

نوین کنکور

کنکور

امتحان نهایی

**نوین کنکور
شرط لازم و کافی
برای موفقیت**

novinkonkor.com

پاسخنامه تشریحی سوالات ریاضی کنکور ریاضی اردیبهشت ۱۴۰۴
محمد پاک نژاد دبیر ریاضی شهرستان لاهیجان ۰۹۱۱۲۴۱۲۶۳۳

۱- اگر مجموع ۹ جمله اول یک دنباله هندسی با قدر نسبت صحیح، ۷۳ برابر مجموع ۳ جمله اول آن باشد، جمله سوم این دنباله چند برابر جمله اول آن است؟

۹ (۴) ۸ (۳) ۴ (۲) ✓ ۳ (۱)

$$S_9 = 73 S_3 \longrightarrow \frac{a_1(1-q^9)}{1-q} = 73 \frac{a_1(1-q^3)}{1-q}$$

$$\longrightarrow 1 - (q^3)^3 = 73(1 - q^3)$$

$$\longrightarrow (1 - q^3)(1 + q^3 + q^6) = 73(1 - q^3)$$

$$\longrightarrow q^9 + q^6 + 1 = 73 \longrightarrow q^6 + q^3 - 72 = 0$$

$$\longrightarrow (q^3 - 8)(q^3 + 9) = 0 \longrightarrow q = \sqrt[3]{-9}, \sqrt[3]{8} \xrightarrow{q \in \mathbb{Z}} q = \sqrt[3]{8} = 2$$

$$\frac{a_3}{a_1} = \frac{a_1 q^2}{a_1} = q^2 = 2^2 = 4$$

پاسخنامه تشریحی سوالات ریاضی کنکور ریاضی اردیبهشت ۱۴۰۴
 محمد پاک نژاد دبیر ریاضی شهرستان لاهیجان ۰۹۱۱۲۴۱۲۶۳۳

۲- اگر $x^2 + \frac{10}{x^2+1} = 9$ باشد، مقدار $(x^2+1)^2 + \frac{100}{(x^2+1)^2}$ کدام است؟

۸۰ (۴)

۸۸ (۳)

۹۰ (۲)

۹۸ (۱)

$$\underbrace{x^2+1}_a + \frac{10}{\underbrace{x^2+1}_a} = 9+1$$

$$a + \frac{10}{a} = 10 \rightarrow a^2 + \frac{100}{a^2} + 10 = 100$$

$$\rightarrow a^2 + \frac{100}{a^2} = 100 \rightarrow (x^2+1)^2 + \frac{100}{(x^2+1)^2} = 100$$

پاسخنامه تشریحی سوالات ریاضی کنکور ریاضی اردیبهشت ۱۴۰۴
محمد پاک‌نژاد دبیر ریاضی شهرستان لاهیجان

۳- A و B دو زیرمجموعه از مجموعه مرجع U هستند. اگر $A \cup B' \subseteq A \cap B$ باشد، کدام مورد همواره برقرار است؟

A = $\emptyset$ (۴)

↓

$\emptyset \cup B' = B'$

$\emptyset \cap B = \emptyset$

$B' \neq \emptyset$

B = A (۳)

↓

$A \cup A' = U$

$A \cap A' = \emptyset$

$U \neq \emptyset$

A = U (۲)

↓

$U \cup B' = U$

$U \cap B = B$

$U \neq B$

B = U (۱)✓

↓

$A \cup U' = A \cup \emptyset = A$

$A \cap U = A$

↓

$A \subseteq A$

پاسخنامه تشریحی سوالات ریاضی کنکور ریاضی اردیبهشت ۱۴۰۴
محمد پاک‌نژاد دبیر ریاضی شهرستان لاهیجان

۵- اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 - 5x + 2 = 0$ باشند، مقدار $\frac{4\alpha + \beta^5}{5\beta^2}$ کدام است؟

۱۸ (۴)

۱۹ (۳)

۲۰ (۲)

