

نوین کنکور

کنکور

امتحان نهایی

**نوین کنکور
شرط لازم و کافی
برای موفقیت**

novinkonkor.com

پاسخ تشریحی سوالات کنکور سراسری ۱۴۰۴ (نوبت اول)

سوال ۱: گزینه ۲

۱- اگر مجموع ۹ جمله اول یک دنباله هندسی با قدر نسبت صحیح، ۷۳ برابر مجموع ۳ جمله اول آن باشد، جمله سوم این دنباله چند برابر جمله اول آن است؟

(۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۸ (۴) ۹

$$S_9 = 73 S_3 \Rightarrow \frac{a_9}{a_1} = r^8 = ?$$

$$\frac{S_9}{S_3} = \frac{\frac{a_1(1-r^9)}{1-r}}{\frac{a_1(1-r^3)}{1-r}} = \frac{1-r^9}{1-r^3} = \frac{1-t^3}{1-t} = t^2 + t + 1 = 73, \quad \boxed{r^3 = t}$$

$$t^2 + t + 1 = 73 \Rightarrow t^2 + t - 72 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = +8 \\ t = -9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} r = 2 \in \mathbb{Z} \\ r = \sqrt[3]{-9} \end{cases} \Rightarrow \frac{a_9}{a_1} = r^8 = 4$$

سوال ۲: گزینه ۴

۲- اگر $x^2 + \frac{10}{x^2+1} = 9$ باشد، مقدار $(x^2+1)^2 + \frac{100}{(x^2+1)^2}$ کدام است؟

(۱) ۹۸ (۲) ۹۰ (۳) ۸۸ (۴) ۸۰

$$x^2 + \frac{10}{x^2+1} = 9 \xrightarrow{+1} x^2 + 1 + \frac{10}{x^2+1} = 9 + 1 \Rightarrow (x^2+1) + \frac{10}{(x^2+1)} = 10 \xrightarrow{\text{به توان ۲}}$$

$$(x^2+1)^2 + \left(\frac{10}{(x^2+1)}\right)^2 + 2 \times (x^2+1) \times \frac{10}{(x^2+1)} = 10^2 \Rightarrow$$

$$(x^2+1)^2 + \frac{100}{(x^2+1)^2} + 20 = 100 \Rightarrow (x^2+1)^2 + \frac{100}{(x^2+1)^2} = 80$$

سوال ۳: گزینه‌ی ۱

۳- A و B دو زیرمجموعه از مجموعه مرجع U هستند. اگر $A \cup B' \subseteq A \cap B$ باشد، کدام مورد همواره برقرار است؟

- (۱) $B = U$ (۲) $A = U$ (۳) $B = A$ (۴) $A = \emptyset$

بررسی گزینه‌ها

۱) $A \cup B' \subseteq A \cap B \Rightarrow A \cup \emptyset \subseteq A \cap U \Rightarrow A \subseteq A$ ✓

۲) $A \cup B' \subseteq A \cap B \Rightarrow U \cup B' \subseteq U \cap B \Rightarrow U \subseteq B$ ✗

۳) $A \cup B' \subseteq A \cap B \Rightarrow A \cup A' \subseteq A \cap A \Rightarrow U \subseteq A$ ✗

۴) $A \cup B' \subseteq A \cap B \Rightarrow \emptyset \cup B' \subseteq \emptyset \cap B \Rightarrow B' \subseteq \emptyset$ ✗

سوال ۴: گزینه‌ی ۴

۴- گزاره $\sim p \Leftrightarrow q$ هم‌ارز منطقی کدام گزاره است؟

- (۱) $(\sim p \wedge q) \wedge (\sim p \vee q)$ (۲) $\sim [(\sim p \vee q) \vee (\sim p \wedge q)]$
(۳) $(\sim p \vee q) \vee (\sim p \wedge q)$ (۴) $\sim [(\sim p \wedge q) \wedge (\sim p \vee q)]$

$$\begin{aligned} \sim p \Leftrightarrow q &\equiv (\sim p \vee q) \Rightarrow (\sim p \wedge q) \equiv \sim (\sim p \vee q) \vee (\sim p \wedge q) \\ &\equiv \sim [(\sim p \vee q) \wedge \sim (\sim p \wedge q)] \\ &\equiv \sim [\sim (\sim p \wedge q) \wedge (\sim p \vee q)] \end{aligned}$$

سوال ۵: گزینه‌ی ۳

۵- اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 - 5x + 2 = 0$ باشند، مقدار $\frac{4\alpha + \beta^5}{5\beta^2}$ کدام است؟

- (۱) ۲۱ (۲) ۲۰ (۳) ۱۹ (۴) ۱۸

$$S = \alpha + \beta = 5 \Rightarrow \alpha = 5 - \beta$$

$$\beta^2 - 5\beta + 2 = 0 \Rightarrow \boxed{\beta^2 = 5\beta - 2}$$

$$\beta^4 = (5\beta - 2)^2 = 25\beta^2 - 20\beta + 4 = 25(5\beta - 2) - 20\beta + 4 = 125\beta - 50 - 20\beta + 4$$

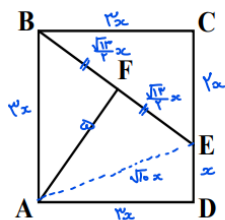
$$\beta^4 = 105\beta - 46 \Rightarrow \beta^5 = 105\beta^2 - 46\beta = 105(5\beta - 2) - 46\beta = \boxed{479\beta - 210}$$

$$\boxed{5\beta^2 = 25\beta - 10}$$

$$\frac{4\alpha + \beta^5}{5\beta^2} = \frac{(20 - 4\beta) + (479\beta - 210)}{25\beta - 10} = \frac{475\beta - 190}{25\beta - 10} = \frac{19(25\beta - 10)}{25\beta - 10} = 19$$

سوال ۶: گزینه‌ی ۲

۶- در مربع شکل زیر، $CD = 3ED$ و نقطه F ، وسط پاره خط BE قرار دارد. اگر $AF = 5$ باشد، مساحت چهارضلعی



