

نوین کنکور

کنکور

امتحان نهایی

**نوین کنکور
شرط لازم و کافی
برای موفقیت**

novinkonkor.com

$$n = 9$$

$$q \in \mathbb{Z}$$

۱- اگر مجموع ۹ جمله اول یک دنباله هندسی با قدر نسبت صحیح، ۷۳ برابر مجموع ۳ جمله اول آن باشد، جمله سوم این دنباله چند برابر جمله اول آن است؟

$$9 \text{ (۴)}$$

$$8 \text{ (۳)}$$

$$4 \text{ (۲)}$$

$$3 \text{ (۱)}$$

$$S_9 = 73 \quad S_3$$

$$\frac{a_1(q^9-1)}{q-1} = 73 \times \frac{a_1(q^3-1)}{q-1} \rightarrow (q^3-1)(q^6+q^3+1) = 73(q^3-1)$$

$$q^3 = t$$

$$\rightarrow t^2+t+1=73 \rightarrow t^2+t-72=0 \rightarrow (t+9)(t-8)=0 \quad \begin{cases} t=-9 \\ t=8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} q^3 = -9 \xrightarrow{q \in \mathbb{Z}} \text{ غلط } \\ q^3 = 8 \rightarrow q=2 \text{ قاطع } \end{cases}$$

$$\text{در نتیجه: } a_3 = a_1 q^2 = q^2 = 4$$

سطح سؤال (متوسط) 

$$-2 \quad \text{اگر } x^2 + \frac{10}{x^2+1} = 9 \text{ باشد، مقدار } (x^2+1)^2 + \frac{100}{(x^2+1)^2} \text{ کدام است؟}$$

$$10 \text{ (۴)}$$

$$88 \text{ (۳)}$$

$$90 \text{ (۲)}$$

$$98 \text{ (۱)}$$

$$+1 + \frac{10}{x^2+1} = 10 \rightarrow t + \frac{10}{t} = 10 \quad \textcircled{I}$$

$$\text{هراتۀ ی سؤال} \quad t^2 + \frac{10}{t} = 10 \text{ می داریم:}$$

$$\rightarrow \text{طریقه به توان ۲} \quad t^2 + \frac{10}{t} + 20 = 100 \rightarrow t^2 + \frac{10}{t} = 80$$

سطح سؤال: آسان

۳- A و B دو زیرمجموعه از مجموعه مرجع U هستند. اگر $A \cup B' \subseteq A \cap B$ باشد، کدام مورد همواره برقرار است؟

~~$A = \emptyset$ (۴)~~

~~$B = A$ (۳)~~

~~$A = U$ (۲)~~

$B = U$ (۱)

کامینه کمی دشت کنیم :

$B = U \Rightarrow B' = \emptyset$

$A \cup \emptyset = A$ I $\Rightarrow$: $I \subseteq II$
 $A \cap U = A$ II

سلع سؤال آسان

۵- اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 - 5x + 2 = 0$ باشند، مقدار $\frac{4\alpha + \beta^5}{5\beta^2}$ کدام است؟

۱۸ (۴)

۱۹ (۳)

۲۰ (۲)

۲۱ (۱)

$\alpha\beta = 2 \Rightarrow \beta = \frac{2}{\alpha} \Rightarrow \beta^2 = \frac{4}{\alpha^2}$

$$\frac{4}{5} \frac{2}{\beta^2} + \frac{1}{5} \beta^5 = \frac{4}{5} \frac{2}{\frac{4}{\alpha^2}} = \frac{\alpha^2}{5} + \frac{\beta^5}{5} = \frac{5^2 - 2 \cdot 2}{5} = \frac{125 - 4}{5} = \frac{121}{5} = 24.2$$

