

**نوین کنکور**

**کنکور**

**امتحان نهایی**

**نوین کنکور  
شرط لازم و کافی  
برای موفقیت**

**novinkonkor.com**

۱- کدام یک از دنباله‌های اعداد حقیقی زیر، همواره تشکیل یک دنباله هندسی می‌دهد؟

✓ (۴)  $1, a, a^2, \dots$

(۳)  $a^2, a, 1, \dots$

✓ (۲)  $a, 1, \frac{1}{a}, \dots$

(۱)  $a, a^2, a^3, \dots$

$a \neq 0$

$a \neq 0$

۲- مقدار عبارت  $\frac{24x^3 + 36x^2 + 18x + 3}{(4x^2 + 4x + 1)^2}$  به ازای ریشه مثبت معادله  $x^2 + x = 1$  کدام است؟

(۴)  $0.6\sqrt{5}$

(۳)  $0.3\sqrt{5}$

(۲)  $0.2\sqrt{5}$

(۱)  $0.1\sqrt{5}$

$x = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$

$x^2 = -x + 1$

$\cancel{24}x^3 = -\cancel{36}x^2 + \cancel{18}x + 3 = 3 \rightarrow \cancel{24} = 24$

$(xx)$

$x^3 = -x^2 + x = x - 1 + x = 2x - 1$

$\cancel{24}x^3 = \cancel{36}x^2 - \cancel{18}x + 3 = 12x + 15$

$\cancel{24} \cdot \frac{(4x+3)}{4} = \frac{4x+3}{1}$   
 $= \frac{13}{5} (2x+1)$   
 $= \frac{13}{5} (\sqrt{5})$

۵- نقاط  $A(2a+3, a-2)$  و  $B(7-2a, a-2)$  دو نقطه متمایز با مؤلفه‌های طبیعی از یک سهمی هستند. اگر نقطه

$S(b, b-2)$  رأس این سهمی باشد، فاصله نقطه برخورد سهمی با محور عرض‌ها تا مبدأ مختصات کدام است؟

(۴)  $\frac{13}{8}$

✓ (۳)  $\frac{1}{8}$

(۲)  $\frac{1}{4}$

(۱)  $\frac{13}{4}$

$7-2a \geq 1$   
 $a \leq 3$

$a-2 \geq 1$   
 $a \geq 3$

$a = 3$

$B(1, 1)$   $A(9, 1)$

$x_8 = 5$

$S(5, 3)$

$y = -\frac{1}{8}(x-5)^2 + 3$

$(1, 1) \rightarrow 1 = 14a + 3 \rightarrow a = -\frac{1}{8}$

$x=0 \rightarrow y = -\frac{25}{8} + 3 = -\frac{1}{8}$

۶- اگر عکس مجموع ریشه‌های معادله درجه دوم  $-fax^2 + bx + \frac{1}{f}c = 0$  برابر  $\log 4$  و  $a$  واسطه حسابی  $b$  و  $c$  باشد،

مقدار  $\left(\frac{1}{\sqrt[4]{2}}\right)^{\frac{c}{a}}$  کدام است؟

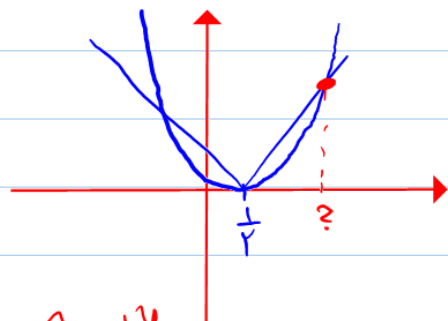
$\sqrt[4]{5} \quad (1)$  ✓  
 $\sqrt{5} \quad (2)$   
 $\sqrt[4]{10} \quad (3)$   
 $\sqrt{10} \quad (4)$

$\frac{b}{fa} = \log_{\frac{1}{\sqrt[4]{2}}}^{\frac{c}{a}}$  معبر  
 $\frac{b}{na} = \frac{1}{f} \log_f^{\frac{c}{a}} = \frac{1}{f} \log_f^{\frac{c}{a}}$   
 $= \log_f^{\frac{c}{a}}$   
 $= \frac{\frac{c}{a}}{\log_f^{\frac{c}{a}}}$   
 $= \frac{\frac{c}{a}}{\frac{1}{\sqrt[4]{2}}} = \frac{c}{\sqrt[4]{2}}$

۷- اگر معادله  $|4x-2| = x^2 - x + a$  دارای سه ریشه حقیقی باشد، ریشه بزرگ‌تر معادله کدام است؟

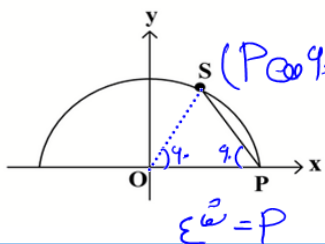
$5.5 \quad (4)$        $5 \quad (3)$        $4.5 \quad (2)$  ✓       $4 \quad (1)$