ADEF کدام است؟

- (۱) ۱۰
- (۲) ۱۵
- (۳) ۲۰
- (۴) ۲۵

$$BE = \sqrt{(3x)^2 + (x)^2} = \sqrt{10}x$$

$$AE = \sqrt{x^2 + (3x)^2} = \sqrt{10}x$$

AF میانه در مثلث ABE است:

$$5^2 = \frac{(3x)^2 + (\sqrt{10}x)^2}{2} - \left(\frac{\sqrt{13}}{2}x\right)^2 = \frac{19x^2}{2} - \frac{13x^2}{4} = \frac{25x^2}{4} \Rightarrow x = 2$$

$$P_{ABF} = \frac{5 + \sqrt{13} + 6}{2} = \frac{11 + \sqrt{13}}{2}$$

$$\begin{aligned} S_{ABF} &= \sqrt{\frac{11 + \sqrt{13}}{2} \left(\frac{11 + \sqrt{13}}{2} - 5 \right) \left(\frac{11 + \sqrt{13}}{2} - 6 \right) \left(\frac{11 + \sqrt{13}}{2} - \sqrt{13} \right)} \\ &= \sqrt{\frac{11 + \sqrt{13}}{2} \left(\frac{1 + \sqrt{13}}{2} \right) \left(\frac{-1 + \sqrt{13}}{2} - 6 \right) \left(\frac{11 - \sqrt{13}}{2} - \sqrt{13} \right)} = \sqrt{\frac{108}{4} \times \frac{12}{4}} \\ &= \sqrt{27 \times 3} = 9 \end{aligned}$$

$$S_{AFED} = S_{ABCD} - (S_{ABF} + S_{BCE}) = 4 - (9 + 12) = 4 - 21 = 15$$

سوال ۷: گزینه ۳

۷- تابع f با ضابطه $f(x) = \frac{5}{\sqrt{mx^2 - 8x + 39}}$ روی $\mathbb{R}$ تعریف شده است. اگر برای یک مقدار m ، بیشترین مقدار تابع

f برابر ۱ باشد، مقدار $[m]$ کدام است؟

(۴) صفر

(۳) ۱

(۲) ۲

(۱) ۳

نقطه‌ی x_0 را در نظر می‌گیریم که در آن بیشترین مقدار تابع رخ می‌دهد:

$$f(x_0) = 1, \quad f'(x_0) = 0$$

$$f'(x) = \frac{-5(2mx - 8)}{2\sqrt{(mx^2 - 8x + 39)^3}}$$

$$f'(x_0) = -\frac{5(2mx_0 - 8)}{2\sqrt{(mx_0^2 - 8x_0 + 39)^3}} = 0 \Rightarrow (2mx_0 - 8) = 0 \Rightarrow \boxed{mx_0 = 4}$$

$$f(x_0) = \frac{5}{\sqrt{mx_0^2 - 8x_0 + 39}} = 1 \Rightarrow 5 = \sqrt{4x_0 - 8x_0 + 39} = \sqrt{39 - 4x_0} \Rightarrow x_0 = \frac{14}{4}$$

$$\Rightarrow m = \frac{4}{x_0} = \frac{4}{\frac{14}{4}} = \frac{16}{14} \Rightarrow [m] = 1$$

سوال ۸: گزینه ۱

۸- اگر بزرگ‌ترین عامل مشترک دو چندجمله‌ای $p(x) = x^5 + ax^2$ و $q(x) = x^6 + 3x^2 + 2x^2$ ، دوجمله‌ای $x^n + x^2$ باشد، مقدار na کدام است؟

(۴) ۱

(۳) ۲

(۲) -۱

(۱) -۲

$$p(x) = x^5 + ax^2 = x^2(x^3 + a)$$

$$q(x) = x^6 + 3x^2 + 2x^2 = x^2(x^4 + 3x + 2) = x^2(x + 1)(x + 2)$$

$$(p(x), q(x)) = x^2 + x^n = \begin{cases} x^2(x + 1) = x^3 + x^2 & \checkmark \\ \text{یا} \\ x^2(x + 2) = x^3 + 2x^2 \end{cases} \Rightarrow a = -1, n = 2 \Rightarrow na = -2$$

سوال ۹: گزینه‌ی ۳

$$f(x) = \begin{cases} x-1 & 0 \leq x \leq 2 \\ x+1 & -2 \leq x < 0 \end{cases} \quad \text{اگر } -9$$

معادله $f \circ f(x) = 0$ چند ریشه دارد؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

$$f(f(x)) = 0$$

$f(x)$ درونی را A می‌نامیم:

$$f(A) = 0 \Rightarrow A = \setminus, A = -\setminus$$

$$f(x) = A = \setminus \Rightarrow \boxed{x = 2}$$

$$f(x) = A = -\setminus \Rightarrow \boxed{x = 0}, \boxed{x = -2}$$

سوال ۱۰: گزینه‌ی ۱

۱۰- تابع پیوسته f یک‌به‌یک بوده و وارون خود را در نقطه $A(a, f(a))$ قطع می‌کند. اگر $f(0) = 2$ باشد، مقدار

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{x} \quad \text{کدام است؟}$$

$f'(a)$ (۴)

a (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

یک تابع وارون خود را روی خط $y = x$ قطع می‌کند، پس

$$A(a, f(a)) = A(a, a) \Rightarrow f(a) = a$$

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{x} = \frac{f(a)}{a} = \frac{a}{a} = 1$$

سوال ۱۱: گزینه ۲

۱۱- اگر $\log(3x+1) = \begin{vmatrix} \log 5 & \log 2 \\ \log 2 & \log 5 \end{vmatrix}$ باشد، مقدار $\log_{\sqrt{2}} x$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) -2 (۳) 2 (۴) $\frac{1}{2}$

$$\log(3x+1) = (\log 5)^2 - (\log 2)^2 = (\log 5 + \log 2)(\log 5 - \log 2) = (\log 10) \left(\log \frac{5}{2} \right)$$

$$3x+1 = \frac{5}{2} \Rightarrow x = \frac{1}{2} \Rightarrow \log_{\sqrt{2}} \frac{1}{2} = \log_{\sqrt{2}} \left(\frac{1}{2} \right)^{(-1)} = (-1) \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) \log_{\sqrt{2}} 2 = -2$$

سوال ۱۲: گزینه ۴

۱۲- اگر $2\sin\alpha < \sin 2\alpha$ و $\frac{\cot\alpha}{\sin\alpha} > 0$ باشد، انتهای کمان α در کدام ربع قرار دارد؟

- (۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

$$\frac{\cot\alpha}{\sin\alpha} > 0 \Rightarrow \frac{\cos\alpha}{\sin^2\alpha} > 0 \Rightarrow 0 < \cos\alpha < 1 \Rightarrow 1 - \cos\alpha > 0$$