۲۱ (۱)

$$x^2 - 5x + 2 = 0 \quad S = 5, \quad P = 2$$

$$\alpha\beta = 2 \rightarrow \beta = \frac{2}{\alpha} \rightarrow \beta^5 = \frac{2^5}{\alpha^5}$$

$$\begin{aligned} \frac{4\alpha + \beta^5}{5\beta^2} &= \frac{4\alpha}{5\beta^2} + \frac{\beta^5}{5\beta^2} = \frac{4\alpha}{5 \cdot \frac{2^5}{\alpha^5}} + \frac{\beta^5}{5} = \frac{4\alpha^6}{5 \cdot 2^5} + \frac{\beta^5}{5} = \frac{4\alpha^6 + \beta^5}{5} = \frac{S^5 - 2PS}{5} = \frac{5^5 - 2(5)(2)}{5} \\ &= \frac{125 - 20}{5} = \frac{105}{5} = 21 \end{aligned}$$

پاسخنامه تشریحی سوالات ریاضی کنکور ریاضی اردیبهشت ۱۴۰۴
محمد پاک نژاد دبیر ریاضی شهرستان لاهیجان

۷- تابع f با ضابطه $f(x) = \frac{5}{\sqrt{mx^2 - 8x + 39}}$ روی $\mathbb{R}$ تعریف شده است. اگر برای یک مقدار m ، بیشترین مقدار تابع f برابر ۱ باشد، مقدار $[m]$ کدام است؟

۳ (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) ✓ ۴ (۴) صفر

عبارت فیج ریشه ندارد پس $\Delta < 0$

$$48 - \Sigma(m)(39) = 48 - 156m < 0 \rightarrow m > \frac{19}{39}$$

$$-\frac{b}{2a} = -\frac{-8}{2m} = \frac{4}{m} \rightarrow \text{کمترین مقدار} = -\frac{19}{m} + 39$$

$$\rightarrow \frac{5}{\sqrt{39 - \frac{19}{m}}} = 1 \rightarrow \sqrt{39 - \frac{19}{m}} = 5 \rightarrow 39 - \frac{19}{m} = 25$$

$$\rightarrow \frac{19}{m} = 14 \rightarrow m = \frac{19}{14} \rightarrow \left[\frac{19}{14} \right] = 1$$

پاسخنامه تشریحی سوالات ریاضی کنکور ریاضی اردیبهشت ۱۴۰۴
محمد پاک‌نژاد دبیر ریاضی شهرستان لاهیجان

۸- اگر بزرگ‌ترین عامل مشترک دو چندجمله‌ای $p(x) = x^5 + ax^2$ و $q(x) = x^4 + 3x^2 + 2x^2$ ، دو جمله‌ای $x^n + x^2$ باشد، مقدار na کدام است؟

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱) ✓

$$p(x) = x^5 + ax^2 = x^2(x^3 + a)$$

$$q(x) = x^4 + 3x^2 + 2x^2 = x^2(x^2 + 3x + 2) = x^2(x+1)(x+2)$$

$a = -1$ حاصل مشترک دارند

۲ حاصل مشترک دارند

$$x^2(x+1) = x^2 + x^2 \longrightarrow n=2 \Rightarrow na=-2$$

پاسخنامه تشریحی سوالات ریاضی کنکور ریاضی اردیبهشت ۱۴۰۴

محمد پاک‌نژاد دبیر ریاضی شهرستان لاهیجان

۹- اگر $f(x) = \begin{cases} x-1 & 0 \leq x \leq 2 \\ x+1 & -2 \leq x < 0 \end{cases}$ باشد، معادله $f \circ f(x) = 0$ چند ریشه دارد؟

۴ (۴)

۳ (۳✓)

۲ (۲)

۱ (۱)

$$(f \circ f)(x) = f(f(x)) = 0$$

$$\begin{aligned} 0 \leq x \leq 2 & \longrightarrow f(x) = 0 \longrightarrow f(x) = 1 \longrightarrow x = 2, \quad x = 0 \\ -2 \leq x < 0 & \longrightarrow f(x) = 0 \longrightarrow f(x) = -1 \longrightarrow x = -2, \quad x = 0 \end{aligned}$$

