

نوین کنکور

کنکور

امتحان نهایی

**نوین کنکور
شرط لازم و کافی
برای موفقیت**

novinkonkor.com

۱- اگر مجموع ۹ جمله اول یک دنباله هندسی با قدر نسبت صحیح، ۷۳ برابر مجموع ۳ جمله اول آن باشد، جمله سوم این دنباله چند برابر جمله اول آن است؟

۹ (۴)

۸ (۳)

۴ (۲) ✓

۳ (۱)

$$S_9 = \sqrt{3} S_3 \Rightarrow \frac{a_1(q^9-1)}{q-1} = \sqrt{3} \times \frac{a_1(q^3-1)}{q-1} \Rightarrow q^9-1 = \sqrt{3}(q^3-1)$$

$$\Rightarrow (q^3-1)(q^6+q^3+1) = \sqrt{3}(q^3-1) \quad q^3=t \quad t^2+t-\sqrt{3}=0 \quad \begin{cases} t=-1 \\ t=1 \end{cases}$$

$$q^3=-1 \quad \therefore \quad q^3=1 \rightarrow q=1 \Rightarrow \frac{a_9}{a_1} = q^8 = \underline{1}$$

۲- اگر $x^2 + \frac{10}{x^2+1} = 9$ باشد، مقدار $(x^2+1)^2 + \frac{100}{(x^2+1)^2}$ کدام است؟

۸۰ (۴) ✓

۸۸ (۳)

۹۰ (۲)

۹۸ (۱)

$$x^2 + \frac{10}{x^2+1} = 9 \xrightarrow{+1} x^2+1 + \frac{10}{x^2+1} = 10 \quad \underline{x^2+1=t}$$

$$t + \frac{10}{t} = 10 \quad \xrightarrow{\text{برای } t} \quad t + \frac{10}{t} + 10 = 10 \Rightarrow t + \frac{10}{t} = \underline{10}$$

۳- A و B دو زیرمجموعه از مجموعه مرجع U هستند. اگر $A \cup B' \subseteq A \cap B$ باشد، کدام مورد همواره برقرار است؟
 (۱) $B = U$ ✓ (۲) $A = U$ (۳) $B = A$ (۴) $A = \emptyset$

امکان نزنه؟

(۱) $B = U \rightarrow B' = \emptyset$ ✓

$A \cup B' = A \cup \emptyset = A$ (۱)
 $A \cap B = A \cap U = A$ (۵) $\Rightarrow (1) \subseteq (5)$ ✓

(۲) $A = U$ ✓ $\Rightarrow \begin{cases} A \cup B' = U & (1) \\ A \cap B = B & (5) \end{cases} \rightarrow (1) \not\subseteq (2)$

(۳) $A = B$ ✓ $\Rightarrow \begin{cases} A \cup B' = A \cup A' = U & (1) \\ A \cap B = A \cap A = A & (5) \end{cases} \Rightarrow (1) \not\subseteq (3)$

(۴) $A = \emptyset$ ✓ $\Rightarrow \begin{cases} A \cup B' = \emptyset \cup B' = B' & (1) \\ A \cap B = \emptyset \cap B = \emptyset & (5) \end{cases} \Rightarrow (1) \not\subseteq (4)$

۴- گزاره $\sim p \Leftrightarrow q$ هم ارز منطقی کدام گزاره است؟

$$\sim[\sim(\sim p \vee q) \vee (\sim p \wedge q)] \quad (۲)$$

$$\sim[\sim(\sim p \wedge q) \wedge (\sim p \vee q)] \quad (۴) \checkmark$$

$$(\sim p \wedge q) \wedge (\sim p \vee q) \quad (۱)$$

$$(\sim p \vee q) \vee (\sim p \wedge q) \quad (۳)$$

$$\overset{0}{\sim} p \Leftrightarrow \overset{0}{q} \rightarrow (>)$$

فرض کنیم $p: > , q: 0$

$$۱- (\overset{0}{\sim} p \wedge \overset{0}{q}) \wedge (\overset{0}{\sim} p \vee \overset{0}{q}) \Rightarrow 0$$

$$۲- \sim[\sim(\overset{0}{\sim} p \vee \overset{0}{q}) \vee (\overset{0}{\sim} p \wedge \overset{0}{q})] \Rightarrow \sim(>) = 0$$

$$۳- (\overset{0}{\sim} p \vee \overset{0}{q}) \vee (\overset{0}{\sim} p \wedge \overset{0}{q}) \Rightarrow 0$$

$$۴- \sim[\sim(\overset{0}{\sim} p \wedge \overset{0}{q}) \wedge (\overset{0}{\sim} p \vee \overset{0}{q})] \Rightarrow \sim(0) = > \checkmark$$