ناحیه اول یا چهارم

$$2\sin\alpha - \sin 2\alpha < 0 \Rightarrow 2\sin\alpha - 2\sin\alpha\cos\alpha < 0 \Rightarrow 2\sin\alpha(1 - \cos\alpha) < 0$$

$$\Rightarrow \sin\alpha < 0$$

ناحیه چهارم

سوال ۱۳: گزینه‌ی ۳

۱۳- حاصل عبارت $\frac{\sin(-285^\circ) + 2\cos(-105^\circ)}{2\sin(165^\circ) + 3\sin(375^\circ)}$ کدام است؟

- (۱) $0.2\sqrt{6}$ (۲) $0.4\sqrt{6}$ (۳) $0.2\sqrt{3}$ (۴) $0.4\sqrt{3}$

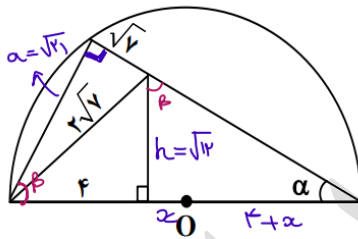
$$\frac{\sin(-285^\circ) + 2\cos(-105^\circ)}{2\sin(165^\circ) + 3\sin(375^\circ)} = \frac{-\sin(270^\circ + 15^\circ) + 2\cos(90^\circ + 15^\circ)}{2\sin(180^\circ - 15^\circ) + 3\sin(360^\circ + 15^\circ)} =$$

$$\frac{\cos 15^\circ - 2\sin 15^\circ}{2\sin 15^\circ + 3\sin 15^\circ} = \frac{\cos 15^\circ - 2\sin 15^\circ}{5\sin 15^\circ} = \frac{\cot 15^\circ - 2}{5} = \frac{2 + \sqrt{3}}{5} - \frac{2}{5} = \frac{\sqrt{3}}{5} = 0.2\sqrt{3}$$

$$* \tan 30^\circ = \frac{2\tan 15^\circ}{1 - \tan^2 15^\circ} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \tan 15^\circ = -\sqrt{3} + 2 \Rightarrow \cot 15^\circ = 2 + \sqrt{3}$$

سوال ۱۴: گزینه‌ی ۱

۱۴- در نیم‌دایره شکل زیر، مقدار $\tan \alpha$ کدام است؟



- (۱) $0.2\sqrt{3}$ (۲) $0.3\sqrt{3}$ (۳) $0.4\sqrt{3}$ (۴) $0.5\sqrt{3}$

$$a = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 - (\sqrt{3})^2} = \sqrt{12 - 3} = \sqrt{9} = 3$$

$$h = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 - (4)^2} = \sqrt{12 - 16} = \sqrt{-4} = 2\sqrt{3}$$

$$\sin \alpha = \frac{2\sqrt{3}}{y} = \frac{\sqrt{21}}{2x+4} \Rightarrow \boxed{4\sqrt{3}x + 16\sqrt{3} = \sqrt{21}y}$$

$$\tan \alpha = \frac{2\sqrt{3}}{2x+4} = \frac{\sqrt{21}}{\sqrt{3}+y} \Rightarrow 2\sqrt{21} + 2\sqrt{3}y = 2\sqrt{21}x + 4\sqrt{21}$$

$$2\sqrt{21} = 2\sqrt{3}y - 2\sqrt{21}x \xrightarrow{\times \sqrt{3}} 14\sqrt{3} = 2\sqrt{21}y - 14\sqrt{3}x \Rightarrow$$

$$14\sqrt{3} = 2(4\sqrt{3}x + 16\sqrt{3}) - 14\sqrt{3}x = 8\sqrt{3}x + 32\sqrt{3} - 14\sqrt{3}x = 32\sqrt{3} - 6\sqrt{3}x$$

$$6\sqrt{3}x = 32\sqrt{3} - 14\sqrt{3} = 18\sqrt{3} \Rightarrow x = 3 \Rightarrow \tan \alpha = \frac{2\sqrt{3}}{2x+4} = \frac{2\sqrt{3}}{6+4} = 0.2\sqrt{3}$$

سوال ۱۵: گزینه‌ی ۴

۱۵- اگر $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{k + \cos(\sqrt{a}x)}{kx^2} = 3$ باشد، مقدار $\frac{a}{k}$ کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۳ (۳) -۳ (۴) -۶

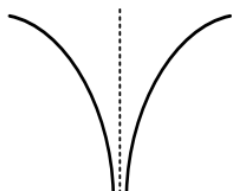
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{k + \cos(\sqrt{a}x)}{kx^2} = \frac{k + 1}{0} \Rightarrow k = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-1 + \cos(\sqrt{a}x)}{-x^2} \xrightarrow{HOP} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-\sqrt{a} \sin(\sqrt{a}x)}{-2x} = \frac{0}{0} \xrightarrow{HOP} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-a \cos(\sqrt{a}x)}{-2} = \frac{-a}{-2} = 3$$

$$a = 6 \Rightarrow \frac{a}{k} = \frac{6}{-1} = -6$$

سوال ۱۶: گزینه‌ی ۳

۱۶- نمودار تابع $f(x) = \frac{a^2x^2 - 2x + 1}{(x+a)(mx-2)}$ در همسایگی $x = -a$ به صورت شکل زیر است. اگر $y = -4$ مجانب افقی تابع f باشد، مقدار a کدام است؟



- (۱) -۲
(۲) -۴
(۳) ۲
(۴) ۴

$a^2x^2 - 2x + 1$ عبارت هیچ گاه صفر نمی شود، زیرا $f(x) < -4$ است. a^2 همواره مثبت است، پس عبارت صورت همواره مثبت و عبارت مخرج همواره منفی است، پس $m < 0$ است یک ریشه‌ی مضاعف $x = -a$ دارد. پس $x = -a$ ریشه‌ی عبارت $(mx - 2)$ نیز هست.

$$m(-a) - 2 = 0 \Rightarrow ma = -2 \Rightarrow \boxed{m = -\frac{2}{a}}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{a^2x^2 - 2x + 1}{(x+a)(mx-2)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2a^2x - 2}{2mx + (ma - 2)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2a^2}{2m} = \frac{a^2}{m} = -4 \Rightarrow$$

$$\frac{a^2}{-\frac{2}{a}} = -4 \Rightarrow a^3 = 8 \Rightarrow a = 2$$

سوال ۱۷: گزینه‌ی ۳

۱۷- حاصل $\lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{\cot x}{[x - \pi]}$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) $+\infty$ (۴) $-\infty$

$$\lim_{x \rightarrow \pi^-} [x - \pi] = [\pi - \varepsilon - \pi] = [-\varepsilon] = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{\cot x}{[x - \pi]} = \lim_{x \rightarrow \pi^-} -\cot x$$

در ناحیه‌ی دوم هستیم و به سمت π می‌رویم و کتانژانت منفی است:

$$\lim_{x \rightarrow \pi^-} -\cot x = -(-\cot \pi^-) = +\infty$$

سوال ۱۸: گزینه‌ی ۲

۱۸- تابع ناصفر f با ضابطه $f(x) = \frac{\sqrt{3}|ax+a|}{|x^2+(m-2)x+a^2|}$ روی $\mathbb{R} - \{a\}$ تعریف شده و برای هر $x \neq a$ پیوسته است.