پاسخنامه تشریحی سوالات ریاضی کنکور ریاضی اردیبهشت ۱۴۰۴
محمد پاک نژاد دبیر ریاضی شهرستان لاهیجان

۱۰- تابع پیوسته f یک به یک بوده و وارون خود را در نقطه $A(a, f(a))$ قطع می کند. اگر $f(0) = 2$ باشد، مقدار

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{x} \text{ کدام است؟}$$

$f'(a)$ (۴)

a (۳)

۲ (۲)

۱ (۱) ✓

f یک به یک و وارون خود را در نقطه $A(a, f(a))$ قطع می کند. پس $y = x$ از f می گذرد. $a = f(a)$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{x} = \frac{f(a)}{a} = 1$$

پاسخنامه تشریحی سوالات ریاضی کنکور ریاضی اردیبهشت ۱۴۰۴
محمد پاک نژاد دبیر ریاضی شهرستان لاهیجان

۱۱- اگر $\log(3x+1) = \begin{vmatrix} \log 5 & \log 2 \\ \log 2 & \log 5 \end{vmatrix}$ باشد، مقدار $\log_{\sqrt{2}} x$ کدام است؟

$\frac{1}{2}$ (۴)

۲ (۳)

-۲ (۲) ✓

$-\frac{1}{2}$ (۱)

$$\log(3x+1) = \log 5 \times \log 5 - \log 2 \times \log 2$$

$$\log(3x+1) = (\log 5)^2 - (\log 2)^2 = (\log 5 - \log 2)(\log 5 + \log 2) = \log \frac{5}{2} \times \log 10 = \log \frac{5}{2}$$

$$3x+1 = \frac{5}{2} \longrightarrow 3x = \frac{3}{2} \longrightarrow x = \frac{1}{2}$$

$$\log_{\sqrt{2}} x = \log_{2^{\frac{1}{2}}} \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \log_2 2^{-1} = -\frac{1}{2}$$

پاسخنامه تشریحی سوالات ریاضی کنکور ریاضی اردیبهشت ۱۴۰۴
محمد پاک‌نژاد دبیر ریاضی شهرستان لاهیجان

۱۲- اگر $2\sin\alpha < \sin 2\alpha$ و $\frac{\cot\alpha}{\sin\alpha} > 0$ باشد، انتهای کمان α در کدام ربع قرار دارد؟

(۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم ✓

$$\frac{\cot\alpha}{\sin\alpha} = \frac{\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}}{\sin\alpha} = \frac{\cos\alpha}{\underbrace{\sin^2\alpha}_{\text{مثبت}}} > 0 \rightarrow \cos\alpha > 0$$

(یعنی ربع اول یا چهارم)

$$\begin{aligned} 2\sin\alpha &< \sin 2\alpha \\ 2\sin\alpha &< 2\sin\alpha \cos\alpha \\ 2\sin\alpha - 2\sin\alpha \cos\alpha &< 0 \\ 2\sin\alpha (1 - \cos\alpha) &< 0 \\ \sin\alpha &< 0 \\ \sin\alpha &< 0 \end{aligned}$$

(یعنی ربع دوم یا سوم)

$\Rightarrow$ ربع اول

پاسخنامه تشریحی سوالات ریاضی کنکور ریاضی اردیبهشت ۱۴۰۴
محمد پاک‌نژاد دبیر ریاضی شهرستان لاهیجان

۱۳- حاصل عبارت $\frac{\sin(-285^\circ) + 2\cos(-105^\circ)}{2\sin(165^\circ) + 2\sin(375^\circ)}$ کدام است؟

۰٫۴√۳ (۴)

۰٫۲√۳ (۳) ✓

۰٫۴√۶ (۲)

