

نوین کنکور

کنکور

امتحان نهایی

**نوین کنکور
شرط لازم و کافی
برای موفقیت**

novinkonkor.com

۲- اگر $x^2 + \frac{10}{x^2+1} = 9$ باشد، مقدار $(x^2+1)^2 + \frac{100}{(x^2+1)^2}$ کدام است؟

۸۰ (۴) ✓

۸۸ (۳)

۹۰ (۲)

۹۸ (۱)

$$x^2 + \frac{10}{x^2+1} = 9 \Rightarrow +1 \Rightarrow \boxed{x^2+1} + \frac{10}{\boxed{x^2+1}} = 10 \Rightarrow t + \frac{10}{t} = 10$$

$$\Rightarrow \text{طرفین بر توان ۲} \Rightarrow t^2 + \frac{100}{t^2} + 20 = 100 \Rightarrow t^2 + \frac{100}{t^2} = 80 \Rightarrow \boxed{(x^2+1)^2 + \frac{100}{(x^2+1)^2} = 80}$$

۵- اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 - 5x + 2 = 0$ باشند، مقدار $\frac{4\alpha + \beta^5}{5\beta^2}$ کدام است؟

۱۸ (۴)

۱۹ (۳) ✓

۲۰ (۲)

۲۱ (۱)

حزب مصلحت‌نکرده $\alpha < \beta < \alpha$ ، پس مرتب نمی‌کند

$$\frac{4\alpha}{5\beta^2} + \frac{\beta^5}{5}$$

جوابها با هم برابر

$$\Rightarrow \text{مبارک در ۳ عوض} \Rightarrow \frac{4\beta}{5\alpha^2} + \frac{\alpha^5}{5}$$

$$\Rightarrow \oplus \Rightarrow$$

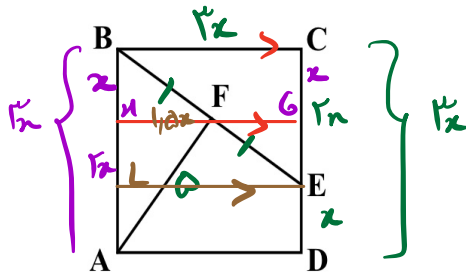
$$\boxed{S=5, P=2}$$

$$\frac{4}{5} \frac{\alpha}{\beta^2} + \frac{4}{5} \frac{\beta}{\alpha^2} + \frac{\beta^5}{5} + \frac{\alpha^5}{5} = \frac{4}{5} \left(\frac{S^2 - P^2}{P^2} \right) + \frac{1}{5} (S^5 - P^5)$$

$$\frac{4}{5} \left(\frac{\alpha^5 + \beta^5}{\alpha^2 \beta^2} \right) + \frac{1}{5} (\alpha^5 + \beta^5) \Rightarrow \frac{4}{5} \left(\frac{125 - 2}{5} \right) + \frac{1}{5} (125 - 32)$$

$$\Rightarrow 19 + 19 = 38 \xrightarrow{(\div 2)} 19$$

۶- در مربع شکل زیر، $CD = 3ED$ و نقطه F، وسط پاره خط BE قرار دارد. اگر $AF = 5$ باشد، مساحت چهارضلعی



ADEF کدام است؟

$$FG \parallel BC \Rightarrow \frac{EF}{EB} = \frac{1}{2} = \frac{EG}{EC} \Rightarrow CG = x$$

$$\downarrow$$

$$BG = x$$

طبق سیم

$$HF \parallel EL \Rightarrow \frac{BL}{BF} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{FL}{FE} = \frac{1}{2} \Rightarrow FL = \frac{1}{2}x$$

$$LE = \frac{1}{2}x$$

$$AK' + FK' = AF' \Rightarrow 2x' + 1.5x' = 5 \Rightarrow 3.5x' = 5 \Rightarrow x' = \frac{10}{7} \Rightarrow n = 2$$

$$ADEF = S_{\text{مربع}} - (S_{\triangle AFB} + S_{\triangle EBC}) \rightarrow 36 - (9 + 12) = 15$$