۵- اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 - 5x + 2 = 0$ باشند، مقدار $\frac{4\alpha + \beta^5}{5\beta^2}$ کدام است؟

۱۸ (۴)

۱۹ (۳) ✓

۲۰ (۲)

۲۱ (۱)

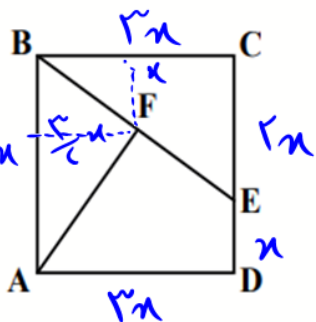
$$\text{اول: } S=0, P=2 \Rightarrow \alpha \cdot \beta = 2 \rightarrow \beta = \frac{2}{\alpha} \Rightarrow \beta^2 = \frac{4}{\alpha^2}$$

$$\therefore \frac{4\alpha + \beta^5}{5\beta^2} = \frac{4}{5} \frac{\alpha}{\beta^2} + \frac{1}{5} \beta^3 = \frac{4}{5} \frac{\alpha}{\frac{4}{\alpha^2}} + \frac{1}{5} \beta^3$$

$$= \frac{1}{5} \alpha^3 + \frac{1}{5} \beta^3 = \frac{1}{5} (\alpha^3 + \beta^3) = \frac{1}{5} (S^3 - 3SP)$$

$$= \frac{1}{5} (125 - 3 \cdot 0) = \frac{125}{5} = 25$$

۶- در مربع شکل زیر، $CD = 2ED$ و نقطه F ، وسط پاره خط BE قرار دارد. اگر $AF = 5$ باشد، مساحت چهارضلعی $ADEF$ کدام است؟



$$8n^2 + \frac{9}{8}n^2 = 25$$

$$\rightarrow 25n^2 = 16 \rightarrow n^2 = \frac{16}{25} \rightarrow n = \frac{4}{5}$$

۱۰ (۱)

۱۵ (۲) ✓

۲۰ (۳)

۲۵ (۴)

$$S_{\text{چهارضلعی}} = S_{ABCD} - S_{BCE} - S_{ABF}$$

$$= 24 - \left(\frac{7 \times 4}{2}\right) - \left(\frac{3 \times 4}{2}\right) = 24 - 12 - 6 = 6$$

۷- تابع f با ضابطه $f(x) = \frac{5}{\sqrt{mx^2 - 8x + 39}}$ روی $\mathbb{R}$ تعریف شده است. اگر برای یک مقدار m ، بیشترین مقدار تابع

f برابر ۱ باشد، مقدار $[m]$ کدام است؟

(۴) صفر

(۳) ۱ ✓

(۲) ۲

(۱) ۳

$$mx^2 - 8x + 39 > 0 \Rightarrow \begin{cases} \Delta' < 0 \rightarrow m > \frac{16}{39} \\ a > 0 \rightarrow m > 0 \end{cases}$$

$$x_s = -\frac{b}{2a} \Rightarrow -\frac{-8}{2m} = \frac{4}{m} \rightarrow y_{\min} = \frac{16}{m} - \frac{32}{m} + 39$$

$$= \frac{-16}{m} + 39 \Rightarrow \frac{5}{\sqrt{-\frac{16}{m} + 39}} = 1 \Rightarrow m = \frac{16}{16} = 1$$

$$\Rightarrow [m] = 1$$

۸- اگر بزرگ‌ترین عامل مشترک دو چندجمله‌ای $p(x) = x^5 + ax^3$ و $q(x) = x^6 + 3x^3 + 2x^2$ ، دو جمله‌ای $x^n + x^2$ باشد، مقدار na کدام است؟

(۴) ۱

(۳) ۲

(۲) -۱

(۱) -۲ ✓

$$q(x) = x^2(x^4 + 3x + 2) = x^2(x+1)(x+2)$$

$$p(x) = x^3(x^2 + a)$$

$$\begin{aligned} \text{با } a = -1 \quad \therefore p(x) &= x^3(x^2 - 1) \\ &= x \cdot x^2(x+1)(x-1) \end{aligned}$$

$$\therefore q, p \text{ ها مشترک : } x^2(x+1) = x^3 + x^2 \Rightarrow [n=2] \Rightarrow an = -2$$

