

نوین کنکور

کنکور

امتحان نهایی

**نوین کنکور
شرط لازم و کافی
برای موفقیت**

novinkonkor.com

پاسخنامه سوالات ریاضی ۱ و حسابان ۲ کنکور ریاضی (تیر ۱۴۰۴)
محمد پاک نژاد مدرس کنکور شهرستان لاهیجان ۰۹۱۱۲۴۱۲۶۳۳

۱- کدام یک از دنباله‌های اعداد حقیقی زیر، همواره تشکیل یک دنباله هندسی می‌دهد؟

- (۱) $a, a^2, a^3, \dots$ (۲) $a, 1, \frac{1}{a}, \dots$ ✓ (۳) $a^2, a, 1, \dots$ (۴) $1, a, a^2, \dots$

حجم اول نباید صفر باشد، گزینه ۱ و ۳ حذف

قدرت ۲ نباید صفر باشد، گزینه ۴ حذف

۲- مقدار عبارت $\frac{24x^2 + 36x^2 + 18x + 3}{(4x^2 + 4x + 1)^2}$ به ازای ریشه مثبت معادله $x^2 + x = 1$ کدام است؟

۰٫۶ $\sqrt{5}$ (۴) ✓

۰٫۳ $\sqrt{5}$ (۳)

۰٫۲ $\sqrt{5}$ (۲)

۰٫۱ $\sqrt{5}$ (۱)

$$x^2 + x - 1 = 0 \xrightarrow{x > 0} x = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$$

$$\frac{24x^2 + 36x^2 + 18x + 3}{(4x^2 + 4x + 1)^2} = \frac{3(8x^2 + 12x^2 + 6x + 1)}{((2x+1)^2)^2} = \frac{3(2x+1)^3}{(2x+1)^4} = \frac{3}{2x+1} = \frac{3}{2\left(\frac{-1+\sqrt{5}}{2}\right)+1} = \frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{5}$$

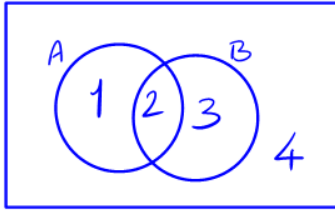
۳- ساده شده عبارت $(A' \cap B) \cup ((B \cap A) - B') \cap (B \cup A)$ کدام است؟

A (۴)

B (۳) ✓

$B - A$ (۲)

$A - B$ (۱)



$$(A' \cap B) \cup \left[((B \cap A) - B') \cap (B \cup A) \right] = 3 \cup 2 = B$$

$\downarrow \quad \downarrow$
 $3, 4 \cap 2, 3$
 $\underbrace{\hspace{1.5cm}}_3$

$\underbrace{\hspace{1cm}}_2 \quad \downarrow \quad \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{1, 2, 3}$
 $\underbrace{\hspace{1.5cm}}_{1, 4}$
 $\underbrace{\hspace{2.5cm}}_2$

۵- نقاط $A(2a+3, a-2)$ و $B(7-2a, a-2)$ دو نقطه متمایز با مؤلفه‌های طبیعی از یک سهمی هستند. اگر نقطه

$S(b, b-2)$ رأس این سهمی باشد، فاصله نقطه برخورد سهمی با محور عرض‌ها تا مبدأ مختصات کدام است؟

$$\frac{13}{8} \quad (4)$$

$$\frac{1}{8} \quad (3) \quad \checkmark$$

$$\frac{1}{4} \quad (2)$$

$$\frac{13}{4} \quad (1)$$

نقاط با مؤلفه‌های طبیعی هستند پس

$$\begin{cases} 7-2a > 0 \rightarrow a < \frac{7}{2} \\ a-2 > 0 \rightarrow a > 2 \end{cases} \rightarrow 2 < a < \frac{7}{2} \xrightarrow{\in \mathbb{N}} a=3 \Rightarrow A(9,1), B(1,1) \xrightarrow{\text{هم عرض هستند}} x_s = \frac{9+1}{2} = 5 \rightarrow b=5 \rightarrow S(5,3)$$

$$\text{شیب: } y = m(x-5) + 3 \xrightarrow{(1,1)} m(-4) + 3 = 1 \rightarrow 4m = -2 \rightarrow m = -\frac{1}{2} \Rightarrow y = -\frac{1}{2}(x-5) + 3$$

$$\text{محل برخورد با محور: } x=0 \rightarrow y = -\frac{1}{2}(5) + 3 = -\frac{1}{2} \xrightarrow{\text{مقدار}} \frac{1}{2}$$