۷- تابع f با ضابطه $f(x) = \frac{5}{\sqrt{mx^2 - 11x + 39}}$ روی $\mathbb{R}$ تعریف شده است. اگر برای یک مقدار m، بیشترین مقدار تابع

f برابر ۱ باشد، مقدار [m] کدام است؟

(۴) صفر

(۳) ۱ ✓

(۲) ۲

(۱) ۳

$$f_{\text{بیشترین مقدار تابع}} = 1 \Rightarrow \sqrt{mx^2 - 11x + 39} = 5 \Rightarrow mx^2 - 11x + 39 = 25$$

$$D = b^2 - 4ac = 44 - 154m$$

$$\left[\frac{-D}{4a} \right] \leftarrow \text{بیشترین مقدار درجه دو برابر ۱}$$

$$\Rightarrow \frac{-D}{4a} = \frac{154m - 44}{4m} = 1 \Rightarrow 154m - 44 = 4m \Rightarrow 150m = 44 \Rightarrow m = \frac{11}{37.5} = 1, \dots \rightarrow [m] = 1$$

۸- اگر بزرگ‌ترین عامل مشترک دو چندجمله‌ای $p(x) = x^5 + ax^3$ و $q(x) = x^4 + 3x^3 + 2x^2$ ، دو جمله‌ای $x^n + x^3$ باشد، مقدار na کدام است؟

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱) ✓

هر عبارت منفرجه $\Rightarrow n \leq -1 \Rightarrow n^2 + n^4 = n^2(n+1)$
 کوچک‌ترین توان مشترک x در هر کدام
 عبارت برابر ۲
 $\Rightarrow n = 2 \Rightarrow n^2 + n^4 = n^2(n+1)$
 $\Rightarrow n \times a = 2 \times -1 = -2$
 $E = a \leftarrow -1 - a = 0 \leftarrow p(-1) = 0$

۹- اگر $f(x) = \begin{cases} x-1 & 0 \leq x \leq 2 \\ x+1 & -2 \leq x < 0 \end{cases}$ باشد، معادله $f \circ f(x) = 0$ چند ریشه دارد؟

۱ (۴)

۲ (۳) ✓

۳ (۲)

۴ (۱)

$f \circ f(x) = 0 \Rightarrow f(\square) = 0 \Rightarrow$ کجا $f(x)$ فرجه منفرجه $\Rightarrow \begin{cases} x-1=0 \Rightarrow x=1 \\ x+1=0 \Rightarrow x=-1 \end{cases}$
 $\square = \begin{cases} 1 \\ -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f(x)=1 \Rightarrow \begin{cases} x-1=1 \Rightarrow x=2 \checkmark \\ x+1=1 \Rightarrow x=0 \times \end{cases} \\ f(x)=-1 \Rightarrow \begin{cases} x-1=-1 \Rightarrow x=0 \checkmark \\ x+1=-1 \Rightarrow x=-2 \checkmark \end{cases} \end{cases}$
 در نتیجه $\Rightarrow$

۱۰- تابع پیوسته f یک به یک بوده و وارون خود را در نقطه $A(a, f(a))$ قطع می کند. اگر $f(0) = 2$ باشد، مقدار

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{x} \text{ کدام است؟}$$

$f'(a)$ (۴)

a (۳)

۲ (۲)

۱ (۱) ✓

تابع پیوسته و نقطه $(a, f(a))$ در تابع هست و نقطه $(f(a), a)$ هم در تابع است.

$$\lim_{n \rightarrow a} \frac{f(n)}{n} = \frac{a}{a} = 1 \leftarrow f(a) = a \leftarrow \text{رسم محور برضد با وارون در خط } y=x \text{ است}$$

۱۱- اگر $\log(3x+1) = \begin{vmatrix} \log 5 & \log 2 \\ \log 2 & \log 5 \end{vmatrix}$ باشد، مقدار $\log_{\sqrt{2}} x$ کدام است؟

