

نوین کنکور

کنکور

امتحان نهایی

**نوین کنکور
شرط لازم و کافی
برای موفقیت**

novinkonkor.com

۱- اگر مجموع ۹ جمله اول یک دنباله هندسی با قدر نسبت صحیح، ۷۳ برابر مجموع ۳ جمله اول آن باشد، جمله سوم این دنباله چند برابر جمله اول آن است؟

۹ (۴)

۸ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

$$S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r} \quad S_9 = \frac{a_1(1-r^9)}{1-r} = 73 \quad \frac{a_1(1-r^3)}{1-r} \Rightarrow 1-r^9 = 73(1-r^3)$$

$$(1-r^3)(1+r^3+r^6) = 73(1-r^3) \quad \boxed{r=2} \quad \frac{a_3}{a_1} = \frac{a_1 r^2}{a_1} = r^2 = 4$$

۲- اگر $x^2 + \frac{10}{x^2+1} = 9$ باشد، مقدار $(x^2+1)^2 + \frac{100}{(x^2+1)^2}$ کدام است؟

۸۰ (۴)

۸۸ (۳)

۹۰ (۲)

۹۸ (۱)

$$\left(x^2+1 + \frac{10}{x^2+1}\right)^2 = 10^2 \Rightarrow \underbrace{(x^2+1)^2 + \frac{100}{(x^2+1)^2} + 20}_{=100}$$

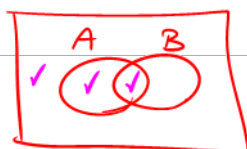
۳- A و B دو زیرمجموعه از مجموعه مرجع U هستند. اگر $A \cup B' \subseteq A \cap B$ باشد، کدام مورد همواره برقرار است؟

$A = \emptyset$ (۴)

$B = A$ (۳)

$A = U$ (۲)

$B = U$ (۱)



$$A \cup \emptyset \subseteq A \cap U$$

۵- اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 - 5x + 2 = 0$ باشند، مقدار $\frac{4\alpha + \beta^5}{5\beta^2}$ کدام است؟

۱۸ (۴)

۱۹ (۳)

۲۰ (۲)

۲۱ (۱)

$$\alpha + \beta = 5 \quad \alpha\beta = 2 \rightarrow \beta = \frac{2}{\alpha}$$

$$\frac{4\alpha}{5\beta^2} + \frac{\beta^5}{5} = \frac{4\alpha}{5 \times \frac{4}{\alpha^2}} + \frac{\beta^5}{5} = \frac{\alpha^3}{5} + \frac{\beta^5}{5} = \frac{(\alpha + \beta)^5 - 2\alpha\beta(\alpha + \beta)}{5} = \frac{125 - 2(2)(5)}{5} = 18$$

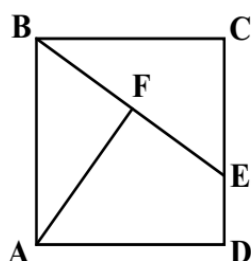
۶- در مربع شکل زیر، $CD = 3ED$ و نقطه F، وسط پاره خط BE قرار دارد. اگر $AF = 5$ باشد، مساحت چهارضلعی ADEF کدام است؟

۱۰ (۱)

۱۵ (۲)

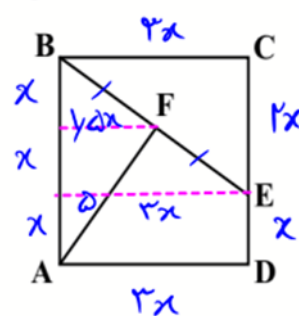
۲۰ (۳)

۲۵ (۴)



$$\frac{1}{2}x^2 = 10 \rightarrow x = 2$$

$$S = 25 - \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2}{2} - \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2}{2} = 15$$



۷- تابع f با ضابطه $f(x) = \frac{5}{\sqrt{mx^2 - 8x + 39}}$ روی $\mathbb{R}$ تعریف شده است. اگر برای یک مقدار m ، بیشترین مقدار تابع f برابر ۱ باشد، مقدار $[m]$ کدام است؟

