

نوین کنکور

کنکور

امتحان نهایی

**نوین کنکور
شرط لازم و کافی
برای موفقیت**

novinkonkor.com

محمد زنگنه ریاضیات کنکور

۱- کدام یک از دنباله‌های اعداد حقیقی زیر، همواره تشکیل یک دنباله هندسی می‌دهد؟

- (۱) $a, a^2, a^3, \dots$ (۲) $a, 1, \frac{1}{a}, \dots$ (۳) $a^2, a, 1, \dots$ (۴) $1, a, a^2, \dots$

طبق تعریف دنباله هندسی $a_1 \neq 0$ و $r \neq 0$ که این شرایط فقط برای گزینه ۲ برقرار است

$$3(2x+1)^3 \quad \leftarrow \quad 3(8x^3+12x^2+6x+1)$$

۲- مقدار عبارت $\frac{24x^3+36x^2+18x+3}{(4x^2+4x+1)^2}$ به ازای ریشه مثبت معادله $x^2+x=1$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{5}$ (۲) $2\sqrt{5}$ (۳) $3\sqrt{5}$ (۴) $6\sqrt{5}$

$$(2x+1)^2$$

$$\frac{3(2x+1)^3}{(2x+1)^4} = \frac{3}{2x+1} = \frac{3}{2\left(\frac{-1+\sqrt{5}}{2}\right)+1} = \frac{3}{\sqrt{5}} \xrightarrow{\text{تویا}} \frac{3}{5}\sqrt{5}$$

$$A \cap B$$

۳- ساده شده عبارت $(A' \cap B) \cup [(B \cap A) - B'] \cap (B \cup A)$ کدام است؟

- (۱) $A - B$ (۲) $B - A$ (۳) B (۴) A

$$B \cap A' = B - A$$

$$(B \cap A) \cap B = A \cap B$$

$$\xrightarrow{\text{تویا}} (B - A) \cup (A \cap B) = B$$



Follow us in:



YouTube



@Zangane.E.L.M

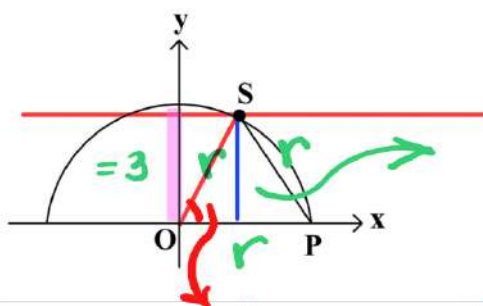
محمد زنگنه ریاضیات کنکور

۵- نقاط $A(2a+3, a-2)$ و $B(7-2a, a-2)$ دو نقطه متمایز با مؤلفه‌های طبیعی از یک سهمی هستند. اگر نقطه رأس این سهمی باشد، فاصله نقطه برخورد سهمی با محور عرض‌ها تا مبدأ مختصات کدام است؟

۶- اگر عکس مجموع ریشه‌های معادله درجه دوم $ax^2 + bx + \frac{1}{2}c = 0$ برابر $\log_4 a$ و a واسطه حسابی b و c باشد،

۷- اگر معادله $x^2 - x + a = 2x - 4$ دارای سه ریشه حقیقی باشد، ریشه بزرگ تر معادله کدام است؟

۸- نقطه $S(a, 3)$ روی نیم‌دایره شکل زیر داده شده است. اگر طول وتر PS برابر شعاع نیم‌دایره باشد، مقدار a کدام است؟



- (۱) ۱
(۲) $\frac{1}{2}$
(۳) $\sqrt{3}$ ✓
(۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

$$\alpha = 60^\circ \leadsto \tan 60 = \sqrt{3} \Rightarrow \frac{3}{a} = \sqrt{3} \Rightarrow a = \sqrt{3}$$

۹- اگر $f(x) = \begin{cases} x+1 & x > 2 \\ -3x+7 & x \leq 2 \end{cases}$ و $g(x) = \begin{cases} -x+4 & f(x) \geq 0 \\ x-4 & f(x) < 0 \end{cases}$ باشد، مقدار $f \circ g(-4)$ کدام است؟