۹- اگر $f(x) = \begin{cases} x-1 & 0 \leq x \leq 2 \\ x+1 & -2 \leq x < 0 \end{cases}$ باشد، معادله $f \circ f(x) = 0$ چند ریشه دارد؟

۴ (۴)

۳ (۳) ✓

۲ (۲)

۱ (۱)

$$f \circ f(x) = f(f(x)) = 0$$

$$\text{الف) : } f(x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x-1=0 \rightarrow x=1 & 0 \leq x \leq 2 \\ x+1=0 \rightarrow x=-1 & -2 \leq x < 0 \end{cases}$$

$$\text{الف) } f(x) = 1 \Rightarrow \begin{cases} x-1=1 \rightarrow \boxed{x=2} & 0 \leq x \leq 2 \quad \checkmark \\ x+1=1 \rightarrow x=0 & -2 \leq x < 0 \quad \times \end{cases}$$

$$\text{ب) } f(x) = -1 \Rightarrow \begin{cases} x-1=-1 \rightarrow \boxed{x=0} & 0 \leq x \leq 2 \quad \checkmark \\ x+1=-1 \rightarrow \boxed{x=-2} & -2 \leq x < 0 \quad \checkmark \end{cases}$$

۱۰- تابع پیوسته f یک به یک بوده و وارون خود را در نقطه $A(a, f(a))$ قطع می کند. اگر $f(0) = 2$ باشد، مقدار

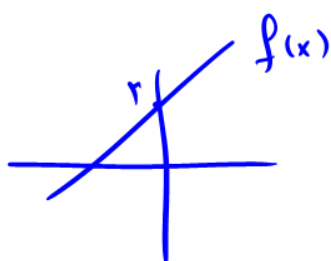
$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{x} \text{ کدام است؟}$$

$f'(a)$ (۴)

a (۳)

۲ (۲)

۱ (۱) ✓



$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(a)}{a} = \frac{a}{a} = 1$$

۱۱- اگر $\log(3x+1) = \begin{vmatrix} \log 5 & \log 2 \\ \log 2 & \log 5 \end{vmatrix}$ باشد، مقدار $\log_{\sqrt{2}} x$ کدام است؟

(۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) -2 ✓ (۳) 2 (۴) $\frac{1}{2}$

$$\log(3x+1) = (\log 5)^2 - (\log 2)^2 = (\log 5 - \log 2)(\log 5 + \log 2)$$

$\quad \quad \quad = \log \frac{5}{2} \quad \quad \quad = 1$

$$= \log(3x+1) = \log \frac{5}{2} \Rightarrow 3x+1 = \frac{5}{2} \rightarrow 3x = \frac{3}{2} \rightarrow x = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \log_{\sqrt{2}} x = \log_{\sqrt{2}} \frac{1}{2} = \log_{2^{\frac{1}{2}}} 2^{-1} = \frac{-1}{\frac{1}{2}} = -2$$

۱۲- اگر $2\sin\alpha < \sin 2\alpha$ و $\frac{\cot\alpha}{\sin\alpha} > 0$ باشد، انتهای کمان α در کدام ربع قرار دارد؟

(۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) ✓ چهارم

$$2\sin\alpha < \sin 2\alpha \Rightarrow 2\sin\alpha < 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha \Rightarrow \sin\alpha - \sin\alpha \cdot \cos\alpha < 0$$

$$= \sin\alpha (1 - \cos\alpha) < 0 \rightarrow \boxed{\sin\alpha < 0} < \frac{1}{2} \quad \quad \quad \wedge \quad \quad \quad (2)$$

$$\frac{\cot\alpha}{\sin\alpha} = \frac{\cos\alpha}{\sin^2\alpha} > 0 \rightarrow \cos\alpha > 0 < \frac{1}{2}$$

$$\frac{-R_n (r_v \cdot 10) + r_n (q \cdot 10)}{r_n (1n \cdot 10) + r_n \sin(r_n q \cdot 10)} = \frac{\cos 10 - r \sin 10}{r \sin 10 + r \sin 10} \div \cos 10$$

$$\text{Q.2)} : \tan 10 = \tan (\gamma - \epsilon_0) = \frac{\tan \gamma - \tan \epsilon_0}{1 + \tan \gamma \cdot \tan \epsilon_0} = r - \sqrt{c} \quad \xrightarrow{\text{①}} \frac{\sqrt{r}}{\phi} = r - \sqrt{c}$$