۶- اگر عکس مجموعه ریشه‌های معادله درجه دوم $-fax^2 + bx + \frac{1}{f}c = 0$ برابر $\log 4$ و a واسطه حسابی b و c باشد،

مقدار $\left(\frac{1}{\sqrt[4]{2}}\right)^{\frac{c}{a}}$ کدام است؟

$\sqrt{10}$ (۴)

$\sqrt[4]{10}$ (۳)

$\sqrt{5}$ (۲)

$\sqrt[4]{5}$ (۱) ✓

$$S = \frac{b}{\sum a} \rightarrow \frac{ra}{b} = \log 4 = r \log r \rightarrow \frac{ra}{b} = \log r \rightarrow \frac{a}{b} = \frac{1}{r} \log r \rightarrow \frac{a}{b} = \log \sqrt{r} \rightarrow \frac{b}{a} = \log \frac{1}{\sqrt{r}} = \log \frac{1}{\sqrt{r}}$$

$$ra = b + c \rightarrow r = \frac{b}{a} + \frac{c}{a} \rightarrow \frac{c}{a} = r - \log \frac{1}{\sqrt{r}} = \log 4 - \log \frac{1}{\sqrt{r}} = \log \frac{4}{\sqrt{r}}$$

$$\left(\frac{1}{\sqrt{r}}\right)^{\frac{c}{a}} = \left(r^{-\frac{1}{2}}\right)^{\frac{c}{a}} = \left(r^{-\frac{1}{2}}\right)^{\log \frac{4}{\sqrt{r}}} = r^{\frac{1}{2} \log \frac{4}{\sqrt{r}}} = r^{\log \sqrt{\frac{4}{\sqrt{r}}}} = \sqrt[4]{5}^{\log r} = \sqrt[4]{5}$$

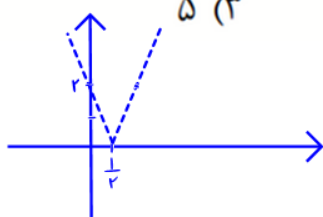
۷- اگر معادله $|4x-2|=x^2-x+a$ دارای سه ریشه حقیقی باشد، ریشه بزرگ تر معادله کدام است؟

۵،۵ (۴)

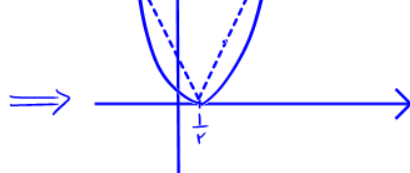
۵ (۳)

۴ (۱)

$$|4x-2| \rightarrow$$



$$\underbrace{x^2-x+a}_{\text{پاره‌ای}} \rightarrow x_s = -\frac{-1}{2(1)} = \frac{1}{2}$$

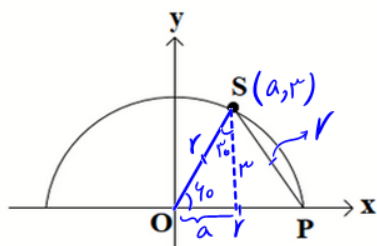


فقط در این حالت
سه ریشه دارد.

$$\rightarrow \text{پاره‌ای: } \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 = x^2 - x + \frac{1}{4} \Rightarrow a = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow 4x-2 = x^2 - x + \frac{1}{4} \rightarrow x^2 - 5x + \frac{9}{4} = 0 \rightarrow x = \frac{1}{4}, \frac{9}{4} \xrightarrow{\text{بزرگ‌ترین}} x = \frac{9}{4}$$