۰٫۲√۶ (۱)

$$\begin{aligned} \frac{-\sin 285^\circ + 2\cos 105^\circ}{2\sin 165^\circ + 2\sin 375^\circ} &= \frac{-\sin(\frac{5\pi}{4} + 15^\circ) + 2\cos(\frac{\pi}{4} + 15^\circ)}{2\sin(180^\circ - 15^\circ) + 2\sin(180^\circ + 15^\circ)} = \frac{-\cos 15^\circ + 2\sin 15^\circ}{2\sin 15^\circ + 2\sin 15^\circ} = \frac{2\sin 15^\circ - \cos 15^\circ}{4\sin 15^\circ} \\ &= \frac{2\sin 15^\circ}{4\sin 15^\circ} - \frac{\cos 15^\circ}{4\sin 15^\circ} = \frac{1}{2} - \frac{1}{4}\tan 15^\circ = \frac{1}{2} - \frac{1}{4}\tan(45^\circ - 30^\circ) \\ &= \frac{1}{2} - \frac{1}{4}\left(\frac{1 - \frac{\sqrt{3}}{3}}{1 + \frac{\sqrt{3}}{3}}\right) = \frac{1}{2} - \frac{1}{4}\left(\frac{3 - \sqrt{3}}{3 + \sqrt{3}}\right) = \frac{1}{2} - \frac{1}{4}(3 - \sqrt{3}) = \frac{1}{2} - \frac{3}{4} + \frac{1}{4}\sqrt{3} \\ &= \frac{1}{4}\sqrt{3} = 0.25\sqrt{3} \end{aligned}$$

پاسخنامه تشریحی سوالات ریاضی کنکور ریاضی اردیبهشت ۱۴۰۴
محمد پاک نژاد دبیر ریاضی شهرستان لاهیجان

۱۵- اگر $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{k + \cos(\sqrt{a} x)}{kx^2} = 3$ باشد، مقدار $\frac{a}{k}$ کدام است؟

۶ (۴) ✓

۳ (۳)

۳ (۲)

۶ (۱)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{k + \cos(\sqrt{a} x)}{kx^2} = \frac{k+1}{0} \quad k+1=0 \rightarrow k=-1$$

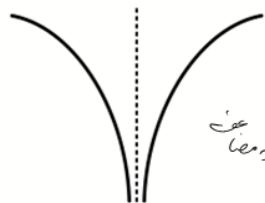
$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(\sqrt{a} x) - 1}{-x^2} = \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{Hop}} \frac{-\sqrt{a} \sin(\sqrt{a} x)}{-2x} = \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{Hop}} \frac{-a \cos(\sqrt{a} x)}{-2} = \frac{-a}{-2} = 3 \rightarrow a=6$$

$$\Rightarrow \frac{a}{k} = \frac{6}{-1} = -6$$

پاسخنامه تشریحی سوالات ریاضی کنکور ریاضی اردیبهشت ۱۴۰۴

محمد پاک‌نژاد دبیر ریاضی شهرستان لاهیجان

۱۶- نمودار تابع $f(x) = \frac{a^2x^2 - 2x + 1}{(x+a)(mx-2)}$ در همسایگی $x = -a$ به صورت شکل زیر است. اگر $y = -4$ مجانب افقی



تابع f باشد، مقدار a کدام است؟

$$\text{ریشه عمودی: } x = -a$$

(۱) -۲

ریشه عمودی

$$-ma - 2 = 0 \rightarrow m = -\frac{2}{a}$$

(۲) -۴

$$y = -4 \rightarrow \frac{a^2}{m} = -4$$

(۳) ۲ ✓

(۴) ۴

$$\Rightarrow \frac{a^2}{-\frac{2}{a}} = -4 \rightarrow a^3 = 8 \rightarrow a = 2$$

پاسخنامه تشریحی سوالات ریاضی کنکور ریاضی اردیبهشت ۱۴۰۴
محمد پاک نژاد دبیر ریاضی شهرستان لاهیجان