۴) صفر

۳) ۱

۲) ۲

۱) ۳

$$f_s = -\frac{\Delta}{\Sigma a} = 25 \Rightarrow -\frac{64 - \Sigma m(39)}{\Sigma m} = 25 \Rightarrow 64 - 152m = -100m$$

$$52m = 64 \rightarrow m = \frac{16}{13} \quad [m] = 1$$

۹- اگر $f(x) = \begin{cases} x-1 & 0 \leq x \leq 2 \\ x+1 & -2 \leq x < 0 \end{cases}$ باشد، معادله $f \circ f(x) = 0$ چند ریشه دارد؟

۴) ۴

۳) ۳

۲) ۲

۱) ۱

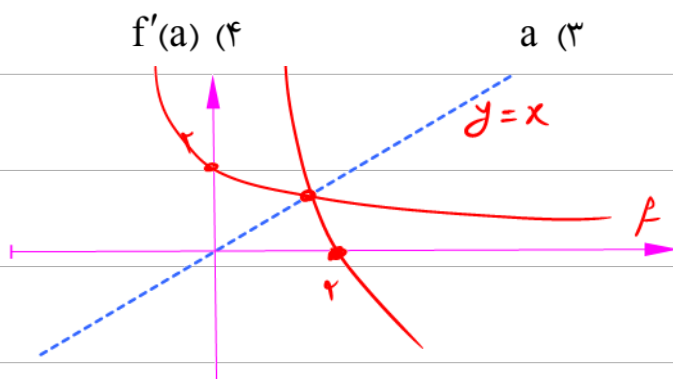
$$f \circ f(x) = \begin{cases} f(x-1) & \rightarrow \begin{aligned} &x-2=0 \quad 0 \leq x-1 \leq 2 \quad 1 \leq x \leq 3 \quad \text{✓} \\ &x=0 \quad -2 \leq x-1 < 0 \quad -1 \leq x < 1 \quad \text{✓} \end{aligned} \\ f(x+1) & \rightarrow \begin{aligned} &x=0 \quad 0 \leq x+1 \leq 2 \quad -1 \leq x \leq 1 \\ &x+2=0 \quad -2 \leq x+1 < 0 \quad -3 \leq x < -1 \quad \text{✓} \end{aligned} \end{cases}$$

۱۰- تابع پیوسته f یک‌به‌یک بوده و وارون خود را در نقطه $A(a, f(a))$ قطع می‌کند. اگر $f(0) = 2$ باشد، مقدار

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{x} \text{ کدام است؟}$$

۲) ۲

۱) ۱



$$f(a) = a \quad \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{x} = \frac{f(a)}{a} = \frac{a}{a} = 1$$

۱۱- اگر $\log(3x+1) = \begin{vmatrix} \log 5 & \log 2 \\ \log 2 & \log 5 \end{vmatrix}$ باشد، مقدار $\log_{\sqrt{2}} x$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) -2 (۳) 2 (۴) $\frac{1}{2}$

$$\log(3x+1) = (\log 5)^2 - (\log 2)^2 = (\log 5 / \log 2)(\log 5 + \log 2)$$

$$3x+1 = 5/2 \rightarrow x = 1/6$$

$$\log_{\sqrt{2}} \frac{1}{6} = \log_{\sqrt{2}} \frac{1}{2} = -2$$

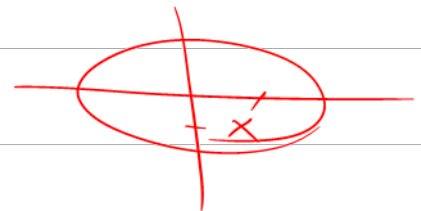
۱۲- اگر $2\sin \alpha < \sin 2\alpha$ و $\frac{\cot \alpha}{\sin \alpha} > 0$ باشد، انتهای کمان α در کدام ربع قرار دارد؟

- (۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

$$2\sin \alpha < 2\sin \alpha \cos \alpha \rightarrow 2\sin \alpha (\cos \alpha - 1) > 0$$

$$\sin \alpha < 0$$

$$\cot \alpha < 0 \rightarrow \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} < 0 \rightarrow \cos \alpha > 0$$



۱۳- حاصل عبارت $\frac{\sin(-285^\circ) + 2\cos(-105^\circ)}{2\sin(165^\circ) + 3\sin(375^\circ)}$ کدام است؟