۸- نقطه $S(a, r)$ روی نیم‌دایره شکل زیر داده شده است. اگر طول وتر PS برابر شعاع نیم‌دایره باشد، مقدار a کدام است؟



$$\tan y_0 = \frac{r}{a} \rightarrow \sqrt{r} = \frac{r}{a} \rightarrow a = \sqrt{r}$$

(۱)

(۲)

(۳) ✓

(۴)

$g(x) = \begin{cases} -x+4 & f(x) \geq 0 \\ x-4 & f(x) < 0 \end{cases}$ باشد، مقدار $f \circ g(-4)$ کدام است؟

$f(x) = \begin{cases} x+1 & x > 2 \\ -3x+7 & x \leq 2 \end{cases}$ اگر

-۹ (۱) ۱۹ (۲) ✓ ۹ (۳) -۱۵ (۴) -۵ (۵)

$$(f \circ g)(-4) = f(g(-4))$$

$$-3x+7 \xrightarrow{\text{نشان می‌دهد}} \text{نشان است} \longrightarrow f(x) \geq 0 \longrightarrow f(g(-4)) = f(-(-4)+4) = f(8) = 8+1=9$$

۱۰- تابع f با ضابطه $f(x) = 6x - x\sqrt{x} - 2\sqrt{x} + 10$ در یک همسایگی از a ، وارون پذیر است. اگر $f \circ f(a) = a$ باشد،

مقدار $f(a-9)$ کدام است؟

۳۴ (۴) ✓

۳۲ (۳)

۲۷ (۲)

۲۵ (۱)

$$(f \circ f)(a) = a \longrightarrow \text{تغییر متغیر} \longrightarrow f(u) = f(u)$$

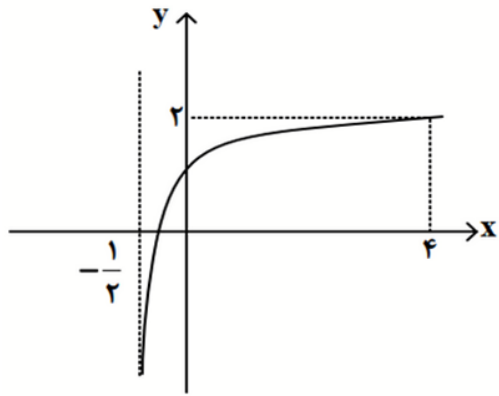
$$f(a) = 4a - a\sqrt{a} - 2\sqrt{a} + 10 = a \longrightarrow 3a - (a+2)\sqrt{a} + 10 = 0 \longrightarrow 3(a+2) - (a+2)\sqrt{a} = 0$$

$$\longrightarrow (3-\sqrt{a})(a+2) = 0 \longrightarrow a = -2, 25$$

x ✓

$$f(a-9) = f(25-9) = f(16) = 96 - 48 - 4 + 10 = 32$$

۱۱- شکل زیر، نمودار تابع $f(x) = \log_r(ax+b)$ را نشان می‌دهد. مقدار $f^{-1}(-2)$ کدام است؟



$$-\frac{1}{r}a + b = 0 \rightarrow b = \frac{1}{r}a \rightarrow a = rb$$

$$\stackrel{(r,2)}{\Rightarrow} \log_r(\frac{1}{r}a + b) = 2 \rightarrow \log_r ab = 2$$

$$\rightarrow ab = r^2 \rightarrow b = 1$$

$$\rightarrow a = rb = r$$

$$-\frac{4}{9} \quad (1) \quad \checkmark$$

$$-\frac{2}{9} \quad (2)$$

$$-\frac{5}{18} \quad (3)$$

$$-\frac{7}{18} \quad (4)$$

$$f^{-1}(-r) = k \rightarrow f(k) = -r \rightarrow \log_r r^{k+1} = -r$$

$$\rightarrow r^{k+1} = \frac{1}{r} \rightarrow k = -\frac{2}{r} \rightarrow f^{-1}(-r) = -\frac{2}{r}$$