A diagram of a semi-circular arch of radius R and center O . A cable is suspended from the left support to a point on the arch. The cable is divided into three segments with lengths $\sqrt{4}$, $\sqrt{2}$, and $\sqrt{2}$ (all in blue). A vertical support is located at a distance f from the left support. The angle between the cable segment of length $\sqrt{2}$ and the horizontal is β (in blue). The angle between the cable segment of length $\sqrt{2}$ and the radius to the point of support is α (in black). A right-angle symbol is shown at the base of the vertical support.

$$\alpha + \beta = 90^\circ \Rightarrow \tan \alpha = \cot \beta \quad \text{or } \sqrt{3} \quad (1) \checkmark$$

$$t_{ann} = \frac{r\sqrt{c}}{c} = \frac{\sqrt{c}}{r}$$

$$f_y = \frac{\sqrt{v}}{\sqrt{n}} = \frac{1}{\sqrt{c}} = \frac{\sqrt{c}}{c}$$

$$\tan \beta = \tan(\alpha + \gamma) = \frac{\tan \alpha + \tan \gamma}{1 - \tan \alpha \cdot \tan \gamma} = \frac{\frac{\sqrt{c}}{c} + \frac{\sqrt{c}}{c}}{1 - \frac{\sqrt{c}}{c} \cdot \frac{\sqrt{c}}{c}} = \frac{\sqrt{c}}{c}$$

$$\Rightarrow \cot \beta = \frac{c}{\Delta \sqrt{c}} = \frac{\sqrt{c}}{0} = -\tan \alpha \rightarrow \angle \alpha = \pi - \sqrt{c}$$

۱۵- اگر $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{k + \cos(\sqrt{a} x)}{kx^2} = 3$ باشد، مقدار $\frac{a}{k}$ کدام است؟

۴ (۶) ✓

۳ (۳)

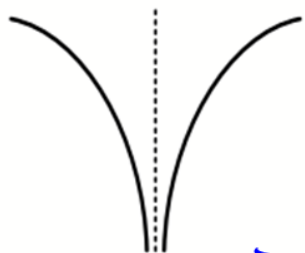
۳ (۲)

۶ (۱)

$$x \rightarrow 0 \quad \text{L'Hop} \quad k+1=0 \rightarrow \boxed{k=-1} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-1 + \cos \sqrt{a} x}{-x^2} = 3$$

$$\rightarrow \frac{-1 + 1 - \frac{ax^2}{2}}{-x^2} = 3 \Rightarrow \frac{a}{2} = 3 \rightarrow \boxed{a=6} \Rightarrow \frac{a}{k} = -6$$

۱۶- نمودار تابع $f(x) = \frac{a^2 x^2 - 2x + 1}{(x+a)(mx-2)}$ در همسایگی $x=-a$ به صورت شکل زیر است. اگر $y=-4$ مجانب افقی



تابع f باشد، مقدار a کدام است؟

۲ (۱)

۴ (۲)

۲ (۳) ✓

۴ (۴)

$$x = -a \quad \xrightarrow[\text{در خارج}]{\text{در کف}} \quad -ma - 2 = 0 \rightarrow m = -\frac{2}{a}$$

$$y = -4 \rightarrow \frac{a^2}{m} = -4 \rightarrow \frac{a^2}{-\frac{2}{a}} = -4 \rightarrow a^3 = 8 \rightarrow \boxed{a=2}$$

۱۷- حاصل $\lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{\cot x}{[x - \pi]}$ کدام است؟

(۴) $-\infty$

(۳) $+\infty$ ✓

(۲) ۱

(۱) صفر

$$\frac{\cot \pi^-}{[\pi^- - \pi]} = \frac{-\infty}{[0^-]} = \frac{-\infty}{-1} = +\infty$$

۱۸- تابع ناصفر f با ضابطه $f(x) = \frac{\sqrt{3}|ax+a|}{|x^2+(m-2)x+a^2|}$ روی $\mathbb{R} - \{a\}$ تعریف شده و برای هر $x \neq a$ پیوسته است.

