

به کسی که تابع پیوسته مجتبی صمودی و از بالایی کران است.

۱۲۶- حاصل عبارت $2(\sqrt[3]{9}-1)^{-1} - \frac{\sqrt{8}+\sqrt{27}}{5-\sqrt{6}}$ ، کدام است؟

(۱) $1+\sqrt{3}$ (۲) $-1+\sqrt{2}$ (۳) $1-\sqrt{2}$ (۴) $\sqrt{2}-2\sqrt{3}$

۱۲۶-گزینۀ «۲» ابتدا عبارت داده شده را تا حد امکان ساده می کنیم و سپس با کویا کردن خارج کسرها، شروع به ساده کردن می کنیم:

$$\begin{cases} \frac{\sqrt{8}+\sqrt{9}}{5-\sqrt{6}} = \frac{2\sqrt{2}+3\sqrt{3}}{5-\sqrt{6}} \times \frac{5+\sqrt{6}}{5+\sqrt{6}} = \frac{19(\sqrt{2}+\sqrt{3})}{25-6} = \sqrt{2}+\sqrt{3} \\ 2(\sqrt[3]{9}-1)^{-1} = 2(\sqrt{3}-1)^{-1} = \frac{2}{\sqrt{3}-1} \times \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}+1} = \sqrt{3}+1 \end{cases} \Rightarrow \sqrt{2}-1$$

۱۲۷- اعداد طبیعی متوالی را به طریقی دسته بندی می کنیم، که آخرین عدد هر گروه مربع کامل باشد، یعنی ...، $\{1\}$ ، $\{2, 3, 4\}$ ، در دسته نهم، واسطه حسابی بین دو عدد اول و آخر آن، کدام است؟

(۱) ۷۱ (۲) ۷۲ (۳) ۷۳ (۴) ۷۴

۱۲۷-گزینۀ «۳» آخرین عدد هر گروه به صورت $1^2, 2^2, \dots, 8^2, 9^2$ می باشد، پس آخرین عدد گروه، ششم به صورت 8^2 است و اولین عدد گروه نهم

به صورت 8^2+1 است، پس واسطه حسابی دو عدد 8^2 و 9^2 عبارتست از:

$$\frac{8^2+1+9^2}{2} = 73$$

۱۲۸- فرض کنید چند جمله ای $p(x)$ بر x^2-1 بخش پذیر باشد. اگر $Q(x) = p(x-1) + p(1-x)$ ، آنگاه حاصل تقسیم $Q(x)$ بر $x-2$ کدام است؟

(۱) -۱ (۲) صفر (۳) ۱ (۴) ۲

۱۲۸-گزینۀ «۲» چند جمله ای $p(x)$ بر x^2-1 بخش پذیر است یعنی: $p(1) = p(-1) = 0$

$$q(x) = p(x-1) + p(1-x) \Rightarrow q(2) = p(1) + p(-1) = 0$$

۱۲۹- معادله درجه دوم $3x^2 + (2m-1)x + 2 - m = 0$ دارای دو ریشه حقیقی است. اگر مجموع ریشه‌ها با معکوس حاصل ضرب آن دو ریشه برابر باشد، مقدار m کدام است؟

(۱) $\frac{7}{2}$ (۲) ۳ (۳) -۱ (۴) $-\frac{5}{2}$

۱۲۹- گزینه «۱» برای آنکه معادله درجه دوم دارای دو ریشه حقیقی باشد، باید مهین (دلتا) بزرگ تر از صفر باشد: $S = \alpha + \beta$, $P = \alpha \times \beta$

$$S = \frac{1}{P} \Rightarrow \alpha + \beta = \frac{1}{\alpha\beta} \Rightarrow SP = 1$$

$$\frac{1-2m}{3} \times \frac{2-m}{3} = 1 \Rightarrow 2m^2 - 5m - 7 = 0 \xrightarrow{a+c=b} m = -1 \times \Delta < 0$$

۱۳۰- مجموعه جواب نامعادله $1 < \frac{x+1}{2x-1} < 3$ ، کدام است؟

(۱) $(\frac{5}{6}, \frac{1}{5})$ (۲) $(\frac{5}{8}, \frac{1}{2})$ (۳) $(1, 2)$ (۴) $(\frac{5}{8}, 2)$

۱۳۰- گزینه «۴» برای پیدا کردن مجموعه جواب نامعادله مضاعف می توان از روش های مختلفی استفاده نمود که به یکی از آنها اشاره می شود:

$$1 < \frac{x+1}{2x-1} < 3 \xrightarrow{\times 2} \frac{1}{2} < \frac{x+1}{2x-1} < \frac{3}{2} \xrightarrow{\times 2} 1 < \frac{x+1}{2x-1} < 3 \xrightarrow{\times 2} 1 < \frac{x+1}{2x-1} < 3 \xrightarrow{\times 2} 1 < \frac{x+1}{2x-1} < 3 \xrightarrow{\times 2} 1 < \frac{x+1}{2x-1} < 3$$

$$\frac{4}{5} < x < 2 \Rightarrow \left(\frac{4}{5}, 2\right) = (0.8, 2)$$

۱۳۱- فرض کنید نقاط $(-2, 5)$ ، $(0, 5)$ و $(1, 11)$ بر سهمی $y = ax^2 + bx + c$ واقع باشند. این سهمی، از کدام یک از نقاط زیر می گذرد؟