۱۷- حاصل $\lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{\cot x}{[x - \pi]}$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) $+\infty$ ✓ (۴) $-\infty$

$$\lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{\cot x}{[x - \pi]} = \frac{\cot \pi^-}{[0^-]} = \frac{-\infty}{-1} = +\infty$$

پاسخنامه تشریحی سوالات ریاضی کنکور ریاضی اردیبهشت ۱۴۰۴

محمد پاک‌نژاد دبیر ریاضی شهرستان لاهیجان

۱۸- تابع ناصفر f با ضابطه $f(x) = \frac{\sqrt{3} |ax + a|}{|x^2 + (m-2)x + a^2|}$ روی $\mathbb{R} - \{a\}$ تعریف شده و برای هر $x \neq a$ پیوسته است.

اگر $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ موجود باشد، مقدار آن کدام است؟

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (۴)$$

$$\frac{2}{\sqrt{3}} \quad (۳)$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} \quad (۲) \checkmark$$

$$\sqrt{3} \quad (۱)$$

$$x=a \text{ ریشه صفر} \rightarrow a^2 + a = 0 \rightarrow a = 0, -1$$

$$x=a \text{ ریشه فنج}$$

$$a^2 + (m-2)a + a^2 = 0 \rightarrow a(a^2 + (m-2)a + a) = 0 \rightarrow \begin{cases} a=0 & \times \\ a^2 + a + m-2=0 & \xrightarrow{a=-1} m=2 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{3} |-x-1|}{|x^2+1|} = \sqrt{3} \left| \frac{-(x+1)}{(x+1)(x^2-x+1)} \right| = \sqrt{3} \left| \frac{-1}{1} \right| = \frac{\sqrt{3}}{1} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

پاسخنامه تشریحی سوالات ریاضی کنکور ریاضی اردیبهشت ۱۴۰۴

محمد پاک‌نژاد دبیر ریاضی شهرستان لاهیجان

۱۹- اگر $f(x) = \frac{|2x-4|}{\sqrt[3]{x^2}}$ و $g(x) = \frac{\sqrt{x^2-4x+4} + \sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}}$ باشد، مقدار $f'(1) - 2g'(1)$ کدام است؟

$-\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۱) $\frac{\sqrt{3}}{6}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۲) ✓ $-\frac{\sqrt{3}}{6}$ (۴)

$$f'(1) - 2g'(1) = (f - 2g)'(1)$$

$$f(x) = \frac{-2x+4}{\sqrt[3]{x^2}}$$

$$g(x) = \frac{|x-2| + \sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}} = \frac{-x+2+\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}}$$

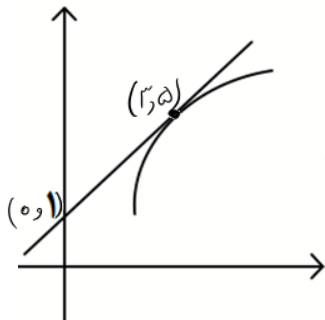
$$\Rightarrow f - 2g = \frac{-2x+4-2(-x+2+\sqrt{3x})}{\sqrt[3]{x^2}} = \frac{-2\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}} = \frac{-2\sqrt{3x}}{x^{\frac{2}{3}}} = -2\sqrt{3x} x^{-\frac{2}{3}}$$

$$(f - 2g)'(x) = \frac{-4}{\sqrt[3]{x}} x^{-\frac{2}{3}} - \frac{2}{3} x^{-\frac{5}{3}} (-\sqrt{3x})$$

$$\begin{aligned} (f - 2g)'(1) &= -\frac{4}{\sqrt[3]{1}} - \frac{2}{3} (-\sqrt{3}) = -\frac{4}{\sqrt[3]{1}} + \frac{2\sqrt{3}}{3} \\ &= \frac{\sqrt{3}}{3} \end{aligned}$$

پاسخنامه تشریحی سوالات ریاضی کنکور ریاضی اردیبهشت ۱۴۰۴
محمد پاک‌نژاد دبیر ریاضی شهرستان لاهیجان