$S = 5$, $P = 2$

۷- تابع f با ضابطه $f(x) = \frac{5}{\sqrt{mx^2 - 11x + 39}}$ روی $\mathbb{R}$ تعریف شده است. اگر برای یک مقدار m ، بیشترین مقدار تابع

f برابر ۱ باشد، مقدار $[m]$ کدام است؟

(۳) ۱ (۲) ۲ (۱) ۳ (۴) صفر

$\frac{17}{39} > m$: $74 - 4(m)(39) < 0$: Δ باسی
 مبراز باسی

$\frac{5}{\sqrt{mx^2 - 11x + 39}} = 1 \rightarrow \sqrt{mx^2 - 11x + 39} = 5$

$\Delta = 121 - 4m \times 39 < 0$

$121 - 156m < 0$

$m < \frac{121}{156} = \frac{11}{12} \rightarrow [m] = 1$

۸- اگر بزرگترین عامل مشترک دو چند جمله‌ای $p(x) = x^5 + ax^3$ و $q(x) = x^6 + 3x^3 + 2x^2$ ، دو جمله‌ای $x^n + x^3$ باشد، مقدار na کدام است؟

(۱) ۲

(۲) -۱

(۳) ۲

(۴) ۱

$$q(x) = x^2(x^4 + 3x + 2) = x^2(x+1)(x+2)$$

$$p(x) = x^3(x^2 + a)$$

$$a = -1$$

$$(x-1)(x+1) = x^2(x-1)(x+1)$$

$$na = -2 \quad a = -1 \quad n = 2$$

سطح سوال : متوسط

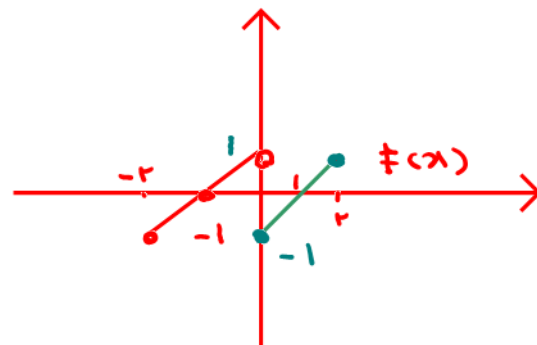
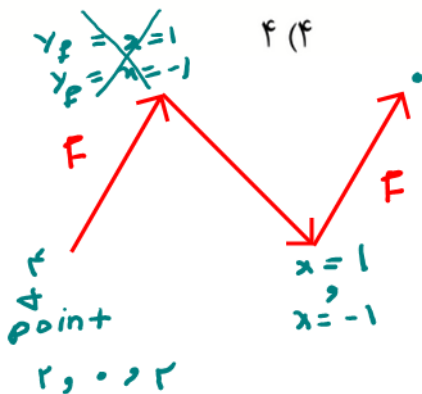
۹- اگر $f(x) = \begin{cases} x-1 & 0 \leq x \leq 2 \\ x+1 & -2 \leq x < 0 \end{cases}$ باشد، معادله $f \circ f(x) = 0$ چند ریشه دارد؟

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴



سطح سوال : نسبتاً دشوار

۱۰- تابع پیوسته f یک به یک بوده و وارون خود را در نقطه $A(a, f(a))$ قطع می کند. اگر $f(0) = 2$ باشد، مقدار

I

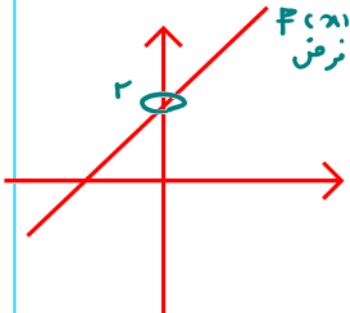
$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{x} \text{ کدام است؟}$$

(۱) (۱)

(۲) (۲)

(۳) a

(۴) $f'(a)$



$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{x} = \frac{f(a)}{a} = \frac{a}{a} = 1$$

بازتاب I : $(a, f(a)) \in F$
 $(f(a), a) \in F$



۱۱- اگر $\log(3x+1) = \frac{\log 5 \cdot \log 2}{\log 2 \cdot \log 5}$ باشد، مقدار $\log_{\sqrt{2}} x$ کدام است؟