اگر $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ موجود باشد، مقدار آن کدام است؟

- (۱) $\sqrt{3}$ (۲) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (۳) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

اگر $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ موجود و تابع روی $\mathbb{R} - \{a\}$ پیوسته باشد، پس $x = a$ ریشه‌ی صورت و مخرج است:

$$\sqrt{3}|a^2 + a| = 0 \Rightarrow \boxed{a = -1}, a = 0$$

$$f(x) = \frac{\sqrt{3}|x+1|}{|x^2+(m-2)x+1|}$$

$$x = -1 \Rightarrow |(-1)^2 - (m-2) + 1| = 0 \Rightarrow m = 2$$

$$f(x) = \frac{\sqrt{3}|x+1|}{|x^2+1|}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{3}|x+1|}{|x^2+1|} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{3}|x+1|}{|x+1||x^2-x+1|} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{3}}{|x^2-x+1|} = \frac{\sqrt{3}}{|1+1+1|} = \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

سوال ۱۹: گزینه ۲

۱۹- اگر $f(x) = \frac{|2x-4|}{\sqrt[3]{x^2}}$ و $g(x) = \frac{\sqrt{x^2-4x+4} + \sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}}$ باشد، مقدار $f'(1) - 2g'(1)$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{6}$ (۴) $-\frac{\sqrt{3}}{6}$

$$f'(x) = \left(\frac{-2x+4}{\sqrt[3]{x^2}} \right)' = \frac{-2(\sqrt[3]{x^2}) - \left(\frac{2}{\sqrt[3]{x^2}} \right)(-2x+4)}{\sqrt[3]{x^6}}; x \leq 2$$

$$f'(1) = \frac{-2 - \left(\frac{2}{1} \right)(-2+4)}{1} = -2 - \frac{4}{1} = -\frac{6}{1} = -6$$

$$g(x) = \frac{|x-2| + \sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}} = \frac{2-x + \sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}}; x \leq 2$$

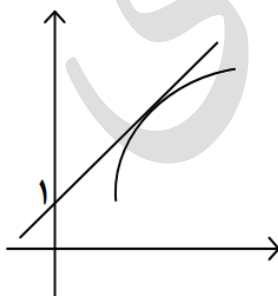
$$g'(x) = \frac{\left(-1 + \frac{3}{2\sqrt{3x}} \right)(\sqrt[3]{x^2}) - \left(\frac{2}{\sqrt[3]{x^2}} \right)(2-x + \sqrt{3x})}{\sqrt[3]{x^6}}$$

$$g'(1) = \frac{\left(-1 + \frac{3}{2\sqrt{3}} \right) - \left(\frac{2}{1} \right)(2-1 + \sqrt{3})}{1} = -1 + \frac{3}{2\sqrt{3}} - \frac{2}{1} - \frac{2\sqrt{3}}{1} = -\frac{5}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$f'(1) - 2g'(1) = \frac{-6}{1} - 2 \left(-\frac{5}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = \frac{\sqrt{3}}{1}$$

سوال ۲۰: گزینه ۴

۲۰- نمودار تابع f و خط مماس بر آن در نقطه $(3, 5)$ در شکل زیر رسم شده است. مقدار $f'(3)$ کدام است؟



- (۱) ۲
(۲) ۱
(۳) $\frac{2}{3}$
(۴) $\frac{4}{3}$

$$(0, 1), (3, 5) \Rightarrow m_d = f'(3) = \frac{5-1}{3-0} = \frac{4}{3}$$

سوال ۲۱: گزینه‌ی ۱

۲۱- تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} 2bx + c & x > a \\ 3x^2 & x \leq a \end{cases}$ روی $\mathbb{R}$ مشتق پذیر است. مقدار $a^2 + b - c$ کدام است؟

- (۱) $(a+1)^2 - 1$ (۲) $(a+1)^2 + 1$ (۳) $(a-1)^2 - 1$ (۴) $(a-1)^2 + 1$

$$f'(x) = \begin{cases} 2b & x > a \\ 6x & x < a \end{cases}$$

$$f'(a^+) = f'(a^-) = 2b = 6a \Rightarrow \boxed{b = 3a}$$

$$f(a^+) = f(a^-) = 2ab + c = 3a^2 \Rightarrow c = 3a^2 - 2ab = 3a^2 - 6a^2 = -3a^2$$

$$a^2 + b - c = a^2 + 3a + 3a^2 = a^2 + 3a^2 + 3a + \textcolor{red}{1} - \textcolor{red}{1} = (a+1)^2 - 1$$

سوال ۲۲: گزینه‌ی ۱

۲۲- ماکزیمم مطلق تابع $f(x) = \sqrt[3]{x^2} |x-a|$ روی بازه $[0, a]$ برابر $1/5$ است. مقدار a کدام است؟

- (۱) $2/5$ (۲) 2 (۳) $1/5$ (۴) 1

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{x^2}(x-a) & x \geq a \\ -\sqrt[3]{x^2}(x-a) & x \leq a \end{cases}$$

$$f'(x) = \begin{cases} \frac{2(x-a)}{3\sqrt[3]{x}} + \sqrt[3]{x^2} & x \geq a \\ -\left(\frac{2(x-a)}{3\sqrt[3]{x}} + \sqrt[3]{x^2}\right) & x \leq a \end{cases}$$

$$-\left(\frac{2(x-a)}{3\sqrt[3]{x}} + \sqrt[3]{x^2}\right) = 0 \Rightarrow -\frac{2(x-a)}{3\sqrt[3]{x}} = \sqrt[3]{x^2} \Rightarrow x-a = \frac{3}{-2}x \Rightarrow \boxed{x = \frac{2a}{5}}$$

$$-\sqrt[3]{\left(\frac{2a}{5}\right)^2} \left(\frac{2a}{5} - a\right) = \frac{3}{2} \Rightarrow -\sqrt[3]{\left(\frac{2a}{5}\right)^2} \left(-\frac{3a}{5}\right) = \frac{3}{2} \Rightarrow \sqrt[3]{\left(\frac{2a}{5}\right)^2} \times a = \frac{5}{2} \Rightarrow$$

$$\sqrt[3]{\left(\frac{2a}{5}\right)^2} \times \sqrt[3]{a^3} = \frac{5}{2} \Rightarrow \sqrt[3]{\frac{4a^5}{25}} = \frac{5}{2} \Rightarrow \frac{4a^5}{25} = \frac{125}{8} \Rightarrow a^5 = \frac{5^3}{2^2} \Rightarrow a = \frac{5}{2}$$