$\frac{1}{f} - \frac{1}{f} + a = -$   
 $a = \frac{1}{f}$   
 $x^2 - x + \frac{1}{f} = 4x - 2$   
 $x^2 - 5x + \frac{4}{f} = 0$



$\Delta = 25 - 4 = 21$   
 $x = \frac{5 \pm \sqrt{21}}{2}$   
 $\frac{4}{f} = \frac{4}{f/a}$  ✓

۸- نقطه  $S(a, 3)$  روی نیم‌دایره شکل زیر داده شده است. اگر طول وتر PS برابر شعاع نیم‌دایره باشد، مقدار  $a$  کدام است؟



$$(P(0, r) و S(4, 3)) = \left(\frac{r}{2}, 3\sqrt{\frac{3}{2}}\right)$$

$$P\sqrt{\frac{3}{2}} = 3$$

$$P = 2\sqrt{3}$$

$$\frac{P}{2} = a \rightarrow \sqrt{3} = a$$

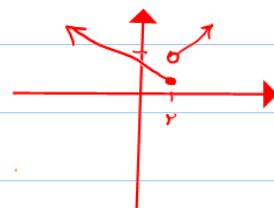
- ۱ (۱)  
 $\frac{1}{2}$  (۲)  
 $\sqrt{3}$  (۳) ✓  
 $\frac{\sqrt{3}}{2}$  (۴)

۹- اگر  $f(x) = \begin{cases} x+1 & x > 2 \\ -3x+7 & x \leq 2 \end{cases}$  و  $g(x) = \begin{cases} -x+4 & f(x) \geq 0 \\ x-4 & f(x) < 0 \end{cases}$  باشد، مقدار  $g(-4)$  کدام است؟

$$-5 \text{ (۴)} \rightarrow g(-4) = 8$$

$$g(x) = \begin{cases} -x+4 & x \in \mathbb{R} \\ x-4 & x \notin \mathbb{R} \end{cases}$$

$$f(8) = 9$$



۱۰- تابع  $f$  با ضابطه  $f(x) = 6x - x\sqrt{x} - 2\sqrt{x} + 10$  در یک همسایگی از  $a$ ، وارون‌پذیر است. اگر  $f(a) = a$  باشد، مقدار  $f(a-9)$  کدام است؟

$$f^{-1}(a) = f(a) \Rightarrow 6x - x\sqrt{x} - 2\sqrt{x} + 10 = x$$

$$5x - x\sqrt{x} - 2\sqrt{x} + 10 = 0$$

$$x(5 - \sqrt{x}) + 2(-\sqrt{x} + 5) = 0$$

$$(5 - \sqrt{x})(x + 2) = 0$$

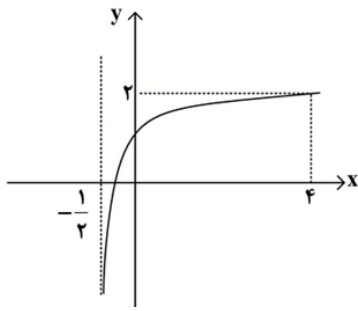
$$a = 25$$

$$x = 25$$

$$x = -2 \times$$

$$f(14) = 94 - 94 - 1 + 10 = 35$$

۱۱- شکل زیر، نمودار تابع  $f(x) = \log_p(ax+b)$  را نشان می‌دهد. مقدار  $f^{-1}(-2)$  کدام است؟



- ۱)  $-\frac{4}{9}$   
۲)  $-\frac{2}{9}$   
۳)  $-\frac{5}{18}$   
۴)  $-\frac{7}{18}$

$$-\frac{9}{2} + b = 0$$

$$a = 2b$$

$$2 = \log_p 9$$

$$9b + b = 9$$

$$9b = 9 \rightarrow b = 1$$

$$a = 2$$

$$f^{-1}(-2) \rightarrow -2 = \log_3 2x+1$$

$$2x+1 = \frac{1}{9}$$

$$2x = -\frac{8}{9} \Rightarrow x = -\frac{4}{9}$$

۱۲- اگر انتهای کمان  $\alpha$  در ناحیه چهارم دایره مثلثاتی باشد، حاصل عبارت  $(1 + \cos \alpha) \left( \sqrt{1 + \cot^2 \alpha} + \frac{1}{\tan \alpha} \right)$  کدام است؟

است؟

۱)  $\cos \alpha$

۲)  $\sin \alpha$

۳)  $-\cos \alpha$

۴)  $-\sin \alpha$

$$(1 + \cos \alpha) \left( \frac{1}{-\sin \alpha} + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \right) = (1 + \cos \alpha) \left( \frac{-1 + \cos \alpha}{\sin \alpha} \right)$$

$$= \frac{\cos^2 \alpha - 1}{\sin \alpha} = \frac{-\sin^2 \alpha}{\sin \alpha} = -\sin \alpha$$