(۱) $-\frac{1}{2}$

(۲) -2

(۳) 2

(۴) $\frac{1}{2}$

$$\log(3x+1) = \frac{(\log 5)^2 - (\log 2)^2}{(\log 5 + \log 2)(\log 5 - \log 2)} = \frac{(\log 5 + \log 2)(\log 5 - \log 2)}{(\log 5 + \log 2)(\log 5 - \log 2)}$$

$$\log(3x+1) = \log 5 \rightarrow 3x+1 = 5 \rightarrow x = \frac{4}{3}$$

در نتیجه: $\log_{\sqrt{2}} \frac{4}{3} = -2$

سطح سوال: متوسط

۱۲- اگر $2\sin\alpha < \sin 2\alpha$ و $\frac{\cot\alpha}{\sin\alpha} > 0$ باشد، انتهای کمان α در کدام ربع قرار دارد؟

(۱) اول

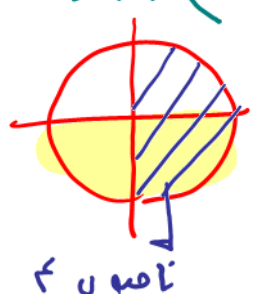
(۲) دوم

(۳) سوم

(۴) چهارم

$$\cancel{2\sin\alpha} < \cancel{2\sin\alpha} \cdot \cos\alpha \rightarrow \sin\alpha \cdot \cos\alpha - \sin\alpha > 0$$

$$\sin\alpha (\cos\alpha - 1) > 0 \quad : \quad \sin\alpha < 0$$

$$\text{II} \quad \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} > 0 \quad : \quad \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} > 0 \rightarrow \cos\alpha > 0 \quad \text{و (I) (II)}$$


سؤال: آسان

۱۳- حاصل عبارت $\frac{\sin(-285^\circ) + 2\cos(-105^\circ)}{2\sin(165^\circ) + 3\sin(75^\circ)}$ کدام است؟

$\frac{27+15}{9+15}$ (۱) $0.2\sqrt{6}$ (۲) $0.4\sqrt{6}$ (۳) $0.4\sqrt{3}$ (۴)

$$: \quad \frac{\cos 15^\circ - 2\sin 15^\circ}{2\sin 15^\circ + 3\sin 15^\circ} = \frac{\cos 15^\circ}{5} - \frac{2}{5} \quad \text{(I)}$$

$$\cos 15^\circ = \frac{1}{5} \quad : \quad \underbrace{\cos 15^\circ}_x = \cos(75^\circ - 60^\circ) = \frac{\cos 75^\circ \cos 60^\circ + \sin 75^\circ \sin 60^\circ}{1}$$

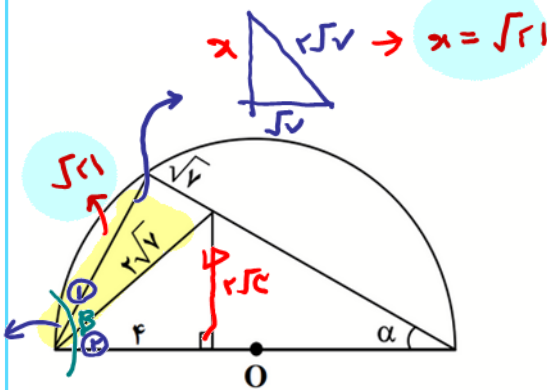
$$\frac{1}{x} = \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1} \times \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+1} = \frac{2+\sqrt{2}}{2} - 1 + \sqrt{2} \rightarrow x = \frac{\sqrt{2}-1}{1+\sqrt{2}}$$

$$\text{(I)} \quad \frac{2+\sqrt{2}}{5} - \frac{2}{5} = \frac{\sqrt{2}}{5} = \frac{1}{2}\sqrt{2}$$