۱۲- اگر انتهای کمان α در ناحیه چهارم دایره مثلثاتی باشد، حاصل عبارت $(1 + \cos \alpha) \left(\sqrt{1 + \cot^2 \alpha} + \frac{1}{\tan \alpha} \right)$ کدام

است؟

$-\sin \alpha$ (۴) ✓

$-\cos \alpha$ (۳)

$\sin \alpha$ (۲)

$\cos \alpha$ (۱)

$$\begin{aligned} (1 + \cos \alpha) \left(\sqrt{\frac{1}{\sin^2 \alpha}} + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \right) &= (1 + \cos \alpha) \left(\underbrace{\left| \frac{1}{\sin \alpha} \right|}_{\text{مثبت}} + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \right) = (1 + \cos \alpha) \left(\frac{-1}{\sin \alpha} + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \right) \\ &= (1 + \cos \alpha) \left(\frac{\cos \alpha - 1}{\sin \alpha} \right) = \frac{\cos^2 \alpha - 1}{\sin \alpha} = \frac{-\sin^2 \alpha}{\sin \alpha} = -\sin \alpha \end{aligned}$$

۱۳- اگر $\tan(\alpha + 12^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{4}$ باشد، مقدار $\cot(18^\circ - \alpha)$ کدام است؟

$$\frac{5\sqrt{3}}{3} \quad (4)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{15} \quad (3)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{5} \quad (2)$$

$$5\sqrt{3} \quad (1) \checkmark$$

$$\begin{aligned} \tan(\underbrace{18^\circ - \alpha}_a + \underbrace{\alpha + 12^\circ}_b) &= \tan 30^\circ \Rightarrow \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{3}}{\frac{1}{2}} \Rightarrow \frac{x + \frac{\sqrt{3}}{4}}{1 - \frac{\sqrt{3}}{4}x} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow x + \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{1}{4}x \\ \Rightarrow \frac{5}{4}x &= \frac{\sqrt{3}}{4} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{3}}{5} \Rightarrow \tan(18^\circ - \alpha) = \frac{\sqrt{3}}{5} \Rightarrow \cot(18^\circ - \alpha) = \frac{5}{\sqrt{3}} \end{aligned}$$

۱۴- حاصل عبارت $A = \sqrt{3} \cos(210^\circ) \sin(243^\circ) - \sqrt{2} \sin(135^\circ) \cos(153^\circ)$ چند برابر $\cos(27^\circ)$ است؟

۰٫۵ (۴)

۱٫۵ (۳)

۲٫۵ (۲) ✓

۳٫۵ (۱)

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{3} \cos(180+30) \sin(180+63) - \sqrt{2} \sin(90+45) \cos(90+63) \\ &= \sqrt{3} (-\cos 30)(-\cos 63) - \sqrt{2} (\sin 45)(-\cos 63) = \sqrt{3} \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)(-\cos 63) - \sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)(-\cos 63) \\ &= \frac{3}{2} \cos 63 + \cos 63 = \frac{5}{2} \cos 63 \end{aligned}$$

۱۵- معادله مثلثاتی $\tan 2x + \tan 3x = \tan 5\pi$ چند جواب در بازه $(0, \pi)$ دارد؟

۳ (۴

۴ (۳ ✓

۵ (۲

۶ (۱

$$\tan 5\pi = \tan \pi = 0 \longrightarrow \tan 2x + \tan 3x = 0 \longrightarrow \tan 2x = -\tan 3x = \tan(-3x) \\ \longrightarrow 2x = k\pi - 3x \longrightarrow 5x = k\pi \longrightarrow x = \frac{k\pi}{5}$$

$$\xrightarrow{(0, \pi)} \frac{\pi}{5}, \frac{2\pi}{5}, \frac{3\pi}{5}, \frac{4\pi}{5}$$

۱۶- حاصل $\lim_{x \rightarrow 3a^+} \frac{2\sqrt{x-3a} + 3\sqrt{x} - \sqrt{27a}}{\sqrt{x^2-9a^2}}$ کدام است؟ ($a > 0$)