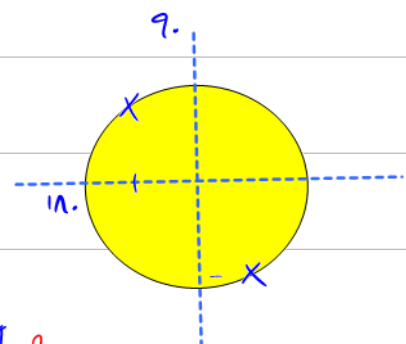
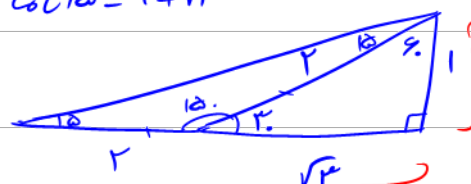
- (۱) $0,2\sqrt{6}$ (۲) $0,4\sqrt{6}$ (۳) $0,2\sqrt{3}$ (۴) $0,4\sqrt{3}$

$$\frac{-\cos 15 - \sin(170+15) + 2\cos(90+15)}{2\sin(180-15) + 3\sin(30+15)} = \frac{\cos 15 - 2\sin 15}{2\sin 15 + 3\sin 15} = \frac{\cos 15 - 2\sin 15}{5\sin 15}$$

$$\frac{1}{5} \cot 15 - \frac{2}{5} = \frac{2+\sqrt{3}}{5} - \frac{2}{5} = \frac{\sqrt{3}}{5}$$

$$\cot \alpha = \frac{\cot \alpha - 1}{2\cot \alpha} \quad \frac{\sqrt{3}}{5} = \frac{\cot \alpha - 1}{2\cot \alpha}$$

$$\cot 15 = 2 + \sqrt{3}$$

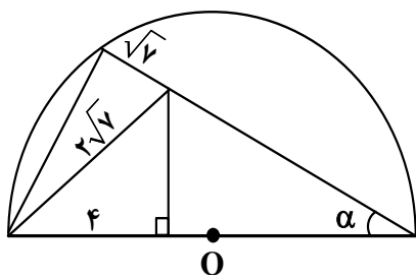


@azad_mathematics

dr.aliazad



۱۴- در نیم‌دایره شکل زیر، مقدار $\tan \alpha$ کدام است؟



(۱) $0,2\sqrt{3}$

(۲) $0,3\sqrt{3}$

(۳) $0,4\sqrt{3}$

(۴) $0,5\sqrt{3}$

$$(r\sqrt{r})^2 = r^2 + x^2 \quad x^2 = 12 \quad (r\sqrt{r})^2 = r^2 + x^2 \quad (r\sqrt{r})^2 = (\sqrt{r})^2 + y^2 \quad y^2 = 21 \quad y = \sqrt{21}$$

$$x = 2\sqrt{3}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(ax)}{x} = \frac{m}{c} (ax)^2$$

$$\tan \alpha = \frac{r\sqrt{r}}{1} = 2\sqrt{3}$$

۱۵- اگر $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{k + \cos(\sqrt{a} x)}{kx^2} = 3$ باشد، مقدار $\frac{a}{k}$ کدام است؟

(۴) -۶

(۳) -۳

(۲) ۳

(۱) ۶

$$k+1=0 \rightarrow (k=-1)$$

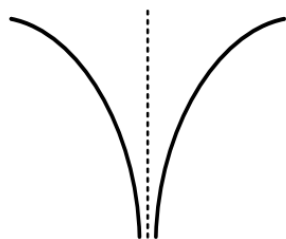
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-1 + \cos(\sqrt{a} x)}{-x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-(1 - \cos(\sqrt{a} x))}{-x^2} = \frac{-\frac{1}{2}(\sqrt{a} x)^2}{-x^2}$$

$$(\cos u)' = u'(-\sin u)$$

$$\text{HoP} \rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{a}(-\sin(\sqrt{a} x))}{-2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-ax}{-2x} = 2 \quad (a=6)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-\frac{1}{2}ax^2}{-x^2} = 2 \quad (a=6)$$

۱۶- نمودار تابع $f(x) = \frac{a^2 x^2 - 2x + 1}{(x+a)(mx-2)}$ در همسایگی $x = -a$ به صورت شکل زیر است. اگر $y = -4$ مجانب افقی



