

نوین کنکور

کنکور

امتحان نهایی

**نوین کنکور
شرط لازم و کافی
برای موفقیت**

novinkonkor.com

۱- کدام یک از دنباله‌های اعداد حقیقی زیر، همواره تشکیل یک دنباله هندسی می‌دهد؟

- (۱) $a, a^2, a^3, \dots$ (۲) $a, 1, \frac{1}{a}, \dots$ (۳) $a^2, a, 1, \dots$ (۴) $1, a, a^2, \dots$
- $a \neq 0$

دنباله هندسی، دنباله‌ای است که در آن هر جمله (به جز جمله اول) از ضرب جمله قبل از خودش در عددی ثابت و غیرصفر به دست می‌آید. این عدد ثابت را قدرنسبت دنباله می‌نامیم. جمله اول هم باید غیرصفر باشد.

۲- مقدار عبارت $\frac{24x^2 + 36x^2 + 18x + 3}{(4x^2 + 4x + 1)^2}$ به ازای ریشه مثبت معادله $x^2 + x = 1$ کدام است؟

(۱) $0,1\sqrt{5}$ (۲) $0,2\sqrt{5}$ (۳) $0,3\sqrt{5}$ (۴) $0,6\sqrt{5}$

$$x^2 + x - 1 = 0$$

$$\Delta = 1 + 4 = 5$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$x = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \Rightarrow 2x + 1 = \sqrt{5}$$

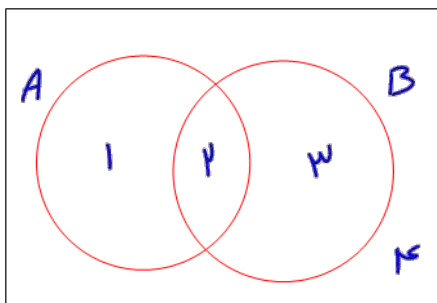
$$x^2 = 1 - x$$

$$x^3 = x - x^2 = x - (1 - x) = 2x - 1$$

$$\frac{48x - 24 + 36 - 36x + 18x + 3}{(5 - 4x + 4x + 1)^2} = \frac{30x + 15}{25} = \frac{3(10x + 5)}{25} = \frac{3}{5}\sqrt{5}$$

۳- ساده شده عبارت $(A' \cap B) \cup [(B \cap A) - B'] \cap (B \cup A)$ کدام است؟

- (۱) $A - B$ (۲) $B - A$ (۳) B (۴) A



$$(A' \cap B) \cup [(B \cap A) - B'] \cap (B \cup A) = \{3, 2\} = B$$

۵- نقاط $A(2a+3, a-2)$ و $B(7-2a, a-2)$ دو نقطه متمایز با مؤلفه‌های طبیعی از یک سهمی هستند. اگر نقطه رأس این سهمی باشد، فاصله نقطه برخورد سهمی با محور عرض‌ها تا مبدأ مختصات کدام است؟ $S(b, b-2)$

$$\frac{13}{8} \quad (4) \qquad \frac{1}{8} \quad (3) \qquad \frac{1}{4} \quad (2) \qquad \frac{13}{4} \quad (1)$$

$$\left. \begin{array}{l} 7-2a \geq 1 \\ 4 \geq 2a \\ 2 \geq a \end{array} \right\} \begin{array}{l} a-2 \geq 1 \\ a \geq 3 \end{array} \Rightarrow a=3$$

$$A(9, 1), B(1, 1)$$

$$x_S = \frac{9+1}{2} = 5$$

$$S(5, 3)$$

$$y = a(x-5)^2 + 3 \xrightarrow{\substack{x=1 \\ y=1}} 1 = 14a + 3$$

$$-2 = 14a$$

$$a = -\frac{1}{7}$$

$$y = -\frac{1}{7}(x-5)^2 + 3$$

$$x=0 \rightarrow y = -\frac{25}{7} + 3 = -\frac{1}{7}$$

$$\text{فاصله از مبدأ} = \frac{1}{7}$$

۶- اگر عکس مجموع ریشه‌های معادله درجه دوم $-fax^2 + bx + \frac{1}{f}c = 0$ برابر $\log 4$ و a واسطه حسابی b و c باشد،

