدام است؟آر باقیانده $\frac{a}{9}$ بر ۲۳ برابر k باشد داریم

$$\frac{a}{9} \equiv k \pmod{23} \Rightarrow a \equiv 9k \pmod{23}$$

$$k = 7$$

گزینه ۲ درست است

$$5 \quad (۱)$$

$$7 \quad (۲)$$

$$13 \quad (۳)$$

$$19 \quad (۴)$$

(۳۷) خط $x = -\frac{5}{7}$ خط هادی سهمی به معادله $3y^2 - 3x - 9y = 0$ است. اختلاف مقادیر a کدام است؟

معادله سهمی عبارت است از

$$x + \frac{a^2}{36} = (y - \frac{a}{6})^2$$

$$\Rightarrow 4p = 1 \Rightarrow p = \frac{1}{4}$$

$$\left(-\frac{a^2}{36}, \frac{a}{6}\right) \text{ رأس سهمی د}$$

$$\text{فاصله رأس سهمی از خط هادی} = \left| -\frac{5}{7} + \frac{a^2}{36} \right| = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{a^2}{36} = 1$$

$$\Rightarrow a_{1,2} = 6$$

$$\text{اختلاف مقادیر } a = |6 - (-6)| = 12$$

$$12 \quad (۱)$$

$$8 \quad (۲)$$

$$6 \quad (۳)$$

$$4 \quad (۴)$$

گزینه ۱ درست است

(۳۷) در چند زیرگروه از مجموعه

$$\{2, 25, 26, 23, 29, 18, 15, 13, 12\}$$

و بزرگترین عضو، مضرب ۱۰ است.

زیرگروه های مطلوب عبارتند از:

$$2 = 2^1 = 2 \quad \text{تعداد زیرگروه ها: } \{2, 15, 12\}$$

$$32 = 2^5 = 2 \quad \text{تعداد زیرگروه ها: } \{25, 12, 5\}$$

$$1 = 2^0 = 2 \quad \text{تعداد زیرگروه ها: } \{15, 18\}$$

$$4 = 2^2 = 2 \quad \text{تعداد زیرگروه ها: } \{24, 15, 2\}$$

$$16 = 2^4 = 2 \quad \text{تعداد زیرگروه ها: } \{26, 15, 5\}$$

$$4 = 2^2 = 2 \quad \text{تعداد زیرگروه ها: } \{25, 18, 2\}$$

$$59 = 2^0 = 2 \quad \text{تعداد زیرگروه ها: } \{24, 25\}$$

$$60 = 2^1 = 2 \quad \text{تعداد زیرگروه ها: } \{25, 26\}$$

$$61 = 2^0 = 2 \quad \text{تعداد زیرگروه ها: } \{2, 32, 1, 15, 16, 18, 12, 5\}$$

$$62 = 2^0 = 2 \quad \text{تعداد زیرگروه ها: } \{2, 32, 1, 15, 16, 18, 12, 5\}$$

گزین ۳ درست است

(۳۸)

به ازای برخی مقادیر طبیعی n ، معادله سیاله

$$57x + 133y = 22n - 1$$

کوچکترین عدد دو رقمی n که دارم است.

$$57 = 3 \times 19 \quad 133 = 7 \times 19 \quad \text{لذا}$$

$$19(3x + 7y) = 22n - 1$$

$$\Rightarrow 19 \mid (22n - 1) \Rightarrow 22n \equiv 1 \pmod{19}$$

$$\Rightarrow 3n \equiv 1 \pmod{19}$$

$$\Rightarrow 3n = 19t + 1$$

$$\Rightarrow n = 6t + \frac{t+1}{3} = k \Rightarrow t = 3k - 1$$

$$\Rightarrow n = 19k - 6$$

کوچکترین عدد دو رقمی مطلوب به ازای $k=1$

برابر است با $n=13$ که مجموع ارقامش

۴ است. گزین ۴ درست است

(۳۹)

حداقل چند عضو از مجموعه

$$\{28, 29, 23, 22, 20, 16, 15, 14\}$$

انتخاب کنیم تا به طور قطع حداقل ۱۰ عضو انتخاب شده

اعداد متوالی باشند.

با انتخاب زیرگروه ۱۰ عضوی

$$\{14, 15, 17, 18, 20, 22, 23, 25, 26, 28\}$$

تکمه کامل می شود زیرا با انتخاب هر عضو دیگر $(16, 19, 24, 27)$

واژه و در آن کم به زیرگروه ۱۰ عضوی

شده متوالی اند. لذا جواب ۱۱ است

گزین ۲ درست است

(۴۰)

در راف G

$$A(G) + 2\delta(G) = 17$$

$$\delta(G) = 2 \quad A(G) = 13$$

شده است. اگر G همبند باشد بیشترین تعداد

بال های راف G داریم است.

اگر تعداد رؤوس راف G باشد داریم

$$\delta(G) = (p-1) - A(G) \quad \delta(G) = (p-1) - 13$$

$$\delta(G) = 2 \quad \text{بنابراین رابطه } \delta(G) = 2 \text{ را داریم}$$

$$A(G) = 7 \quad \text{بنابراین } A(G) = 7 \text{ را داریم}$$

$$\delta(G) = 5 \quad \text{لذا } \delta(G) = 5$$

برای آنکه G همبند باشد یعنی $p \geq 2$ بر حداقل تعداد

$$A(G) = 3 \quad \text{رؤوس } p = 9 \quad \text{در این صورت}$$

$$\delta(G) = 1 \Rightarrow G: \text{---}$$

$$\Rightarrow q(G) = 8 \Rightarrow q(G) = \binom{9}{2} - q(G)$$

$$= 36 - 8 = 28$$

گزین ۴ درست است

Quanta Math Academy



Quanta-math-academy

تدریس آنلاین و حضوری ریاضی

www.qmathacademy.ir

نوین کنکور

کنکور

امتحان نهایی

**نوین کنکور
شرط لازم و کافی
برای موفقیت**

novinkonkor.com