تابع f باشد، مقدار a کدام است؟

(۱) -۲

(۲) -۴

(۳) ۲

(۴) ۴

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{a^2 x^2 - 2x + 1}{mx^2 + \dots} = \frac{a^2}{m} = -2 \rightarrow \frac{a^2}{-\frac{1}{a}} = -2 \quad \frac{a^2}{-\frac{1}{a}} = -2$$

$$a^2 = 1 \rightarrow (a=1)$$

۱۷- حاصل $\lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{\cot x}{[x - \pi]}$ کدام است؟
 (۱) صفر (۲) ۱ (۳) $+\infty$ (۴) $-\infty$

$$\frac{\cot \pi}{[\pi - \pi]} = \frac{-\infty}{[-]} = \frac{-\infty}{-1} = +\infty$$

۱۸- تابع ناصفر f با ضابطه $f(x) = \frac{\sqrt{3}|ax+a|}{|x^3+(m-2)x+a^2|}$ روی $\mathbb{R} - \{a\}$ تعریف شده و برای هر $x \neq a$ پیوسته است. اگر $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ موجود باشد، مقدار آن کدام است؟

(۱) $\sqrt{3}$ (۲) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (۳) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

$a(a) + a = 0 \rightarrow a^2 + a = 0 \rightarrow a(a+1) = 0$
 $\rightarrow a = 0$ یا $a = -1$
 $x + (m-2)(-1) + x = 0 \rightarrow m = 2$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{3}|x+1|}{|x^3+1|} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{3}|x+1|}{|x+1||x^2-x+1|} = \frac{\sqrt{3}}{1} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

۱۹- اگر $f(x) = \frac{|2x-4|}{\sqrt[3]{x^2}}$ و $g(x) = \frac{\sqrt{x^2-4x+4} + \sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}}$ باشد، مقدار $f'(1) - 2g'(1)$ کدام است؟

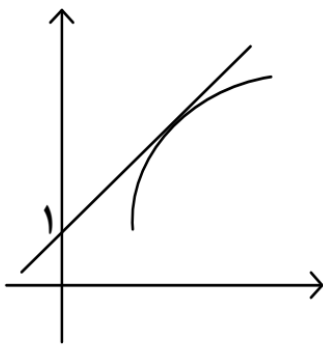
- (۱) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{6}$ (۴) $-\frac{\sqrt{3}}{6}$

$$g(x) = \frac{|x-2| + \sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}}$$

$$f(x) - 2g(x) = \frac{2|x-2|}{\sqrt[3]{x^2}} - \frac{2|x-2| + 2\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}} = \frac{-2\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}}$$

$$f(x) - 2g(x) = \frac{-2\sqrt{3} x^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{2}{3}}} = -2\sqrt{3} x^{-\frac{1}{6}} \xrightarrow{\text{مشتق}} (-\sqrt{3}) \left(-\frac{1}{6}\right) x^{-\frac{7}{6}} \xrightarrow{x=1} \left(\frac{\sqrt{3}}{6}\right)$$

۲۰- نمودار تابع f و خط مماس بر آن در نقطه $(3, 5)$ در شکل زیر رسم شده است. مقدار $f'(3)$ کدام است؟



- (۱) ۲
(۲) ۱
(۳) $\frac{2}{3}$
(۴) $\frac{4}{3}$

$$(3, 5) (0, 1) \quad m = \frac{5-1}{3-0} = \frac{4}{3} = f'(3)$$

۲۱- تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} 2bx+c & x > a \\ 3x^2 & x \leq a \end{cases}$ روی $\mathbb{R}$ مشتق پذیر است. مقدار $a^3 + b - c$ کدام است؟

- (۱) $(a+1)^3 - 1$ (۲) $(a+1)^3 + 1$ (۳) $(a-1)^3 - 1$ (۴) $(a-1)^3 + 1$

$$\begin{aligned} 2ba+c &= 3a^2 \quad f'(x) = \begin{cases} 2b & x > a \\ 6x & x < a \end{cases} \rightarrow 2b = 6a \quad \boxed{b=3a} \\ 3a^2+c &= 3a^2 \rightarrow \boxed{c=-3a^2} \end{aligned}$$

$$a^3 + 3a + 3a^2 = (a+1)^3 - 1$$

۲۲- ماکزیمم مطلق تابع $f(x) = \sqrt[3]{x^2} |x-a|$ روی بازه $[0, a]$ برابر $1/5$ است. مقدار a کدام است؟

۱ (۴)

۱,۵ (۳)