(۴) -۵

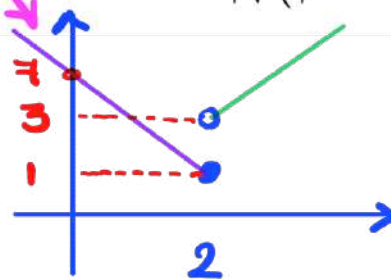
(۳) -۱۵

(۲) ۹ ✓

(۱) ۱۹

$$f \circ g(-4) = f(8) = 8 + 1 = 9$$

$$f(-4) = 19, \quad g(-4) = -(-4) + 4 = 8$$



۱۰- تابع f با ضابطه $f(x) = 6x - x\sqrt{x} - 2\sqrt{x} + 10$ در یک همسایگی از a ، وارون پذیر است. اگر $f \circ f(a) = a$ باشد، مقدار $f(a-9)$ کدام است؟

مفهوم تابع شبه معکوس

۳۴ (۴) ✓

۳۲ (۳)

۲۷ (۲)

۲۵ (۱)

$$f(x) = f^{-1}(x)$$

$$f(16) = (6 \times 16) - (16 \times 4) - 2 \times 4 + 10 = 34$$

$$f(a) = a \Rightarrow 6a - a\sqrt{a} - 2\sqrt{a} + 10 = a$$

$$5(a+2) - \sqrt{a}(a+2) = 0$$

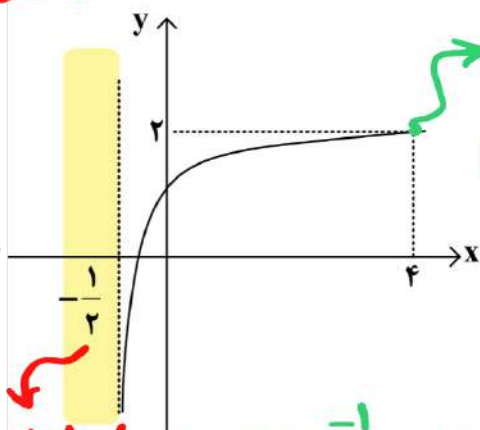
$$(a+2)(5-\sqrt{a}) = 0 \quad a = -2 \text{ یا } a = 25$$

زیر دایره منفی می‌گیرد

$$f^{-1}(-2) = a$$

$$f(a) = -2$$

۱۱- شکل زیر، نمودار تابع $f(x) = \log_3(ax+b)$ را نشان می‌دهد. مقدار $f^{-1}(-2)$ کدام است؟



$$\log_3(4a+b) = 2 \Rightarrow 4a+b = 9$$

$$a=2, b=1 \Rightarrow \log_3(2x+1)$$

- ۴/۹ (۱) ✓
- ۲/۹ (۲)
- ۵/۱۸ (۳)
- ۷/۱۸ (۴)

$$x > \frac{-1}{2} \sim x > \frac{-a}{b} \Rightarrow 2a = b$$

$$f(x) = -2 \Rightarrow \log_3(2x+1) = -2 \Rightarrow x = \frac{4}{9}$$

۱۲- اگر انتهای کمان α در ناحیه چهارم دایره مثلثاتی باشد، حاصل عبارت $(1 + \cos \alpha) \left(\sqrt{1 + \cot^2 \alpha} + \frac{1}{\tan \alpha} \right)$ کدام است؟

$$\alpha = \frac{-\pi}{6}$$

-sin α (۴) ✓

-cos α (۳)

sin α (۲)

cos α (۱)

$$\left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \left(\sqrt{1 + 3} - \frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{3}}\right) \rightarrow \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) (2 - \sqrt{3})$$

$$2 - \sqrt{3} + \sqrt{3} - \frac{3}{2} = \frac{1}{2} = -\sin \frac{\pi}{6}$$



۱۳- اگر $\tan(\alpha + 12^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{4}$ باشد، مقدار $\cot(18^\circ - \alpha)$ کدام است؟

$$\frac{5\sqrt{3}}{3} \quad (4)$$

$$\tan(30 - (18 - \alpha)) = \frac{\sqrt{3}}{4} \Rightarrow \tan(\alpha + 30 - 18) = \frac{\sqrt{3}}{4} \Rightarrow \tan(\alpha + 12) = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

$$\frac{\tan 30 - \tan \beta}{1 - \tan 30 \tan \beta} = \frac{\sqrt{3}}{4} \Rightarrow \tan \beta = \frac{\sqrt{3}}{15} \rightarrow \cot \beta = \frac{15}{\sqrt{3}} = 5\sqrt{3}$$