$\frac{1}{2}$ (۴)

۲ (۳)

-۲ (۲) ✓

$-\frac{1}{2}$ (۱)

$$\begin{vmatrix} \log 5 & \log 2 \\ \log 2 & \log 5 \end{vmatrix} = \log 5^2 - \log 2^2 = (\log 5 - \log 2)(\log 5 + \log 2) = \log 5/2 = \log 2.5$$

$$\Rightarrow \log 2.5 = \log 5/2 \Rightarrow \log 5 - \log 2 = \log 5/2 \Rightarrow \log 2 = \log 5 - \log 5/2 = \log 2.5 = -1$$

۱۲- اگر $\sin^2 \alpha < 2 \sin \alpha$ و $\frac{\cot \alpha}{\sin \alpha} > 0$ باشد، انتهای کمان α در کدام ربع قرار دارد؟

چهارم (۴) ✓

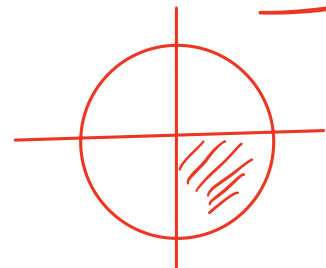
سوم (۳)

دوم (۲)

اول (۱)

$$\sin^2 \alpha < 2 \sin \alpha \Rightarrow \sin^2 \alpha - 2 \sin \alpha < 0 \Rightarrow \sin \alpha (\sin \alpha - 2) < 0 \Rightarrow \sin \alpha < 2$$

$$\frac{\cot \alpha}{\sin \alpha} > 0 \Rightarrow \frac{\cos \alpha}{\sin^2 \alpha} > 0 \Rightarrow \cos \alpha > 0$$



۱۳- حاصل عبارت $\frac{\sin(-285^\circ) + 2\cos(-105^\circ)}{2\sin(165^\circ) + 3\sin(375^\circ)}$ کدام است؟

۰,۴√۳ (۴)

۰,۲√۳ (۳) ✓

۰,۴√۶ (۲)

۰,۲√۶ (۱)

$$\sin(-285^\circ) = -\sin(285^\circ) = -\sin(270^\circ + 15^\circ) = -\cos(15^\circ)$$

$$\cos(-15^\circ) = \cos(15^\circ) = \cos(90^\circ - 75^\circ) = \sin(75^\circ)$$

$$\sin(145^\circ) = \sin(180^\circ - 35^\circ) = \sin(35^\circ)$$

$$\sin(375^\circ) = \sin(360^\circ + 15^\circ) = \sin(15^\circ)$$

$$\Rightarrow \frac{\cos(15^\circ) - 2\sin(15^\circ)}{2\sin(15^\circ) + 3\sin(15^\circ)} = \frac{1}{5} \left[\frac{\cos(15^\circ) - 2\sin(15^\circ)}{\sin(15^\circ)} \right] = \frac{1}{5} \left[\cot(15^\circ) - 2 \right]$$

$$\Rightarrow \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{2}{5} = \frac{0}{5} = 0 \quad \text{یا } 0,2\sqrt{3}$$

$$\sin 15^\circ = \frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}$$

$$\cos 15^\circ = \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$$

$$\cot 15^\circ = \sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}}$$

$$\times \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{\sqrt{2+\sqrt{3}}} = \sqrt{(2+\sqrt{3})^2} = 2+\sqrt{3}$$

۱۵- اگر $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{k + \cos(\sqrt{a} x)}{kx^2} = 3$ باشد، مقدار $\frac{a}{k}$ کدام است؟

-۶ (۴) ✓

-۳ (۳)

۳ (۲)

۶ (۱)

$$\cos(u) = 1 - \frac{u^2}{2} \quad \text{هم‌ارزی}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{k + 1 - \frac{ax^2}{2}}{kx^2} \Rightarrow k + 1 - \frac{ax^2}{2} \rightarrow 0 \Rightarrow k + 1 = 0 \Rightarrow k = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-\frac{ax^2}{2}}{kx^2} = \frac{-a}{2k} = 3 \Rightarrow \frac{a}{k} = -6$$