۱۳- اگر  $\tan(\alpha + 12^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{4}$  باشد، مقدار  $\cot(18^\circ - \alpha)$  کدام است؟

$$\frac{5\sqrt{3}}{3} \quad (4)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{15} \quad (3)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{5} \quad (2)$$

$$5\sqrt{3} \quad (1) \quad \checkmark$$

$$\tan(A+B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{x + \frac{\sqrt{3}}{4}}{1 - \frac{\sqrt{3}}{4}x}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{x + \frac{\sqrt{3}}{4}}{1 - \frac{\sqrt{3}}{4}x} \Rightarrow 4\sqrt{3} - \sqrt{3}x = 4x + \sqrt{3}$$

$$\sqrt{3} = 5x \Rightarrow x = \frac{\sqrt{3}}{5}$$

$$\cot A = \frac{1}{\tan A} = \frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{4}} = \frac{4\sqrt{3}}{3} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

۱۴- حاصل عبارت  $A = \sqrt{3}\cos(210^\circ)\sin(243^\circ) - \sqrt{3}\sin(135^\circ)\cos(153^\circ)$  چند برابر  $\cos(27^\circ)$  است؟

$$0,5 \quad (4)$$

$$1,5 \quad (3)$$

$$2,5 \quad (2)$$

$$3,5 \quad (1)$$

$$+\sqrt{3} \frac{\sqrt{3}}{2} \cos 27^\circ$$

$$+\sqrt{3} \frac{\sqrt{3}}{2} \cos 27^\circ$$

$$\frac{3}{2} \cos 27^\circ + 1 \cos 27^\circ$$

$$\frac{5}{2} \cos 27^\circ = 2,5 \cos 27^\circ$$

۱۵- معادله مثلثاتی  $\tan 2x + \tan 3x = \tan 5\pi$  چند جواب در بازه  $(0, \pi)$  دارد؟

$$3 \quad (4)$$

$$4 \quad (3) \quad \checkmark$$

$$5 \quad (2)$$

$$6 \quad (1)$$

$$\tan 2x = -\tan 3x = \tan(-3x)$$

$$2x = k\pi - 3x \Rightarrow 5x = k\pi$$

$$x = \frac{k\pi}{5}$$

$$\frac{\pi}{5}, \frac{2\pi}{5}, \frac{3\pi}{5}, \frac{4\pi}{5}$$

۱۶- حاصل  $\lim_{x \rightarrow 2a^+} \frac{2\sqrt{x-2a} + 2\sqrt{x} - \sqrt{2}a}{\sqrt{x^2-9a^2}}$  کدام است؟ ( $a > 0$ )

(۴)  $+\infty$

(۳)  $\sqrt{\frac{2}{3a}}$

(۲)  $\sqrt{\frac{2}{a}}$

(۱)  $\wedge$

$$\lim \frac{\cancel{2\sqrt{x-2a}} + \cancel{2\sqrt{x}} - \sqrt{2}a}{\cancel{\sqrt{x^2-9a^2}} \sqrt{x+2a}} + \frac{2\sqrt{x} - \sqrt{2}a}{\sqrt{x^2-9a^2}} \times \frac{2\sqrt{x} + \sqrt{2}a}{2\sqrt{x} + \sqrt{2}a} = \frac{9x - 2a}{\sqrt{x^2-9a^2} \sqrt{x+2a}}$$

$$\frac{2}{\sqrt{4a}} \quad \downarrow \quad \frac{9(x-2a)}{(\sqrt{x^2-9a^2} \sqrt{x+2a}) (-)}$$

$$\frac{\sqrt{F}}{\sqrt{4a}} = \sqrt{\frac{F}{4a}} = \sqrt{\frac{F}{4a}}$$

۱۷- اگر  $\lim_{x \rightarrow \sqrt[3]{4}} \frac{x^3}{x^2 + ax + b} = +\infty$  باشد، مقدار  $\left| \frac{b}{a} \right|$  کدام است؟

(۴) ۲

(۳) ۱

(۲) -۲

(۱) -۱ ✓

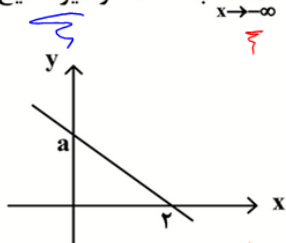
$$x^3 - \sqrt[3]{4}x^2 + \sqrt[3]{4}x$$

تقسیم

$$a = -\sqrt[3]{4} \quad b = \sqrt[3]{4}$$

$$\left[ \frac{\sqrt[3]{4}}{-\sqrt[3]{4}} \right] = \left[ -\frac{\sqrt[3]{4}}{\sqrt[3]{4}} \right] = \left[ -\sqrt[3]{\frac{1}{4}} \right] = (-1)$$