اگر $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ موجود باشد، مقدار آن کدام است؟

(۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(۳) $\frac{2}{\sqrt{3}}$

(۲) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ✓

(۱) $\sqrt{3}$

$$x=a \text{ نریخت} \rightarrow a^m + (m-2)a + a^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a^2 + a + m - 2 = 0 \quad (5) \\ a = 0 \text{ - } x \text{ (} f \neq 0 \text{)} \end{cases}$$

$$x=a \xrightarrow{\text{محدود}} \sqrt{c}|a^2+a|=0 \rightarrow a^2+a=0 \begin{cases} a=0 \\ a=-1 \end{cases} \quad (1) \quad \checkmark$$

$$(1), (5) \rightarrow \boxed{m=2}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{3}|x+1|}{|x^2+1|} = \frac{\sqrt{3}}{|x^2-x+1|} = \frac{\sqrt{3}}{c}$$

۱۹- اگر $f(x) = \frac{|2x-4|}{\sqrt[3]{x^2}}$ و $g(x) = \frac{\sqrt{x^2-4x+4} + \sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}}$ باشد، مقدار $f'(1) - 2g'(1)$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{6}$ (۴) $-\frac{\sqrt{3}}{6}$ (۲) ✓

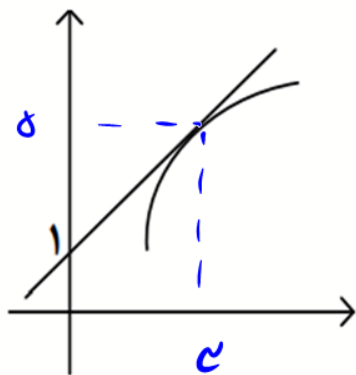
$$f = \frac{-2x+4}{\sqrt[3]{x^2}}$$

$$g = \frac{-x+2+\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}}$$

$$f-2g = \frac{-2\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}} = -2\sqrt{3} x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{-\frac{2}{3}}$$

$$= -2\sqrt{3} x^{-\frac{1}{6}} \rightarrow \frac{\sqrt{3}}{c} x^{-\frac{1}{6}} \xrightarrow{x=1} \frac{\sqrt{3}}{c}$$

۲۰- نمودار تابع f و خط مماس بر آن در نقطه $(3, 5)$ در شکل زیر رسم شده است. مقدار $f'(3)$ کدام است؟



$$f'(c) = \text{شیب}$$

$$\left| \begin{matrix} 5 & 1 \\ 3 & 0 \end{matrix} \right| \Rightarrow m = \frac{5-1}{3-0} = \frac{4}{3}$$

(۱) ۲

(۲) ۱

(۳) $\frac{2}{3}$

(۴) $\frac{4}{3}$ (۴) ✓

۲۱- تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} 2bx+c & x > a \\ 3x^2 & x \leq a \end{cases}$ روی $\mathbb{R}$ مشتق پذیر است. مقدار $a^3 + b - c$ کدام است؟

- (۱) $(a+1)^3 - 1$ ✓ (۲) $(a+1)^3 + 1$ (۳) $(a-1)^3 - 1$ (۴) $(a-1)^3 + 1$

پیش فرض: $2ab+c = 3a^2 \Rightarrow 9a^3 + c = 3a^2 \rightarrow \boxed{c = -3a^2}$

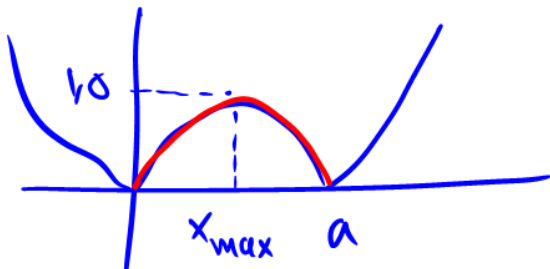
پیش فرض: $2b = 6a \rightarrow \boxed{b = 3a}$

$\therefore a^3 + b - c = a^3 + 3a + 3a^2 + 1 - 1 = (a+1)^3 - 1$

۲۲- ماکزیمم مطلق تابع $f(x) = \sqrt[3]{x^2} |x-a|$ روی بازه $[0, a]$ برابر $1/5$ است. مقدار a کدام است؟

- (۱) $2/5$ ✓ (۲) 2 (۳) $1/5$ (۴) 1

$f = \sqrt[3]{x^2} \cdot (x-a)$



$\frac{2}{3\sqrt[3]{x}}(x-a) + \sqrt[3]{x^2} = 0$

$\rightarrow 2x - 2a + 3x = 0 \rightarrow x = \frac{2}{5}a$

$\sqrt[3]{\frac{4}{25}a^2} \times \frac{2a}{5} = \frac{1}{5} \rightarrow a = \frac{5}{2} = 2.5$

نوین کنکور

کنکور

امتحان نهایی

**نوین کنکور
شرط لازم و کافی
برای موفقیت**

novinkonkor.com