مقدار $\left(\frac{1}{\sqrt[3]{2}}\right)^{\frac{c}{a}}$ کدام است؟

$$\sqrt{10} \quad (4)$$

$$\sqrt[3]{10} \quad (3)$$

$$\sqrt{5} \quad (2)$$

$$\sqrt[3]{5} \quad (1)$$

$$\frac{1}{8} = \log 4 \rightarrow \frac{\frac{c}{a}}{b} = \log 4 \rightarrow b = \frac{\frac{c}{a}}{\log 4}$$

$$2a = b + c \rightarrow c = 2a - b = 2a - \frac{\frac{c}{a}}{\log 4} \rightarrow \frac{c}{a} = 2 - \frac{1}{\log 4} = 2 - \frac{1 \log 10}{\log 2} = 2 - \log_2 10$$

$$\left(\frac{1}{\sqrt[3]{2}}\right)^{2 - \log_2 10} = \frac{1}{\sqrt[3]{2}} \times \sqrt[3]{2}^{\log_2 10} = \frac{1}{\sqrt[3]{2}} \times 100^{\frac{1}{3}} = \frac{\sqrt[3]{100}}{\sqrt[3]{2}} = \sqrt[3]{50} = \sqrt[3]{5}$$

۷- اگر معادله $|4x-2|=x^2-x+a$ دارای سه ریشه حقیقی باشد، ریشه بزرگ تر معادله کدام است؟

۵,۵ (۴)

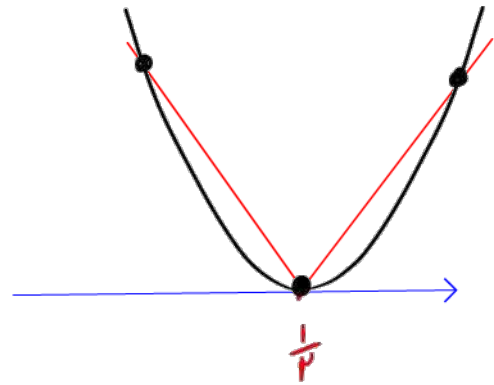
۵ (۳)

۴,۵ (۲)

۴ (۱)

$$x_s = \frac{1}{2}, y_s = 0 \rightarrow 0 = \frac{1}{4} - \frac{1}{2} + a$$

$$a = \frac{1}{4}$$

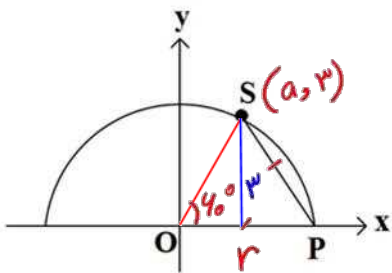


$$|4x-2| = x^2 - x + \frac{1}{4}$$

$$x \geq \frac{1}{2} \rightarrow 4x-2 = x^2 - x + \frac{1}{4} \rightarrow x^2 - 5x + \frac{9}{4} \xrightarrow{\Delta=17} x = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{2} = \frac{5 + \sqrt{17}}{2}$$

$$x \leq \frac{1}{2} \rightarrow 2-4x = x^2 - x + \frac{1}{4} \rightarrow x^2 + 3x - \frac{7}{4} \xrightarrow{\Delta=17} x = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2} = \frac{-3 - \sqrt{17}}{2}$$

۸- نقطه $S(a, 3)$ روی نیم‌دایره شکل زیر داده شده است. اگر طول وتر PS برابر شعاع نیم‌دایره باشد، مقدار a کدام است؟



$$\text{ارتفاع} = \frac{\sqrt{3}}{2} r \rightarrow r = \frac{4}{\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{3} = \sqrt{12}$$

$$r = OS = \sqrt{a^2 + 9}$$

$$\sqrt{a^2 + 9} = \sqrt{12} \rightarrow a^2 = 3 \rightarrow a = \sqrt{3}$$

۱ (۱)

$\frac{1}{2}$ (۲)

$\sqrt{3}$ (۳)

$\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۴)

۹- اگر $f(x) = \begin{cases} x+1 & x > 2 \\ -3x+7 & x \leq 2 \end{cases}$ و $g(x) = \begin{cases} -x+4 & x \geq 0 \\ x-4 & x < 0 \end{cases}$ باشد، مقدار $f \circ g(-4)$ کدام است؟

-۵ (۴)

-۱۵ (۳)

۹ (۲)

۱۹ (۱)

$$f(g(-4)) = f(4) = 9$$

$$f(x) > 0$$

۱۰- تابع f با ضابطه $f(x) = 6x - x\sqrt{x} - 2\sqrt{x} + 10$ در یک همسایگی از a ، وارون پذیر است. اگر $f \circ f(a) = a$ باشد،