۲ (۲)

۲,۵ (۱)

$$f(x) = x^{\frac{2}{3}}(x-a) = x^{\frac{5}{3}} - ax^{\frac{2}{3}} \quad f'(x) = \frac{5}{3}x^{\frac{2}{3}} - \frac{2}{3}ax^{-\frac{1}{3}}$$

$$f'(x) = \frac{1}{3}x^{-\frac{1}{3}}(5x - 2a) = 0 \rightarrow x = \frac{2a}{5} \quad f(0) = 0 \quad f(a) = 0$$

$$f\left(\frac{2a}{5}\right) = \sqrt[3]{\frac{4a^2}{125}} \left| -\frac{3a}{5} \right| = \frac{1}{5} \rightarrow a = \frac{5}{3} = 1,5$$

۲۳- اگر انحراف ۵ داده آماری از $\bar{y}$ به ترتیب برابر -1 ، -5 ، -6 ، -7 و 4 باشد، واریانس داده‌های اصلی کدام است؟

۲۵,۴ (۴)

۲۴,۶ (۳)

۱۶,۴ (۲)

۱۵,۶ (۱)

داده‌های اصلی a_1, a_2, a_3, a_4, a_5

$$a_1 - \bar{y} = -1 \quad a_2 - \bar{y} = -5 \quad a_3 - \bar{y} = -6 \quad a_4 - \bar{y} = -7 \quad a_5 - \bar{y} = 4$$

$$\bar{y} - 1, \bar{y} - 5, \bar{y} - 6, \bar{y} - 7, \bar{y} + 4 \quad \bar{y} = \bar{y} - 3$$

$$s^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots}{n} = \frac{1 + 16 + 36 + 49 + 16}{5} = 17,2$$

۲۴- برای دو پیشامد A و B از فضای نمونه S ، روابط $P(A-B) = P(A)P(B')$ و $P(A) = \frac{1}{6}P(B)$ برقرار است. اگر $P(A \cap B') = 0.25$ باشد، مقدار $P(A \cup B')$ کدام است؟

$\frac{31}{40}$ (۴)

$\frac{17}{20}$ (۳)

$\frac{13}{20}$ (۲)

$\frac{27}{40}$ (۱)

$P(A \cap B) = P(A)P(B)$ مستقل

$P(A \cap B') = P(A)P(B')$

$1 - P(A \cup B) = 0.75$

$P(A \cup B) = 0.25 = P(A) + P(B) - P(A)P(B)$
 $0.25 = \frac{1}{6}P(B) + P(B) - \frac{1}{6}P(B)^2$

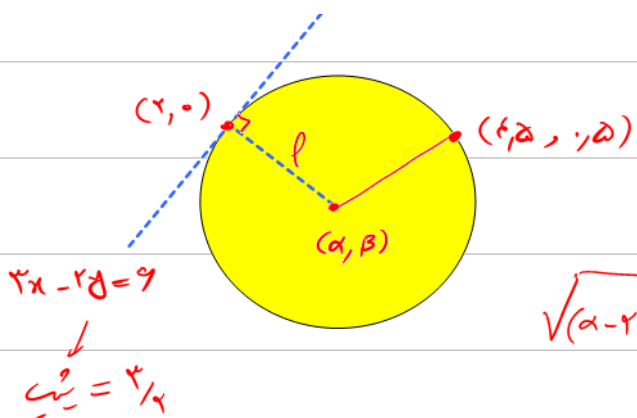
۳۵- مختصات مرکز دایره‌ای که از نقطه $(\frac{4}{5}, 0.5)$ بگذرد و بر خط $3x - 2y = 6$ در نقطه $(2, 0)$ مماس باشد، کدام است؟

$(\frac{3}{5}, -1)$ (۴)

$(4, -\frac{3}{5})$ (۳)

$(3, \frac{1}{5})$ (۲)

$(\frac{2}{5}, 4)$ (۱)



$\text{شیب} = -\frac{1}{m} = \frac{\beta - 0}{\alpha - 2}$

$\sqrt{(\alpha - 2)^2 + \beta^2} = \sqrt{(\alpha - \frac{4}{5})^2 + (\beta - \frac{1}{5})^2}$

نوین کنکور

کنکور

امتحان نهایی

**نوین کنکور
شرط لازم و کافی
برای موفقیت**

novinkonkor.com