۱۸- نمودار تابع  $y = f(x)$  به صورت زیر داده شده است. اگر  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f^{-1}(x)}{|2f(x) - af^{-1}(x)|} = 2$  باشد، مقدار غیر صحیح



$$y = -\frac{a}{x}x + a$$

$$y = -\frac{x}{a} + 2$$

a کدام است؟

$\sqrt{2}$  (۱)

$1 + \sqrt{2}$  (۲) ✓

$-1 + \sqrt{2}$  (۳)

$2\sqrt{2}$  (۴)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\frac{x}{a}}{|-ax + 2 + x - 2a|} = \frac{+\frac{x}{a}}{|-a+2||x|} = 2$$

$$\frac{\frac{x}{a}}{|x-a|} = 2$$

$a > 2 \rightarrow \frac{x}{a} = -2 + 2a \rightarrow 2a - 2a - 2 = 0$

$2a - 2a - 2 = 0 \rightarrow a = \frac{2+2\sqrt{2}}{2} = 1 + \sqrt{2}$  (۱+√۲)

$a < 2 \rightarrow \frac{x}{a} = 2 - 2a \rightarrow 2a - 2a + 2 = 0$

$a = 1$  ✗

۱۹- اگر تابع  $f$  با ضابطه  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + |x|}{x^2 + a|x|} & x \neq 0 \\ \frac{2a-1}{2a+2} & x = 0 \end{cases}$  در  $\mathbb{R}$  پیوسته باشد، مقدار  $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{a}} f(x)$  کدام است؟

$\frac{3}{5}$  (۴) ✓

$\frac{3}{4}$  (۳)

۱ (۲)

۲ (۱)

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{a}} \frac{|x|^2 + |x|}{|x|^2 + a|x|} = \frac{|x|( |x| + 1 )}{|x|( |x| + a )} = \frac{1}{a} = \frac{2a-1}{2a+2}$$

$2a - a = 2a + 2$

$2a - 2a - 2 = 0$

$2a - 2a - 2 = 0$

$a = \frac{2}{2} = 1$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{a}} f = \frac{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{a}}{\frac{1}{a^2} + 1} = \frac{1}{a}$$

۲ (۴)

۲ (۳)

۲۰- حاصل  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin x \cot(\frac{\pi}{2} - x)}{x - \frac{\pi}{2}}$  کدام است؟  
 ۲ (۲) ۳ (۱)

$x - \frac{\pi}{2} = t$   
 $x = t + \frac{\pi}{2}$

$t \rightarrow 0$

$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin(t + \frac{\pi}{2}) \tan(\frac{\pi}{2} + \frac{t}{2})}{t}$

$= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{-\sin t}{t} \times \tan \frac{\pi}{2} = -1 \times 1 = -1$

۲۱- تابع  $f$  با ضابطه  $f(x) = \begin{cases} a + \sqrt{x^2} & x < 1 \\ b\sqrt{x^2} & x \geq 1 \end{cases}$  پیوسته است. اگر  $f$  فقط در یک نقطه مشتق پذیر نباشد، مقدار  $a + b$  کدام است؟  
 ۲ (۴) ۱ (۳)  $\frac{2}{3}$  (۲)  $\frac{3}{2}$  (۱)

$a + 1 = b$

$1 = b \left(\frac{1}{3}\right) x^{-\frac{1}{3}} \rightarrow 1 = \frac{b}{3}$

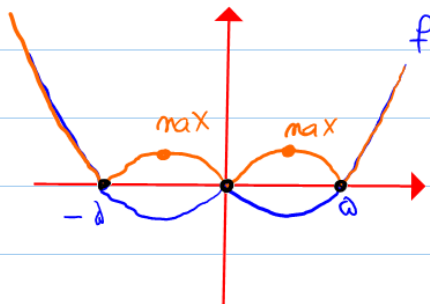
$1 = \frac{b}{3} \Rightarrow b = 3$

$a = 1$

۲۲- تابع  $f$  با ضابطه  $f(x) = x^2 - 5|x|$  را در نظر بگیرید. اگر  $m$  و  $n$  به ترتیب، تعداد نقاط ماکزیمم و مینیمم نسبی تابع  $y = |f(x)|$  باشند، مقدار  $\frac{n}{m}$  کدام است؟  
 ۲ (۴)  $\frac{1}{2}$  (۳)  $\frac{2}{3}$  (۲)  $\frac{3}{2}$  (۱)

$x > 0: x^2 - 5x$

$x < 0: x^2 + 5x$



**نوین کنکور**

**کنکور**

**امتحان نهایی**

**نوین کنکور  
شرط لازم و کافی  
برای موفقیت**

**novinkonkor.com**