مقدار $f(a-9)$ کدام است؟

۳۴ (۴)

۳۲ (۳)

۲۷ (۲)

۲۵ (۱)

$$f(x) = f^{-1}(x)$$

$$f(a) = a$$

$$4a - a\sqrt{a} - 2\sqrt{a} + 10 = a$$

$$3a + 10 - (a+2)\sqrt{a} = 0$$

$$3(a+2) - \sqrt{a}(a+2) = 0$$

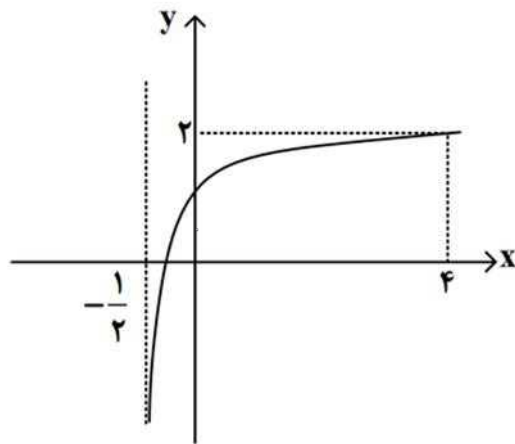
$$(3 - \sqrt{a})(a+2) = 0$$

$$\begin{matrix} \swarrow & \searrow \\ a=3 & a=-2 \end{matrix}$$

$$f(a-9) = f(14)$$

$$= 94 - 4\sqrt{14} - 2\sqrt{14} + 10 = 104$$

۱۱- شکل زیر، نمودار تابع $f(x) = \log_p(ax+b)$ را نشان می دهد. مقدار $f^{-1}(-2)$ کدام است؟



$$f(4) = 2$$

$$\log_p(4a + \frac{1}{p}) = 2$$

$$4a + \frac{1}{p} = p^2$$

$$4a = \frac{16}{p} \Rightarrow a = \frac{4}{p}$$

$$\log_p(\frac{4}{p}x + \frac{1}{p}) = -2$$

$$\frac{1}{p} = \frac{4}{p}x + \frac{1}{p} \Rightarrow 1 = 4x + 1 \Rightarrow -2 = 4x \Rightarrow x = \frac{-2}{4} = \frac{-1}{2}$$

$-\frac{4}{9}$ (۱)

$-\frac{2}{9}$ (۲)

$-\frac{5}{18}$ (۳)

$-\frac{7}{18}$ (۴)

۱۲- اگر انتهای کمان α در ناحیه چهارم دایره مثلثاتی باشد، حاصل عبارت $(1 + \cos \alpha) \left(\sqrt{1 + \cot^2 \alpha} + \frac{1}{\tan \alpha} \right)$ کدام است؟

α در ناحیه ۴
 $\cos \alpha$ (۱) $\sin \alpha$ (۲) $-\cos \alpha$ (۳) $-\sin \alpha$ (۴)

$$(1 + \cos \alpha) \left(\frac{1}{\sin \alpha} + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \right) = (1 + \cos \alpha) \left(\frac{1 + \cos \alpha}{\sin \alpha} \right) = \frac{(1 + \cos \alpha)^2}{\sin \alpha} = \frac{1 + 2\cos \alpha + \cos^2 \alpha}{\sin \alpha} = \frac{1 + \cos^2 \alpha + 2\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{2\cos \alpha + 2}{\sin \alpha} = \frac{2(\cos \alpha + 1)}{\sin \alpha} = -\sin \alpha$$

۱۳- اگر $\tan(\alpha + 13^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{4}$ باشد، مقدار $\cot(18^\circ - \alpha)$ کدام است؟

$5\sqrt{3}$ (۱) $\frac{\sqrt{3}}{5}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{15}$ (۳) $\frac{5\sqrt{3}}{3}$ (۴)

$$\tan(x+y) = \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \cdot \tan y} = \frac{\sqrt{3}}{3} \rightarrow \frac{\frac{\sqrt{3}}{5} + \tan y}{1 - \frac{\sqrt{3}}{5} \tan y} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\frac{\frac{\sqrt{3}}{5} + \tan y}{1 - \frac{\sqrt{3}}{5} \tan y} = \frac{\sqrt{3}}{3} \rightarrow \tan y = \frac{5\sqrt{3}}{13} \rightarrow \cot y = \frac{13}{5\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{5}$$