۱۴- حاصل عبارت $A = \sqrt{3} \cos(210^\circ) \sin(243^\circ) - \sqrt{2} \sin(135^\circ) \cos(153^\circ)$ چند برابر $\cos(27^\circ)$ است؟

$$0.5 \quad (4)$$

$$1.5 \quad (3)$$

$$- \cos 27^\circ$$

$$2.5 \quad (2)$$

$$- \cos 27^\circ$$

$$3.5 \quad (1)$$

$$\cos 27^\circ = \left(\sqrt{3} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) + \sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right) \right) \Rightarrow \frac{5}{2} \cos 27^\circ$$

۱۵- معادله مثلثاتی $\tan 2x + \tan 3x = \tan 5\pi$ چند جواب در بازه $(0, \pi)$ دارد؟

$$3 \quad (4)$$

$$4 \quad (3)$$

$$5 \quad (2)$$

$$= 0$$

$$6 \quad (1)$$

$$\tan 3x = -\tan 2x \Rightarrow 3x = -2x + k\pi \Rightarrow x = \frac{k\pi}{5}$$

$$k = 1, 2, 3, 4$$

۱۶- حاصل $\lim_{x \rightarrow 3a^+} \frac{2\sqrt{x-3a} + 3\sqrt{x} - \sqrt{27a}}{\sqrt{x^2-9a^2}}$ کدام است؟ ($a > 0$)

$$+\infty \quad (4)$$

$$\sqrt{\frac{2}{3a}} \quad (3)$$

$$\sqrt{\frac{2}{a}} \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 3a^+} \frac{\frac{1}{\sqrt{x-3a}} + \frac{3}{2\sqrt{x}}}{\frac{2x}{\sqrt{x-3a}\sqrt{x+3a}}} = \lim_{x \rightarrow 3a^+} \frac{2\sqrt{x} + \sqrt{x-3a}}{\sqrt{x-3a} \times 2\sqrt{x}} = \frac{1}{2\sqrt{3a}} = \sqrt{\frac{2}{3a}}$$



$$\left[\frac{2\sqrt[3]{2}}{-2\sqrt[3]{4}} \right] = -1$$

۲ (۴)

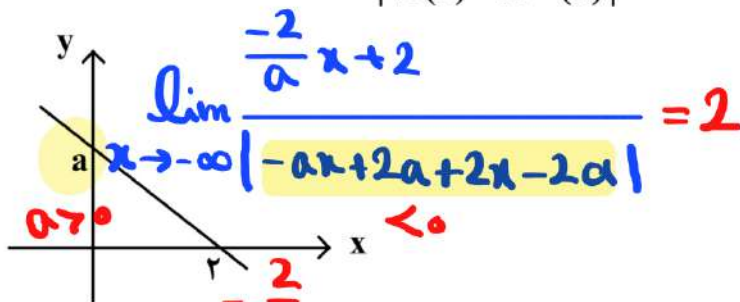
۱۷- اگر $\lim_{x \rightarrow \sqrt{c}} \frac{x}{x^2 + ax + b} = +\infty$ باشد، مقدار $\left[\frac{b}{a} \right]$ کدام است؟

پس حتماً باید مخرج در حوالی $\sqrt[3]{4}$ تغییر علامت می‌دهد

یعنی $\sqrt[3]{4}$ مضاعف است پس: $(x - \sqrt[3]{4})^2 = x^2 - 2\sqrt[3]{4}x + \sqrt[3]{16}$

$$a = -2\sqrt[3]{4} \quad b = \sqrt[3]{16} = 2\sqrt[3]{2}$$

۱۸- نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت زیر داده شده است. اگر $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f^{-1}(x)}{|2f(x) - af^{-1}(x)|} = 2$ باشد، مقدار غیر صحیح a کدام است؟



$$f(x) = -\frac{a}{2}x + a \quad a > 0$$

$$f^{-1}(x) = -\frac{2}{a}x + 2$$

$$1 + \sqrt{2} \quad (2) \quad \checkmark$$

$$-1 + \sqrt{2} \quad (3)$$

$$2\sqrt{2} \quad (4)$$

$$\Rightarrow \frac{-\frac{2}{a}}{(a-2)} = 2 \rightsquigarrow a = 1 \pm \sqrt{2} \xrightarrow{a > 0} a = 1 + \sqrt{2}$$