۱۶- نمودار تابع $f(x) = \frac{a^2 x^2 - 2x + 1}{(x+a)(mx-2)}$ در همسایگی $x = -a$ به صورت شکل زیر است. اگر $y = -4$ مجانب افقی

تابع f باشد، مقدار a کدام است؟

(۱) -۲

(۲) -۴

(۳) ۲ ✓

(۴) ۴

طبق شکل معجز ریشه مضاعف

$$\begin{cases} x+a=0 \Rightarrow x=-a \\ mx-2=0 \Rightarrow x=\frac{2}{m} \end{cases} \Rightarrow \text{برابر} \Rightarrow \frac{2}{m} = -a \Rightarrow m = \frac{2}{-a}$$

$$y = -4 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -4 \Rightarrow \frac{a^2 x^2}{mx^2} = \frac{a^2}{m} = -4 \Rightarrow a^2 = -4m$$

$$a^2 = -f\left(-\frac{2}{a}\right) \Rightarrow a^2 = \frac{1}{a} \Rightarrow a^3 = 1 \Rightarrow a = 1$$

۱۷- حاصل $\lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{\cot x}{[x - \pi]}$ کدام است؟

(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) $+\infty$ ✓

(۴) $-\infty$

$$\frac{-\infty}{[n-n]} = +\infty$$

۱۸- تابع ناصفر f با ضابطه $f(x) = \frac{\sqrt{3}|ax+a|}{|x^3+(m-2)x+a^2|}$ روی $\mathbb{R} - \{a\}$ تعریف شده و برای هر $x \neq a$ پیوسته است.

اگر $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ موجود باشد، مقدار آن کدام است؟

(۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(۳) $\frac{2}{\sqrt{3}}$

(۲) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ✓

(۱) $\sqrt{3}$

در یک تابع کسری هر موقع در یک نقطه حد داریم بی‌پایه نیست یعنی آن نقطه ریشه صورت و مخرج کسر است

در صورت سوال گفته‌اند $\mathbb{R} - \{a\}$ پس $G \Rightarrow \sqrt{3}|ax+a|=0 \Rightarrow ax+a=0 \Rightarrow x=-1 \Rightarrow$ ریشه صورت

$\Rightarrow |x^3+(m-2)x+1|=0 \Rightarrow$ باید ریشه مخرج ۱ شود $\rightarrow (-1)^3+(m-2)(-1)+1=0 \Rightarrow m=2$ (۱) $a=-1$

$f(n) = \frac{\sqrt{3}|n-1|}{|n^3+1|} = \frac{0}{0} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}(x+1)}{x^3+1} \Rightarrow x \neq -1 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{3}}{x^2} = \frac{\sqrt{3}}{1}$
 $x \rightarrow -1$

۱۹- اگر $f(x) = \frac{|2x-4|}{\sqrt[3]{x^2}}$ و $g(x) = \frac{\sqrt{x^2-4x+4} + \sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}}$ باشد، مقدار $f'(1) - 2g'(1)$ کدام است؟

(۴) $-\frac{\sqrt{3}}{6}$

(۳) $\frac{\sqrt{3}}{6}$

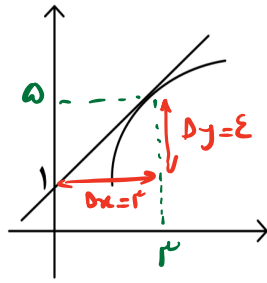
(۲) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ✓

(۱) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

$x^2-4x+4=(x-2)^2 \Rightarrow g(x) = \frac{\sqrt{(x-2)^2} + \sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}} = \frac{|x-2| + \sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}}$