۲۰- نمودار تابع f و خط مماس بر آن در نقطه $(3, 5)$ در شکل زیر رسم شده است. مقدار $f'(3)$ کدام است؟



$$\text{شیب خط مماس} = \frac{5-1}{3-0} = \frac{4}{3}$$

(۱) ۲

(۲) ۱

(۳) $\frac{2}{3}$

(۴) $\frac{4}{3}$ ✓

پاسخنامه تشریحی سوالات ریاضی کنکور ریاضی اردیبهشت ۱۴۰۴

محمد پاک نژاد دبیر ریاضی شهرستان لاهیجان

۲۱- تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} 2bx+c & x > a \\ 3x^2 & x \leq a \end{cases}$ روی $\mathbb{R}$ مشتق پذیر است. مقدار $a^3 + b - c$ کدام است؟

- (۱) $(a+1)^3 - 1$ (۲) $(a+1)^3 + 1$ (۳) $(a-1)^3 - 1$ (۴) $(a-1)^3 + 1$ ✓

روش اول : $\begin{cases} f'_{\text{چپ}} = 2a^2 \\ f'_{\text{راست}} = 6a \end{cases} \Rightarrow 2a^2 = 6a + c$

روش دوم : $\begin{cases} \text{مشتق چپ} = 2a \\ \text{مشتق راست} = 6a \end{cases} \rightarrow 2a = 6a \rightarrow a = 0 \Rightarrow \begin{cases} 2a^2 = 2a(0) + c \\ 2a^2 = 0 + c \rightarrow c = 0 \end{cases}$

$$\begin{aligned} \Rightarrow a^3 + b - c &= a^3 + 3a + 3a^2 = a^3 + 3a^2 + 3a \\ &= a^3 - 3a^2 + 3a + 1 - 1 = (a+1)^3 - 1 \end{aligned}$$

پاسخنامه تشریحی سوالات ریاضی کنکور ریاضی اردیبهشت ۱۴۰۴

محمد پاک‌نژاد دبیر ریاضی شهرستان لاهیجان

۲۲- ماکزیمم مطلق تابع $f(x) = \sqrt[3]{x^2} |x-a|$ روی بازه $[0, a]$ برابر $1/5$ است. مقدار a کدام است؟

۱ (۴)

۱/۵ (۳)

۲ (۲)

۲/۵ (۱) ✓

$$x=0 \rightarrow y=0$$

$$x=a \rightarrow y=0$$

$$[0, a]$$

$$x/a \in [0, 1]$$

$$\Rightarrow f(x) = -\sqrt[3]{x^2}(x-a)$$

$$\rightarrow f'(x) = \frac{-2x}{\sqrt[3]{x^4}}(x-a) - \sqrt[3]{x^2} = 0$$

$$\rightarrow \frac{-2}{\sqrt[3]{x}}(x-a) - \sqrt[3]{x^2} = 0$$

$$\rightarrow -2x + 2a = x^3$$

$$\rightarrow 2x = 2a \rightarrow x = \frac{2}{5}a \rightarrow \text{نقطه اکستیمم مطلق}$$

$$f\left(\frac{2}{5}a\right) = 1/5 \rightarrow -\sqrt[3]{\frac{4}{25}a^2} \times \left(\frac{2}{5}a - a\right) = 1/5$$

$$\rightarrow -\sqrt[3]{\frac{4}{25}a^2} \left(-\frac{3}{5}a\right) = \frac{1}{5}$$

$$\rightarrow \sqrt[3]{\frac{4}{25}a^2} \times a = \frac{5}{3} \rightarrow \frac{4}{25}a^2 \times a^3 = \frac{125}{27}$$

$$\rightarrow a^5 = \frac{125 \times 25}{4 \times 27} = \frac{5^5}{4 \times 27} \rightarrow a = \frac{5}{3}$$

نوین کنکور

کنکور

امتحان نهایی

**نوین کنکور
شرط لازم و کافی
برای موفقیت**

novinkonkor.com