۱۴- حاصل عبارت $A = \sqrt{3} \cos(210^\circ) \sin(240^\circ) - \sqrt{2} \sin(135^\circ) \cos(150^\circ)$ چند برابر $\cos(27^\circ)$ است؟

$0,5$ (۴) $1,5$ (۳) $2,5$ (۲) $3,5$ (۱)

$$\sqrt{3} \times -\frac{\sqrt{3}}{2} \times (-\cos 27^\circ) - \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} \times (-\cos 27^\circ) = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + 1\right) \cos 27^\circ = \frac{5}{2} \cos 27^\circ$$

۱۵- معادله مثلثاتی $\tan 2x + \tan 3x = \tan 5\pi$ چند جواب در بازه $(0, \pi)$ دارد؟

$\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{4}{3}$ (۳) $\frac{5}{2}$ (۲) $\frac{6}{1}$ (۱)

$$\tan 2x = -\tan 3x = \tan(-3x)$$

$$2x = k\pi - 3x \rightarrow 5x = k\pi \rightarrow x = \frac{k}{5}\pi$$

$$(0, \pi) \rightarrow \frac{1}{5}\pi, \frac{2}{5}\pi, \frac{3}{5}\pi, \frac{4}{5}\pi$$

۱۶- حاصل $\lim_{x \rightarrow 3a^+} \frac{2\sqrt{x-3a} + 3\sqrt{x} - \sqrt{27a}}{\sqrt{x^2-9a^2}}$ کدام است؟ ($a > 0$)

$+\infty$ (۴) $\sqrt{\frac{2}{3a}}$ (۳) $\sqrt{\frac{2}{a}}$ (۲) 1 (۱)

$$\lim_{x \rightarrow 3a^+} \frac{2\sqrt{x-3a} + 3\sqrt{x} - \sqrt{27a}}{\sqrt{x^2-9a^2}} = \frac{2}{\sqrt{4a}}$$

$$\frac{\sqrt{\epsilon}}{\sqrt{4a}} = \sqrt{\frac{\epsilon}{4a}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3a^+} \frac{2(\sqrt{x-3a})}{\sqrt{x-3a} \cdot \sqrt{x+3a}} \times \frac{\sqrt{x-3a}}{\sqrt{x-3a} \cdot \sqrt{x+3a}} = 0$$

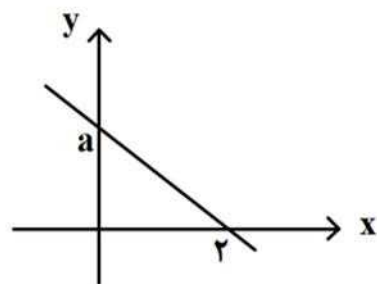
۱۷- اگر $\lim_{x \rightarrow \sqrt[3]{4}} \frac{x}{x^2+ax+b} = +\infty$ باشد، مقدار $\left[\frac{b}{a}\right]$ کدام است؟

1 (۳) -2 (۲) -1 (۱)

$$\frac{b}{a} = \frac{\sqrt[3]{14}}{-\sqrt[3]{\epsilon}} = \frac{\sqrt[3]{\epsilon}}{-2} = \frac{1}{-2} \rightarrow \boxed{-1}$$

$$x^2 - \sqrt[3]{\epsilon} x + \sqrt[3]{14}$$

۱۸- نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت زیر داده شده است. اگر $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f^{-1}(x)}{|2f(x) - af^{-1}(x)|} = 2$ باشد، مقدار غیر صحیح



$$\rightarrow f(x) = -\frac{a}{x} + a$$

$$f^{-1}(x) = -\frac{x}{a} + 1$$

a کدام است؟

(۱) $\sqrt{2}$

(۲) $1 + \sqrt{2}$

(۳) $-1 + \sqrt{2}$

(۴) $2\sqrt{2}$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\frac{x}{a}}{|-ax + 2x|} = 2 \rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\frac{x}{a}}{|x| |-a+2|} = 2$$

$$\rightarrow \frac{1}{a|-a+2|} = 2 \rightarrow a|-a+2| = \frac{1}{2}$$

$$a \geq 2 \rightarrow a(a-2) = \frac{1}{2} \rightarrow a^2 - 2a - \frac{1}{2} = 0 \xrightarrow{\Delta=1} a = \frac{2 \pm \sqrt{2}}{2} = 1 \pm \sqrt{2}$$