$f'(1) - 2g'(1) \rightarrow (f(x) - 2g(x))' \Rightarrow \frac{\overbrace{2|x-2|}^0 + \sqrt{3x} - 2|x-2| - 2\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}} = \frac{-2\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}} = \frac{-2\sqrt{3} \times x^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{2}{3}}} = -2\sqrt{3}x^{-\frac{1}{6}}$
 $\xrightarrow{x \rightarrow 1} -2\sqrt{3} \times \frac{1}{4} \times x^{-\frac{1}{4}} \rightarrow x=1 \rightarrow \frac{2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

۲۰- نمودار تابع f و خط مماس بر آن در نقطه $(3, 5)$ در شکل زیر رسم شده است. مقدار $f'(3)$ کدام است؟



$$\Rightarrow m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{4}{3}$$

(۱) ۲

(۲) ۱

(۳) $\frac{2}{3}$

(۴) $\frac{4}{3}$ ✓

۲۱- تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} 2bx+c & x > a \\ 3x^2 & x \leq a \end{cases}$ روی $\mathbb{R}$ مشتق پذیر است. مقدار $a^3 + b - c$ کدام است؟

(۴) $(a-1)^3 + 1$

(۳) $(a-1)^3 - 1$

(۲) $(a+1)^3 + 1$

(۱) $(a+1)^3 - 1$ ✓

$$\left. \begin{array}{l} a^+ \rightarrow 2ab+c \\ a^- = f(a) \rightarrow 3a^2 \end{array} \right\} \text{سریستری در } a \Rightarrow 2ab+c = 3a^2 \Rightarrow 4a^2+c = 3a^2 \Rightarrow c = -a^2$$

$$f'(x) = \begin{cases} 2b & x > a \\ 6x & x \leq a \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{l} f'_+(a) = 2b \\ f'_-(a) = 6a \end{array} \Rightarrow 2b = 6a \Rightarrow b = 3a$$

$$a^3 + b - c = a^3 + 3a + a^2 = (a+1)^3 - 1$$

۲۲- ماکزیمم مطلق تابع $f(x) = \sqrt[3]{x^2} |x-a|$ روی بازه $[0, a]$ برابر $1/5$ است. مقدار a کدام است؟

$a > 0$

(۴) ۱

(۳) $1/5$

(۲) ۲

(۱) $2/5$ ✓

$$f(x) = \sqrt[3]{x^2} |x-a| \Rightarrow x \text{ نقطه بحرانی} = \frac{1 \cdot x + \frac{2}{3}xa}{1 + \frac{2}{3}} = \frac{\frac{2}{3}a}{\frac{5}{3}} = \frac{2}{5}a$$

$$f\left(\frac{2}{5}a\right) = \sqrt[3]{\left(\frac{2}{5}a\right)^2} \left|\frac{2}{5}a - a\right| = 1/5 \Rightarrow \sqrt[3]{\frac{4}{25}a^2} \times \frac{1}{5}a = \frac{1}{5} \Rightarrow a = 5/2$$

۲۳- اگر انحراف ۵ داده آماری از y ، به ترتیب برابر -۱ ، -۵ ، -۶ ، -۷ و ۴ باشد، واریانس داده‌های اصلی کدام است؟

۲۵٫۴ (۴)

۲۴٫۶ (۳)

۱۶٫۴ (۲) ✓

۱۵٫۶ (۱)

$$x_1 - y = 2 \rightarrow x_1 = y + 2$$

$$x_2 - y = -1 \rightarrow x_2 = y - 1$$

$$x_3 - y = -4 \rightarrow x_3 = y - 4 \quad \Rightarrow \bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{5y - 15}{5} = y - 3$$

$$x_4 - y = -5 \rightarrow x_4 = y - 5$$

$$x_5 - y = -1 \rightarrow x_5 = y - 1$$

$$s^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{(y+2-y+3)^2 + (y-1-y+3)^2 + (y-4-y+3)^2 + (y-5-y+3)^2 + (y-1-y+3)^2}{5}$$