(۴) $+\infty$

$\sqrt{\frac{2}{3a}}$ (۳) ✓

$\sqrt{\frac{2}{a}}$ (۲)

(۱) $\wedge$

$$\begin{aligned} \frac{2\sqrt{x-3a} + 3\sqrt{x} - 3\sqrt{3a}}{\sqrt{x-3a} \times \sqrt{x+3a}} &= \frac{2\sqrt{x-3a} + 3(\sqrt{x} - \sqrt{3a})}{\sqrt{x-3a} \times \sqrt{x+3a}} = \frac{1}{\sqrt{x+3a}} \left(\frac{2\sqrt{x-3a}}{\sqrt{x-3a}} + \frac{3(\sqrt{x} - \sqrt{3a})}{\sqrt{x-3a}} \right) \\ &= \frac{1}{\sqrt{4a}} \left(2 + 3 \left(\frac{\sqrt{x-3a}}{\sqrt{x-3a}(\sqrt{x+3a})} \right) \right) = \frac{1}{\sqrt{4a}} \left(2 + 3 \left(\frac{0}{\sqrt{3a}} \right) \right) = \frac{2}{\sqrt{4a}} = \sqrt{\frac{2}{4a}} = \sqrt{\frac{2}{3a}} \end{aligned}$$

۱۷- اگر $\lim_{x \rightarrow \sqrt{4}} \frac{x}{x^2 + ax + b} = +\infty$ باشد، مقدار $\left[\frac{b}{a} \right]$ کدام است؟

۲ (۴)

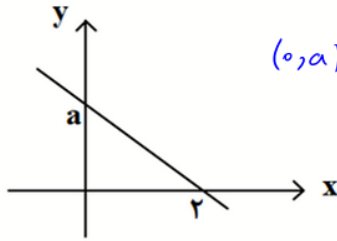
۱ (۳)

-۲ (۲)

-۱ (۱) ✓

$$(x - \sqrt{4})^2 = x^2 - \underbrace{2\sqrt{4}x}_a + \underbrace{\sqrt{4}}_b \longrightarrow \left[\frac{b}{a} \right] = \left[\frac{\sqrt{4}}{-2\sqrt{4}} \right] = \left[\frac{\sqrt{4}}{-2} \right] = \left[\sqrt{-\frac{1}{2}} \right] = -1$$

۱۸- نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت زیر داده شده است. اگر $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f^{-1}(x)}{|2f(x) - af^{-1}(x)|} = 2$ باشد، مقدار غیر صحیح a کدام است؟



$$(0, a), (r, 0) \rightarrow m = -\frac{a}{r} \rightarrow y = -\frac{a}{r}(x - r) = -\frac{a}{r}x + a$$

$$f^{-1}(x) = -\frac{r}{a}x + r$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\frac{r}{a}x + r}{\left| r\left(-\frac{a}{r}x + a\right) - a\left(-\frac{r}{a}x + r\right) \right|} = \frac{-\frac{r}{a}x + r}{\left| -ax + ra + rx - ra \right|} = \frac{-\frac{r}{a}x + r}{\left| (r-a)x \right|}$$

$$= \frac{\frac{r}{a}}{a-r} = \frac{r}{a(a-r)} = 2 \rightarrow a(a-r) = 1 \rightarrow a^2 - ra - 1 = 0 \rightarrow a = \frac{r \pm \sqrt{r^2 + 4}}{2}$$

$$\rightarrow a = 1 \pm \sqrt{r}$$

a کدام است؟

(۱) $\sqrt{2}$

(۲) $1 + \sqrt{2}$ ✓

(۳) $-1 + \sqrt{2}$

(۴) $2\sqrt{2}$

۱۹- اگر تابع f با ضابطه

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^r + |x|}{x^r + a|x|} & x \neq 0 \\ \frac{ra-1}{ra+2} & x = 0 \end{cases}$$