سوال ۲۳: گزینه ۲

۲۳- اگر انحراف ۵ داده آماری از y ، به ترتیب برابر -۱ ، -۵ ، -۶ ، -۷ و ۴ باشد، واریانس داده‌های اصلی کدام است؟

۲۵/۴ (۴)

۲۴/۶ (۳)

۱۶/۴ (۲)

۱۵/۶ (۱)

$$\bar{x} = \frac{۴ - ۷ - ۵ - ۶ - ۱}{۵} = -۳$$

$$\sigma^2 = \frac{۴۹ + ۱۶ + ۹ + ۴ + ۴}{۵} = \frac{۸۲}{۵} = ۱۶/۲$$

سوال ۲۴: گزینه ۳

۲۴- برای دو پیشامد A و B از فضای نمونه S ، روابط $P(A-B) = P(A)P(B')$ و $P(A) = ۱/۶ P(B)$ برقرار است. اگر

$P(A' \cap B') = ۰.۲۵$ باشد، مقدار $P(A \cup B')$ کدام است؟

$\frac{۳۱}{۴۰}$ (۴)

$\frac{۱۷}{۲۰}$ (۳)

$\frac{۱۳}{۲۰}$ (۲)

$\frac{۲۷}{۴۰}$ (۱)

دو پیشامد A' و B پیشامدهای مستقل هستند.

$$P(A' \cap B') = ۱ - P(A' \cap B')' = ۱ - P(A \cup B) = \frac{۱}{۴} \Rightarrow P(A \cup B) = \frac{۳}{۴}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A)P(B)$$

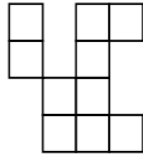
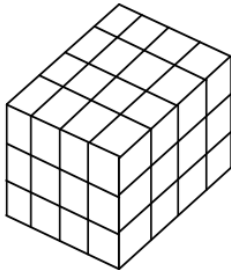
$$= \frac{۱}{۵} P(B) + P(B) - \frac{۱}{۵} P(B)P(B) = -\frac{۱}{۵} P^2(B) + \frac{۱۲}{۵} P(B) = \frac{۳}{۴}$$

$$-\frac{۱}{۵} P^2(B) + \frac{۱۲}{۵} P(B) - \frac{۳}{۴} = ۰ \Rightarrow P(B) = \frac{۳}{۸} \Rightarrow P(A) = \frac{۳}{۸} \times \frac{۱}{۵} = \frac{۳}{۴۰}$$

$$P(A \cup B') = ۱ - P(A \cup B')' = ۱ - P(A' \cap B) = ۱ - P(A')P(B) = ۱ - \frac{۳}{۵} \times \frac{۳}{۸} = ۱ - \frac{۹}{۴۰} = \frac{۳۱}{۴۰}$$

سوال ۲۵: گزینه‌ی ۲

۲۵- حداکثر چند مکعب کوچک باید از مکعب سمت چپ برداشته شود تا نمای بالا به صورت شکل سمت راست باشد؟



(۱) ۲۴

(۲) ۳۸

(۳) ۱۸

(۴) ۱۴

تعداد کل مکعب‌ها $4 \times 4 \times 4 = 64$ است.

دو ردیف پایین را کلاً برمی‌داریم: $4 \times 4 \times 2 = 32$

شش مکعب دیگر برای تشکیل نمای بالا برمی‌داریم: $32 + 6 = 38$

سوال ۲۶: گزینه‌ی ۴

۲۶- مثلث متساوی‌الساقین قائم‌الزاویه‌ای بر دایره‌ای به شعاع $\sqrt{2}$ محیط شده است. برای رسم عمود منصف یکی از

ساق‌های این مثلث، باید دهانهٔ پرگار را حداقل بیشتر از کدام عدد زیر باز کرد؟

(۴) $\sqrt{2} + 1$

(۳) $\sqrt{2} - 1$

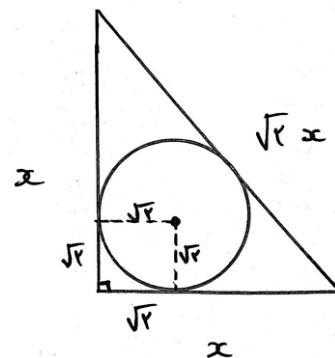
(۲) $2 + \sqrt{2}$

(۱) $2 - \sqrt{2}$

$$P = \frac{x + x + \sqrt{2}x}{2} = x + \frac{\sqrt{2}}{2}x$$

$$r = P - \text{وتر} \Rightarrow \sqrt{2} = x + \frac{\sqrt{2}}{2}x - \sqrt{2}x = \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)x$$

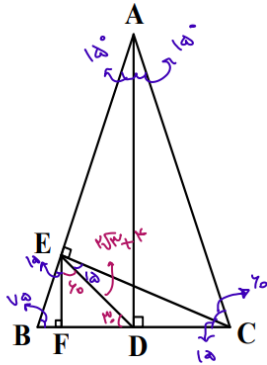
$$x = \frac{\sqrt{2}}{1 - \frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{\frac{2 - \sqrt{2}}{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}} = 2\sqrt{2} + 2$$



نصف یک ساق برابر $\sqrt{2} + 1$ است.