سؤال: سبباً دشوار

۱۴- در نیم‌دایره شکل زیر، مقدار $\tan \alpha$ کدام است؟

- (۱) $0,2\sqrt{3}$
(۲) $0,3\sqrt{3}$
(۳) $0,4\sqrt{3}$
(۴) $0,5\sqrt{3}$



I. $\sqrt{2^2 - 1^2} = 2\sqrt{3}$ +9 B. +9 B = 1

+9 (B) = 6 + 9 α : (V)

$\theta_1 \rightarrow \theta_2 \rightarrow \tan \theta_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\tan \theta_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow$

$\frac{\tan \theta_1 + \tan \theta_2}{1 - \tan \theta_1 \cdot \tan \theta_2} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}}{1 - \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{2\sqrt{3}}{1 - \frac{3}{4}} = \frac{2\sqrt{3}}{\frac{1}{4}} = 8\sqrt{3}$

(II) $\tan \alpha = \frac{2}{5\sqrt{3}} = \frac{1}{5}\sqrt{3} = 0,2\sqrt{3}$

مسئله سوال: سبباً دوار

۱۵- اگر $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{k + \cos(\sqrt{a} x)}{kx^2} = 3$ باشد، مقدار $\frac{a}{k}$ کدام است؟

(۳) -۳

(۲) ۳

(۱) ۶

(۴) -۶

$u \sim 1 - \frac{nu^2}{2}$:

$\frac{k + 1 - \frac{(\sqrt{a}x)^2}{2}}{kx^2} = 3$

نتیجه $\rightarrow$ $k = -1$
 $-\frac{a}{2k} = 3$
 $\rightarrow a = 6$

$\frac{a}{2} = \frac{6}{-1} = -6$

مسئله سوال: متوسط

۱۶- نمودار تابع $f(x) = \frac{a^2x^2 - 2x + 1}{(x+a)(mx-2)}$ در همسایگی $x = -a$ به صورت شکل زیر است. اگر $y = -4$ مجانب افقی

تابع f باشد، مقدار a کدام است؟

بایستی $x = -a$ و $mx - 2$ با هم:

(۱) -۲

(۲) -۴

(۳) ۲

(۴) ۴

I : $-ma - 2 = 0 \rightarrow m = -\frac{2}{a}$

II $y = -4 \rightarrow \text{Max} : \frac{a^2}{m} = -4$
 $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = -4$

$\frac{a^2}{-\frac{2}{a}} = -4$
 $a = 2$

سطح سؤال: متوسط

صیغه ی: $\pi + \pi < 0$

۱۷- حاصل $\lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{\cot x}{[x - \pi]}$ کدام است؟
 (۱) صفر (۲) ۱

(۴) $-\infty$

(۳) $+\infty$

ج: $\frac{-\infty}{-\infty} = +\infty$

سطح سؤال: ساره

۱۸- تابع ناصفر f با ضابطه $f(x) = \frac{\sqrt{3}|ax+a|}{|x^2+(m-2)x+a^2|}$ روی $\mathbb{R} - \{a\}$ تعریف شده و برای هر $x \neq a$ پیوسته است.

رستش می‌خورد

اگر $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ موجود باشد، مقدار آن کدام است؟

(۱) $\sqrt{3}$ (۲) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (۳) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

$a^2 + (m-2)a + a^2 = 0 \rightarrow a^2 + a + (m-2) = 0$ $\xrightarrow{a=-1}$ $1 - 1 + m - 2 = 0 \rightarrow m = 2$
نیز قابل قبول $a=0$

از طرفی $x=a$ و $\lim_{x \rightarrow a}$: $x=a$ باقی $\rightarrow a^2 + a = 0$ $\begin{cases} a=0 \times \\ a=-1 \end{cases}$ $\rightarrow$ $\frac{1}{\sqrt{3}}$ $\rightarrow$ $\frac{1}{\sqrt{3}}$