۱۹- اگر تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + |x|}{x^2 + a|x|} & x \neq 0 \\ \frac{2a-1}{2a+2} & x = 0 \end{cases}$ در $\mathbb{R}$ پیوسته باشد، مقدار $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{a}} f(x)$ کدام است؟

(۴) $\frac{3}{5}$

(۳) $\frac{3}{4}$

(۲) ۱

(۱) ۲

$$f(0) = \frac{2a-1}{2a+2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \frac{2a-1}{2a+2} \rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{x^2+x}{x^2+ax}}{\frac{x^2+x}{x^2+ax}} = \frac{2a-1}{2a+2} \rightarrow \frac{1}{a} = \frac{2a-1}{2a+2}$$

$$2a^2 - a = 2a + 2 \rightarrow 2a^2 - 3a - 2 = 0 \xrightarrow{a.c} a = -\frac{1}{2}, a = \frac{5}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{a}} f(x) = \frac{\frac{1}{\varepsilon} + \frac{1}{2}}{\frac{1}{\varepsilon} + 1} = \frac{\frac{1+\varepsilon}{\varepsilon}}{\frac{1+\varepsilon}{\varepsilon}} = \frac{1+\varepsilon}{1+\varepsilon} = 1$$

۲۰- حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin x \cot(\frac{\pi}{2} - \frac{x}{2})}{x - \frac{\pi}{2}}$ کدام است؟

۳ (۱) ۲ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴)

هویتال $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{1} = \cos \frac{\pi}{2} = -1$

۲۱- تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} a + \sqrt{x} & x < 1 \\ b \sqrt[3]{x} & x \geq 1 \end{cases}$ پیوسته است. اگر f فقط در یک نقطه مشتق پذیر نباشد، مقدار $a+b$ کدام است؟

۳ (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴)

$f(x) = \begin{cases} a + \sqrt{x} \\ b \sqrt[3]{x} \end{cases} \rightarrow f'(x) = \begin{cases} \frac{1}{2\sqrt{x}} \\ \frac{1}{3} b x^{-\frac{2}{3}} \end{cases} \xrightarrow{x=1} \begin{cases} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{3} b \end{cases} \rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{3} b \rightarrow b = \frac{3}{2}$

صداقت = حد $x=1$

$a + 1 = b = \frac{3}{2} \rightarrow a = \frac{1}{2} \Rightarrow a + b = 2$

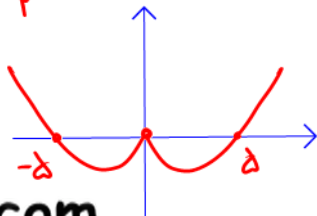
۲۲- تابع f با ضابطه $f(x) = x^2 - \delta|x|$ را در نظر بگیرید. اگر m و n به ترتیب، تعداد نقاط ماکزیمم و مینیمم نسبی تابع $y = |f(x)|$ باشند، مقدار $\frac{n}{m}$ کدام است؟

$\frac{3}{2}$ (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۲ (۴)

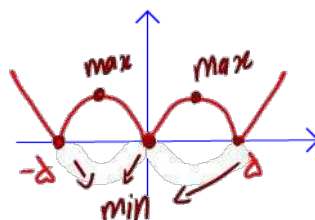
$y_1 = x^2 - \delta x$



$y_2 = |x|^2 - \delta|x|$



$|y_1|$

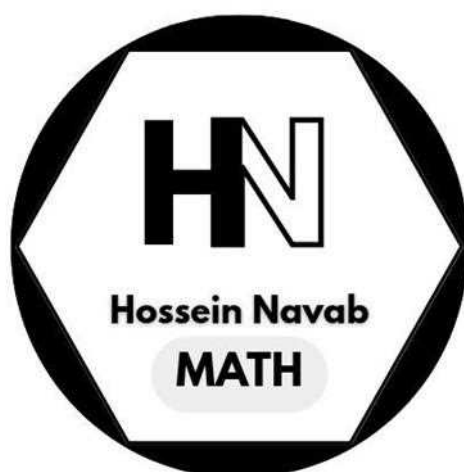


حل سوالات حسابان کنکور ریاضی و فیزیک

تیر ۱۴۰۴

حسین نواب

استان خوزستان شهرستان مسجد سلیمان



کانال ایتا و رویکا @math_navab

۰۹۱۶ ۷۸۷ ۷۱۱۶

نوین کنکور

کنکور

امتحان نهایی

**نوین کنکور
شرط لازم و کافی
برای موفقیت**

novinkonkor.com