سوال ۲۷: گزینه‌ی ۱

۲۷- در شکل زیر، مثلث ABC متساوی الساقین بوده و $AB = 2CE$ است. اگر $DE = 2\sqrt{3} + 4$ باشد، اندازه BF کدام است؟



- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- $\sqrt{3}$ (۳)
- $2\sqrt{3}$ (۴)

در مثلث AEC ، $\sin A = \frac{CE}{AB} = \frac{1}{2}$ است، پس $A = 30^\circ$ است. مثلث BEC قائم الزاویه و ED میانه‌ی وارد بر وتر است، پس $BC = 2ED$.

$$BC = 4\sqrt{3} + 8, \quad BD = DC = ED = 2\sqrt{3} + 4$$

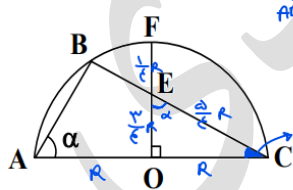
پس مثلث CDE متساوی الساقین است.

$$\cos 30^\circ = \frac{FD}{ED} = \frac{FD}{2\sqrt{3} + 4} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow FD = 2 + 2\sqrt{3}$$

$$BF = BD - FD = (2\sqrt{3} + 4) - (2 + 2\sqrt{3}) = 2$$

سوال ۲۸: گزینه‌ی ۳

۲۸- در نیم‌دایره زیر، اگر $\sin \alpha = \frac{5}{13}$ باشد، مقدار $\frac{BE}{EF}$ کدام است؟



- ۱,۲ (۱)
- ۱,۳ (۲)
- ۱,۴ (۳)
- ۱,۵ (۴)

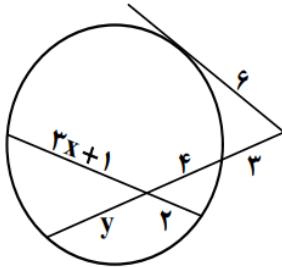
$$\sin \alpha = \frac{5}{13}, \cos \alpha = \frac{12}{13}$$

$$\triangle ABC: AC = 2R \Rightarrow BC = AC \cdot \sin \alpha = 2R \cdot \frac{5}{13} = \frac{10}{13}R$$

$$BE = BC - EC = \frac{10}{13}R - \frac{5}{13}R = \frac{5}{13}R \Rightarrow \frac{BE}{EF} = \frac{\frac{5}{13}R}{\frac{5}{13}R} = 1 = \frac{1}{1}$$

سوال ۲۹: گزینه‌ی ۴

۲۹- در شکل زیر، مقدار $\frac{x}{y}$ کدام است؟



○ ۳ (۱)

○ ۴ (۲)

○ ۵ (۳)

○ ۶ (۴)

$$6^2 = 3 \times (3 + 4 + y) \Rightarrow 36 = 3(7 + y) \Rightarrow y = 5$$

$$2(3x + 1) = 4 \times y = 20 \Rightarrow x = 3$$

$$\frac{x}{y} = \frac{3}{5} = 0.6$$

سوال ۳۰: گزینه‌ی ۱

۳۰- نقطه A' تصویر نقطه A در بازتاب نسبت به خط d و نقطه O روی خط d قرار دارد. اگر $OA' = 10$ و فاصله نقطه A' از خط OA برابر $9/6$ باشد، مجموع مقادیر ممکن برای AA' کدام است؟

۱۴ (۴)

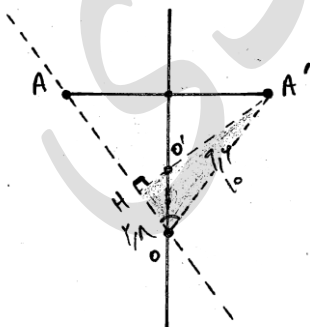
۲۰ (۳)

۲۲ (۲)

۲۸ (۱)

با جابه‌جا شدن نقطه‌ی O روی خط d زاویه‌ی AOA' ممکن است باز یا بسته باشد که دو حالت مختلف را از این بازتاب به دست می‌دهد. این دو حالت را با کسینوس زاویه‌ی AOA' در نظر می‌گیریم و اعمال می‌کنیم:

در مثلث OHA' داریم: $OH = \sqrt{10^2 - 9/6^2} = 2/8$ و محاسبه می‌شود $\cos O = \frac{OH}{OA'} = \frac{2/8}{10} = \frac{1}{40}$



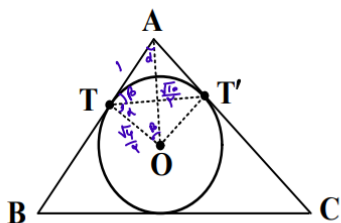
می‌دانیم در مثلث AOA' و طبق قضیه‌ی کسینوس‌ها داریم:

$$AA'^2 = AO^2 + A'O^2 \pm 2AO \cdot A'O \cos AOA' = 100 + 100 \pm 200 \cos AOA'$$

$$= 200 \pm 200 \cos O = 200 \pm 200 \times 0.025 = 200 \pm 50 = \begin{cases} 250 \\ 150 \end{cases} \Rightarrow AA' = \begin{cases} 16 \\ 12 \end{cases} \Rightarrow 28$$

سوال ۳۱: گزینه‌ی ۲

۳۱- در مثلث محیطی شکل زیر، اضلاع $AB=4$ و $AC=5$ به ترتیب در نقاط T و T' بر محیط دایره محاطی، مماس هستند. اگر $BC=7$ باشد، اندازه وتر TT' کدام است؟



(۱) $2\sqrt{15}$

(۲) $4\sqrt{15}$

(۳) $2\sqrt{5}$

(۴) $4\sqrt{5}$

$$P_{ABC} = \frac{4 + 5 + 7}{2} = 8, \quad S_{ABC} = \sqrt{8 \times 4 \times 3 \times 1} = 4\sqrt{6}$$

$$OT = R = \frac{S_{ABC}}{P_{ABC}} = \frac{4\sqrt{6}}{8} = \frac{\sqrt{6}}{2}, \quad AT = AT' = P_{ABC} - BC = 8 - 7 = 1 \Rightarrow OA = \frac{\sqrt{10}}{2}$$

$$\sin \beta = \frac{TA}{OA} = \frac{1}{\frac{\sqrt{10}}{2}} = \frac{2}{\sqrt{10}} = \frac{TT'}{\frac{\sqrt{6}}{2}} \Rightarrow TT' = \frac{\sqrt{6}}{\frac{\sqrt{10}}{2}} = \frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{10}} = \frac{2\sqrt{60}}{10} = \frac{\sqrt{60}}{5} = \frac{2\sqrt{15}}{5} = 0.4\sqrt{15}$$

سوال ۳۲: گزینه‌ی ۴

۳۲- اگر زاویه بین دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ ، 60° باشد، اندازه تصویر قائم بردار $\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} + \frac{\vec{b}}{|\vec{b}|}$ بر امتداد بردار $\vec{a}$ کدام است؟