در $\mathbb{R}$ پیوسته باشد، مقدار $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{a}} f(x)$ کدام است؟

$$\frac{r}{5} \quad (4) \quad \checkmark$$

$$\frac{r}{4} \quad (3)$$

$$1 \quad (2)$$

$$2 \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^r + x}{x^r + ax} = \frac{x(x+1)}{x(x+a)} = \frac{x+1}{x+a} = \frac{1}{a}, \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x^r - x}{x^r - ax} = \frac{x(x-1)}{x(x-a)} = \frac{x-1}{x-a} = \frac{1}{a}$$

$$\frac{ra-1}{ra+2} = \frac{1}{a} \rightarrow ra^r - a = ra+2 \rightarrow ra^r - ra - r = 0 \rightarrow a = -\frac{1}{x^r}, r \quad \checkmark$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{r}} f(x) = \frac{\frac{1}{r} + \frac{1}{r}}{\frac{1}{r} + 1} = \frac{\frac{r}{r}}{\frac{1}{r} + 1} = \frac{r}{5}$$

۲۰- حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x \cot(\frac{\pi}{2} - \frac{x}{2})}{x - \frac{\pi}{2}}$ کدام است؟

-۳ (۴)

-۲ (۳) ✓

۲ (۲)

۳ (۱)

$$\cot\left(\frac{\pi}{2} - \frac{x}{2}\right) = \tan \frac{x}{2} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x \tan \frac{x}{2}}{x - \frac{\pi}{2}} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x}{\underbrace{x - \frac{\pi}{2}}_{\text{Hop}}} \times \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \tan \frac{x}{2} = 1 \cos 2x \times 1 = 1 \cos \pi = -1$$

۲۱- تابع f با ضابطه

$$f(x) = \begin{cases} a + \sqrt{x} & x < 1 \\ b\sqrt{x} & x \geq 1 \end{cases}$$
 در $\mathbb{R}$ پیوسته است. اگر f فقط در یک نقطه مشتق پذیر نباشد، مقدار

$a + b$ کدام است؟

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) &= a+1 & \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) &= b \rightarrow a+1=b \\ f'(x) &= \begin{cases} 1 & x < 1 \\ \frac{rb}{\sqrt[3]{x^4}} & x > 1 \end{cases} \rightarrow \frac{rb}{\sqrt[3]{x^4}} = 1 \rightarrow \frac{rb}{\sqrt[3]{1}} = 1 \rightarrow rb = \sqrt[3]{1} \rightarrow b = \frac{\sqrt[3]{1}}{r} \xrightarrow{a=b-1} a = \frac{\sqrt[3]{1}}{r} - 1 = \frac{1}{r} \\ & \rightarrow a+b=2 \end{aligned}$$

۲۲- تابع f با ضابطه $f(x) = x^2 - 5|x|$ را در نظر بگیرید. اگر m و n به ترتیب، تعداد نقاط ماکزیمم و مینیمم نسبی

تابع $y = |f(x)|$ باشند، مقدار $\frac{n}{m}$ کدام است؟

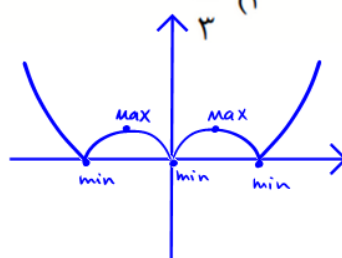
۲ (۴)

$\frac{1}{2}$ (۳)

$\frac{2}{3}$ (۲)

$\frac{3}{2}$ (۱) ✓

$$y = |f(x)| = |x^2 - 5|x|| = \begin{cases} |x^2 - 5x| & x \geq 0 \\ |x^2 + 5x| & x < 0 \end{cases}$$



$$\Rightarrow \begin{matrix} m=2 \\ n=3 \end{matrix} \longrightarrow \frac{n}{m} = \frac{3}{2}$$

نوین کنکور

کنکور

امتحان نهایی

**نوین کنکور
شرط لازم و کافی
برای موفقیت**

novinkonkor.com