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{3}|x-1|}{|x^2+1|} \xrightarrow{H-O} \frac{\sqrt{3}}{x^2} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

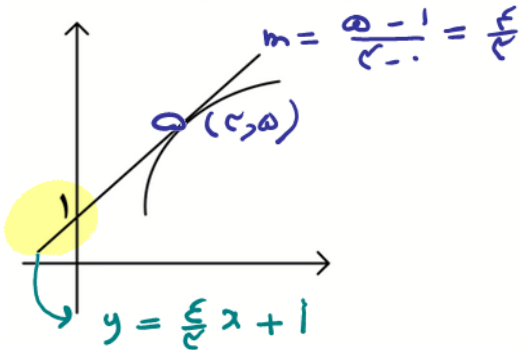
$x \rightarrow +1$

۱۹- اگر $f(x) = \frac{|2x-3|}{\sqrt{x^2}}$ و $g(x) = \frac{\sqrt{x^2-4x+4} + \sqrt{3x}}{\sqrt{x^2}}$ باشد، مقدار $f'(1) - 2g'(1)$ کدام است؟
(۱) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{6}$ (۴) $-\frac{\sqrt{3}}{6}$

$f - 2g = - \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x^2}} \rightarrow$ مشتق $\left(-2\sqrt{x} \times x^{-\frac{1}{2}} \right)'_{(1)} = -\frac{\sqrt{x}}{x}$

سپع سوال: مربوط

۲۰- نمودار تابع f و خط مماس بر آن در نقطه $(3, 5)$ در شکل زیر رسم شده است. مقدار $f'(3)$ کدام است؟



(۱) ۲

(۲) ۱

(۳) $\frac{2}{3}$

(۴) $\frac{4}{3}$ ✓

سطح سؤال: ساده

۲۱- تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} 2bx + c & x > a \\ 3x^2 & x \leq a \end{cases}$ روی $\mathbb{R}$ مشتق پذیر است. مقدار $a^2 + b - c$ کدام است؟

(۴) $(a-1)^2 + 1$

(۳) $(a-1)^2 - 1$

(۲) $(a+1)^2 + 1$

(۱) $(a+1)^2 - 1$

I, $2ab + c = 3a^2 \rightarrow c = 3a^2 - 2ab = -2a^2$: پیوسته است

II, $f'_- = f'_+ \neq \pm\infty$: $\underbrace{2b}_- = \underbrace{3a}_+ \rightarrow b = \frac{3}{2}a$

در نتیجه : $a^2 + 2a + 2a^2 + 1 - 1 = (a+1)^2 - 1$

۲۲- ماکزیمم مطلق تابع $f(x) = \sqrt[3]{x^2} |x-a|$ روی بازه $[0, a]$ برابر $1/5$ است. مقدار a کدام است؟

(۴) ۱

(۳) $1/5$
ست صبیح

(۲) ۲

(۱) $2/5$

$x = 0 \rightarrow \bullet$
 $x = a \rightarrow \bullet$
 $x = x_{max} ?$

$$f = -\sqrt[3]{x^2} (x-a)$$

$$\left(\frac{2}{\sqrt[3]{x}} (x-a) + \sqrt[3]{x^2} \right) = 0$$

$$2x - 2a + \sqrt[3]{x^3} = 0$$

$$x = \frac{2}{3} a \quad \text{Max}$$

$$\frac{4}{27} = \sqrt[3]{\frac{4}{27} a^3} \times \left(\frac{2}{3} a - a \right)$$

+

$$\frac{4}{27} = \sqrt[3]{\frac{4}{27} a^3} \times a \rightarrow \frac{12/5}{1} = \frac{4}{27} a^3 \rightarrow a = \frac{5}{2} \rightarrow a = 2,5$$

نوین کنکور

کنکور

امتحان نهایی

**نوین کنکور
شرط لازم و کافی
برای موفقیت**

novinkonkor.com