۴۹ ۱۶ ۹ ۴ ۴

$$s^2 = \frac{82}{5} \times \frac{2}{1} = \frac{164}{5} = 32.8$$

۲۴- برای دو پیشامد A و B از فضای نمونه S، روابط $P(A-B) = P(A)P(B')$ و $P(A) = 1/6$ و $P(B) = 1/4$ برقرار است. اگر

$P(A' \cap B') = 0.25$ باشد، مقدار $P(A \cup B')$ کدام است؟

$$\frac{27}{40} \quad (1)$$

$$\frac{13}{20} \quad (2)$$

$$\frac{17}{20} \quad (3) \checkmark$$

$$\frac{31}{40} \quad (4)$$

$$P(A \cap B')$$

$$P(A-B) = P(A) \times P(B') \Rightarrow A, B' \text{ مستقل}$$

$$P(A) = 1/6$$

$$P(A' \cap B') = P(A') \times P(B') = 1/4$$

$$(1 - \overbrace{P(A)}^{1/6})(1 - P(B)) = 1 - P(B) - 1/6 P(B) + 1/6 P(B) = 1/4 \Rightarrow 1/6 P(B) - 1/6 P(B) + \frac{1}{6} = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = (-1/6)^2 - 4(1/6)(\frac{1}{6}) = 1/36 - 4/36 = -3/36 = -1/12$$

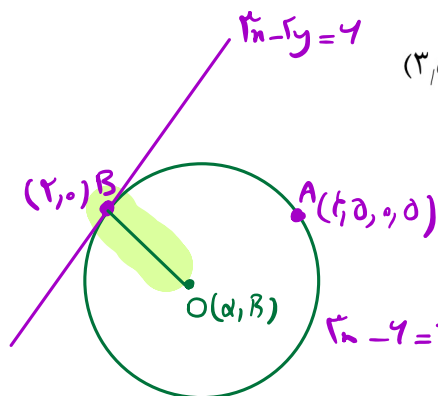
$$\Rightarrow P(B) = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{1/6 \pm 1/12}{1/6} \left\{ \begin{array}{l} + \rightarrow \frac{2/12}{1/6} = 1/2 \\ - \rightarrow \frac{1/12}{1/6} = 1/2 \end{array} \right. \rightarrow P(A) = 1/6 \times \frac{1}{2} = 1/12$$

$$P(A \cup B') = P(A) + P(B') - P(A \cap B') = P(A) + P(B') - P(A) \times P(B') = P(A) + P(B') \times P(A') = 1/12 + 1/2 \times 5/6 = 1/12 + 5/12 = 6/12 = 1/2$$

۳۵- مختصات مرکز دایره‌ای که از نقطه $(\frac{4}{5}, \frac{5}{5})$ بگذرد و بر خط $3x - 2y = 6$ در نقطه $(2, 0)$ مماس باشد، کدام

است؟

- (۱) $(\frac{2}{5}, 4)$ (۲) $(3, \frac{1}{5})$ (۳) $(4, -\frac{3}{5})$ (۴) $(\frac{3}{5}, -1)$ ✓



$$\frac{k}{r} = \text{شیب فلانماس} \Rightarrow 2 - \frac{4}{3} = \frac{5}{3} \Rightarrow 2 = \frac{4}{3} + \frac{5}{3} \Rightarrow 2 = \frac{9}{3} \Rightarrow 2 = 3 \quad \text{اینجا اشتباه است}$$

$$\text{شیب فلانماس} = -\frac{2}{3} \Rightarrow y = -\frac{2}{3}x + \frac{4}{3} \Rightarrow (2, 0) \text{ در این خط است}$$

$$O(\alpha, \beta) \Rightarrow \beta = -\frac{2}{3}\alpha + \frac{4}{3} \Rightarrow \text{چند گزینه‌ها را امتحان می‌کنیم} \Rightarrow \left(\frac{3}{5}, -1 \right)$$

$\alpha \quad \beta$

نوین کنکور

کنکور

امتحان نهایی

**نوین کنکور
شرط لازم و کافی
برای موفقیت**

novinkonkor.com