۱۹- اگر تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + |x|}{x^2 + a|x|} & x \neq 0 \\ \frac{2a-1}{2a+2} & x = 0 \end{cases}$ پیوسته باشد، مقدار $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{a}} f(x)$ کدام است؟

$$x > 0 \rightarrow \frac{x^2 + x}{x^2 + ax}$$

$$x \neq 0$$

$$x < 0$$

$$x = 0$$

$$\frac{x^2 - x}{x^2 - ax}$$

$$1 \quad (2)$$

$$2 \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{a}} f(x) \xrightarrow{HOP} \frac{1}{a} \quad \frac{2a-1}{2a+2} = f(0) \Rightarrow a = -\frac{1}{2} \neq 2$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{4} + \frac{1}{2}}{\frac{1}{4} + 1} = \frac{\frac{3}{4}}{\frac{5}{4}} = \frac{3}{5}$$



۲۰- حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x \cot(\frac{\pi}{2} - \frac{x}{2})}{x - \frac{\pi}{2}}$ کدام است؟

۳ (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) ✓ -۳ (۴)

$= -\sin(x - \frac{\pi}{2})$

$= -2$

$\tan \frac{x}{2}$

$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{2 \cos x \sin x \tan \frac{x}{2}}{x - \frac{\pi}{2}} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{-2 \sin(x - \frac{\pi}{2})}{(x - \frac{\pi}{2})} \times \sin x \times \tan \frac{x}{2}$

$= 1 \times 1$

$= 1 \times 1$

۲۱- تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} a + \sqrt{x^2} & x < 1 \\ b \sqrt[3]{x^2} & x \geq 1 \end{cases}$ پیوسته است. اگر f فقط در یک نقطه مشتق پذیر نباشد، مقدار $a + b$ کدام است؟

مثلاً $x = 1$ که شری $b - a = 1 \rightarrow a + 1 = b$

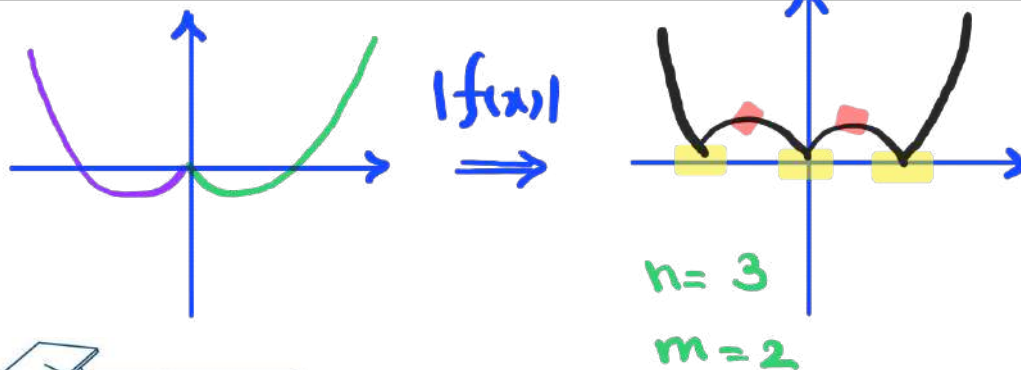
۳ (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) ۱ (۴) ✓ ۲

$f'(x) = \begin{cases} \frac{2b}{3\sqrt[3]{x}} & x = 1 \rightarrow \frac{2}{3}b \Rightarrow b = \frac{3}{2} \rightarrow a = \frac{1}{2} \Rightarrow a + b = 2 \end{cases}$

۲۲- تابع f با ضابطه $f(x) = x^2 - 5|x|$ را در نظر بگیرید. اگر m و n به ترتیب، تعداد نقاط ماکزیمم و مینیمم نسبی تابع $y = |f(x)|$ باشند، مقدار $\frac{n}{m}$ کدام است؟

$\begin{cases} x \geq 0 \Rightarrow x^2 - 5x \\ x < 0 \Rightarrow x^2 + 5x \end{cases}$

۳ (۱) ✓ $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) ۲



Farzad



نوین کنکور

کنکور

امتحان نهایی

**نوین کنکور
شرط لازم و کافی
برای موفقیت**

novinkonkor.com