(۴) $\frac{3}{2}$

(۳) $\frac{1}{2}$

(۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

اندازه‌ی بردارهای $\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|}$ و $\frac{\vec{b}}{|\vec{b}|}$ برابر ۱ است، پس بردار $\vec{v}$ نیمساز زاویه‌ی بین بردارهای $\vec{a}$ و $\vec{b}$ است و زاویه‌ی بین $\vec{v}$ و $\vec{a}$ برابر 30° است.

$$\vec{v} = \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} + \frac{\vec{b}}{|\vec{b}|}$$

$$\left| \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} + \frac{\vec{b}}{|\vec{b}|} \right|^2 = \left| \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} \right|^2 + \left| \frac{\vec{b}}{|\vec{b}|} \right|^2 + 2 \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|} = 1 + 1 + 2 \cos \theta = 3$$

$$|\vec{v}| = \left| \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} + \frac{\vec{b}}{|\vec{b}|} \right| = \sqrt{3}$$

$$|\vec{v}'| = |\vec{v}| \cos 30^\circ = \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3}{2}$$

سوال ۳۳: گزینه ۳

۳۳- برای ماتریس $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ ، اگر $|A^2 + kA - A| = 125$ باشد، دترمینان $(k+1)I_3$ کدام است؟ ($k \in \mathbb{Z}$)

(۱) ۶۴ (۲) ۸ (۳) -۸ (۴) -۶۴

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$|A^2 + kA - A| = |A^2 + (k-1)A| = |A(A + (k-1)I)| = |A||A + (k-1)I| = 125$$

$$|A| = 5 \Rightarrow |A + (k-1)I| = 25$$

$$A + (k-1)I = \begin{bmatrix} k & 2 & 2 \\ 2 & k & 2 \\ 2 & 2 & k \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{vmatrix} k & 2 & 2 \\ 2 & k & 2 \\ 2 & 2 & k \end{vmatrix} = k^3 - 12k + 16 = 25$$

$$k^3 - 12k - 9 = 0 \Rightarrow x = -3 \in \mathbb{Z}$$

$$\det(k+1)I_3 = (k+1)^3 = (-2)^3 = -8$$

سوال ۳۴: گزینه ۳

۳۴- برای ماتریس $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ با درایه‌های صحیح و ماتریس $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & a \\ 0 & \sqrt{2} & b \\ c & 0 & d \end{bmatrix}$ ، اگر $|A| = 2$ و $B^2 = 2I$ باشد،

حاصل ضرب درایه‌های غیرصفر ماتریس B^3 کدام است؟

(۱) $32\sqrt{2}$ (۲) $2\sqrt{2}$ (۳) $-32\sqrt{2}$ (۴) $-2\sqrt{2}$

$$B^2 = \begin{bmatrix} 1+ac & 0 & a+ad \\ 0 & 2b^2 & 0 \\ c+cd & 0 & ac+d^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow b^2 = 1, d^2 = 1, ac = 1$$

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc = 2$$

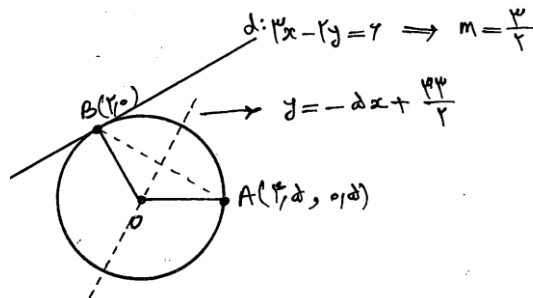
چون گفته شده درایه‌ها صحیح هستند می‌توانیم خودمان تعیین کنیم: $a = 1, d = 1, c = 1, b = -1$

$$B^3 = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & -\sqrt{2} & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & -2\sqrt{2} & 2 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

سوال ۳۵: گزینه‌ی ۴

۳۵- مختصات مرکز دایره‌ای که از نقطه $(4/5, 0/5)$ بگذرد و بر خط $3x - 2y = 6$ در نقطه $(2, 0)$ مماس باشد، کدام است؟

- (۱) $(2/5, 4)$ (۲) $(3, 1/5)$ (۳) $(4, -3/5)$ (۴) $(3/5, -1)$



AB وتر دایره و شیب آن به صورت زیر است:

$$m_{AB} = \frac{0/5 - 0}{4/5 - 2} = \frac{0/5}{2/5} = \frac{1}{5}$$

نقطه‌ی وسط AB به صورت $M(3/25, 0/25)$ در می‌آید. خطی که از M می‌گذرد و بر AB عمود است از مرکز دایره می‌گذرد:

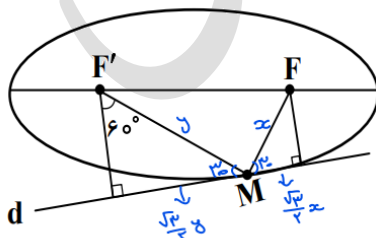
$$y - \frac{1}{5} = -5 \left(x - \frac{13}{2} \right) = -5x + \frac{65}{2} \Rightarrow y = -5x + \frac{33}{2} \Rightarrow O \left(\alpha, -5\alpha + \frac{33}{2} \right)$$

$$m_{OB} = -\frac{1}{m_d} = \frac{-2}{3} \Rightarrow y = \frac{-2}{3}(x - 2) \xrightarrow{\text{جایگذاری}}$$

$$-5\alpha + \frac{33}{2} = \frac{-2}{3}(\alpha - 2) \Rightarrow \alpha = \frac{7}{2} \Rightarrow O \left(\frac{7}{2}, -1 \right)$$

سوال ۳۶: گزینه‌ی ۳

۳۶- در شکل زیر، خط d در نقطه M بر بیضی مماس است. اگر فاصله بین پای عمودهای رسم‌شده از دو کانون F و F' بر خط d برابر $2\sqrt{3}$ باشد، طول قطر بزرگ بیضی کدام است؟



(۱) ۲

(۲) ۳

(۳) ۴

(۴) ۶

$$\frac{\sqrt{3}}{2}x + \frac{\sqrt{3}}{2}y = \frac{\sqrt{3}}{2}(x + y) = 2\sqrt{3} \Rightarrow x + y = 4$$

$$2a = F'M + FM = x + y = 4$$

سوال ۳۷: گزینه‌ی ۱

۳۷- چند نقطه با مختصات صحیح روی منحنی $8x^2 + xy + 3x - y = 0$ قرار دارد؟

- ۱ (۴) ۲ (۳) ۳ (۲) ۴ (۱)

$$y(x-1) = -8x^2 - 3x \Rightarrow 8x^2 + xy + 3x - y = 0 \Rightarrow xy - y = -8x^2 - 3x \Rightarrow$$

$$y = -\frac{8x^2 + 3x}{x-1} \Rightarrow x-1 \mid 8x^2 + 3x \Rightarrow x-1 \mid 5 \Rightarrow x-1 = \pm 1 \text{ و } x-1 = \pm 5$$

سوال ۳۸: گزینه‌ی ۳

۳۸- تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله $x_1 + 0.4x_2 + \sqrt{x_3} + x_4 = 4$ کدام است؟

- ۲۱ (۴) ۲۲ (۳) ۱۵ (۲) ۱۶ (۱)

$$\boxed{\text{if } x_2 = 0} \Rightarrow x_1 + 0.4x_2 + x_4 = 4 \Rightarrow$$

$$x_2 = 0 \Rightarrow x_1 + x_4 = 4 \Rightarrow \binom{4}{1} = 5$$

$$x_2 = 5 \Rightarrow x_1 + 2 + x_4 = 4 \Rightarrow x_1 + x_4 = 2 \Rightarrow \binom{2}{1} = 3$$

$$x_2 = 10 \Rightarrow x_1 + 4 + x_4 = 4 \Rightarrow x_1 + x_4 = 0 \Rightarrow \binom{0}{1} = 1$$

$$\boxed{\text{if } x_2 = 1} \Rightarrow x_1 + 0.4x_2 + x_4 = 3 \Rightarrow$$

$$x_2 = 0 \Rightarrow x_1 + x_4 = 3 \Rightarrow \binom{3}{1} = 4$$

$$x_2 = 5 \Rightarrow x_1 + 2 + x_4 = 3 \Rightarrow x_1 + x_4 = 1 \Rightarrow \binom{1}{1} = 2$$

$$\boxed{\text{if } x_2 = 4} \Rightarrow x_1 + 0.4x_2 + x_4 = 2 \Rightarrow$$

$$x_2 = 0 \Rightarrow x_1 + x_4 = 2 \Rightarrow \binom{2}{1} = 3$$

$$x_2 = 5 \Rightarrow x_1 + 2 + x_4 = 2 \Rightarrow x_1 + x_4 = 0 \Rightarrow \binom{0}{1} = 1$$

$$\boxed{\text{if } x_2 = 9} \Rightarrow x_1 + 0.4x_2 + x_4 = 1 \Rightarrow$$

$$x_2 = 0 \Rightarrow x_1 + x_4 = 1 \Rightarrow \binom{1}{1} = 2$$

$$\boxed{\text{if } x_2 = 16} \Rightarrow x_1 + 0.4x_2 + x_4 = 0 \Rightarrow$$

$$x_2 = 0 \Rightarrow x_1 + x_4 = 0 \Rightarrow \binom{0}{1} = 1$$

سوال ۳۹: گزینه‌ی ۲

۳۹- چند تابع $f: \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{1, 2, 4\}$ می‌توان تعریف کرد به طوری که مجموع مقادیر تابع، عددی فرد باشد؟

۲۷ (۴)

۲۸ (۳)

۴۰ (۲)

۴۱ (۱)

حالت اول: $R_f = \{1, 2\}$

$$f: \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{1, 2\}$$

سه عضو به ۱ و یک عضو به ۲ $\Leftarrow$ حالت ۴

یک عضو به ۱ و سه عضو به ۲ $\Leftarrow$ حالت ۴

حالت دوم: $R_f = \{1, 4\}$

$$f: \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{1, 4\}$$

سه عضو به ۱ و یک عضو به ۴ $\Leftarrow$ حالت ۴

یک عضو به ۱ و سه عضو به ۴ $\Leftarrow$ حالت ۴

حالت سوم: $R_f = \{1, 2, 4\}$

$$f: \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{1, 2, 4\}$$

یک عضو به ۱ و دو عضو به ۲ و یک عضو به ۴ $\Leftarrow$ حالت $\frac{4!}{2!} = 12$

یک عضو به ۱ و یک عضو به ۲ و دو عضو به ۴ $\Leftarrow$ حالت $\frac{4!}{2!} = 12$

$$4 + 4 + 4 + 4 + 12 + 12 = 40$$

سوال ۴۰: گزینه‌ی ۲

۴۰- در گراف G ، $p(G) > 4$ و $\delta(G) \geq 3$ است. اگر طول بلندترین دور در گراف G برابر ۴ باشد، کمترین مقدار $p(G)$ کدام است؟

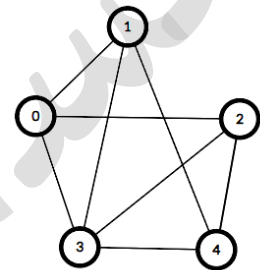
۵ (۴)

۶ (۳)

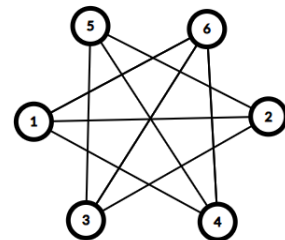
۷ (۲)

۸ (۱)

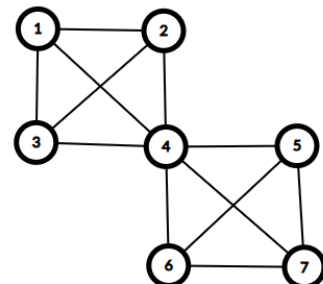
اگر $p = 5$ و دو یا یک یال را طوری برداریم که داشته باشیم ۳، ۳، ۳، ۳، ۴ باز هم گراف دوری به طول پنج (۲۰۱۴۳۲) خواهد داشت و اگر یک یال دیگر برداریم δ کمتر از ۳ می‌شود.



اگر $p = 6$ ، می‌توان پنج یال را حذف کرد و باز هم دوری به طول ۶ داشت. با حذف ششمین یال به $\delta = 3$ می‌رسیم ولی دور به طول پنج داریم و با حذف یک یال دیگر δ کمتر از ۳ می‌شود.



اگر $p = 7$ و با خواسته‌های سوال دو گراف K_4 (هم دوری به طول ۴ دارد و هم $\deg v = 3$) می‌شود که از یک راس با هم مشترک هستند.



نوین کنکور

کنکور

امتحان نهایی

**نوین کنکور
شرط لازم و کافی
برای موفقیت**

novinkonkor.com