(۱) $(-1, 3)$ (۲) $(-1, 4)$ (۳) $(2, 9)$ (۴) $(2, 15)$

۱۳۱- گزینه «۱» نقاط داده شده در سهمی $y = ax^2 + bx + c$ صدق می کنند، پس سهمی $y = ax^2 + bx + c - 5$ از نقاط

$$y = a(x - 0)(x + 2) = a(x^2 + 2x) \xrightarrow{(1, 11)} a = 2, y = 2x^2 + 4x + 5 \text{ و } (-2, 0) \text{ و } (0, 0) \text{ می گذرد:}$$

۱۳۲- نمودار تابع با ضابطه $f(x) = \sqrt{x}$ را در امتداد محور x ها، ۱۲ واحد در جهت مثبت و سپس در امتداد محور y ها، ۲ واحد در جهت مثبت، انتقال می دهیم. فاصله نقطه برخورد منحنی حاصل با نمودار تابع f ، از مبدأ مختصات، کدام است؟

(۱) $4\sqrt{15}$ (۲) $6\sqrt{7}$ (۳) $4\sqrt{17}$ (۴) $6\sqrt{10}$

۱۳۲- گزینه «۳» با انتقال تابع روی محور طول ها، و در امتداد محور عرض با تابع انتقال یافته رami نویسیم: $g(x) = 2 + f(x - 12)$

$$f(x) = g(x) \Rightarrow \sqrt{x} = 2 + \sqrt{x - 12} \Rightarrow x = 16, A(16, 4) \Rightarrow OA = \sqrt{16^2 + 4^2} = 4\sqrt{17}$$

۱۳۳- در بازه (a, b) ، نمودار تابع با ضابطه $y = |2x^2 - 4|$ در زیر خط $y = 2x$ واقع است. بیشترین مقدار $b - a$ ، کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۳۳-گزینۀ «۱» برای آنکه تابع در زیر خط قرار گیرد، باید نامعادله را نوشته و حل نماییم:

$$f(x) < g(x) \Rightarrow |2x^2 - 4| < 2x \Rightarrow 1 < x < 2 \Rightarrow \text{Max}(b - a) = 2 - 1 = 1$$

۱۳۴- اگر $f(x) = 2x - [2x]$ و $g(x) = -x^2 + 4x$ باشند، بُرد تابع $g \circ f$ ، کدام است؟

$[1, 4)$ (۴)

$[0, 4)$ (۳)

$[0, 2)$ (۲)

$[0, 2)$ (۱)

۱۳۴-گزینۀ «۲» می‌دانیم $0 \leq u - [u] < 1$ پس $0 \leq f(x) < 1 \Rightarrow 0 \leq 2x - [2x] < 1$

$$(g \circ f)(x) = g[f(x)] = g(t) = -t^2 + 4t, 0 \leq t < 1 \Rightarrow 0 \leq g(x) < 3: R_{g \circ f} = [0, 3)$$

۱۳۵- اگر $g(x)$ وارون تابع $f(x) = x + \sqrt{x}$ باشد، مقدار $g(6) + g(12)$ ، کدام است؟

۱۴ (۴)

۱۳ (۳)

۱۱ (۲)

۱۰ (۱)

۱۳۵-گزینۀ «۳» با توجه به مفهوم تابع مرکب $g(x) = f^{-1}(x)$ داریم: $f^{-1}(b) = a \Rightarrow f(a) = b$

$$\begin{cases} g(6) = f^{-1}(6) = a \Rightarrow a + \sqrt{a} = 6 \Rightarrow a = 4 \\ g(12) = f^{-1}(12) = b \Rightarrow b + \sqrt{b} = 12 \Rightarrow b = 9 \end{cases} \Rightarrow a + b = 4 + 9 = 13$$

۱۳۶- تابع f با ضابطه $f(x) = x - \frac{2}{x}$ در دامنه $D_f = (-\infty, 0)$ را در نظر بگیرید. نمودار تابع f^{-1} نیمساز ناحیۀ چهارم را با کدام طول، قطع می‌کند؟

۲ (۴)

$\frac{3}{2}$ (۳)

۱ (۲)

$\frac{3}{4}$ (۱)

۱۳۶-گزینۀ «۲» می‌دانیم نمودار تابع f^{-1} نیمساز ناحیۀ چهارم را در نقطه $(a, -a)$ قطع می‌کند ($a > 0$)

$$f^{-1} = -a \Rightarrow f(-a) = a \Rightarrow -a - \frac{2}{-a} = a \Rightarrow a^2 = 1 \xrightarrow{a > 0} a = 1$$

۱۳۷- اگر $\log_3 3 = 0.8$ باشد، مقدار $\log_{12} 6$ ، کدام است؟

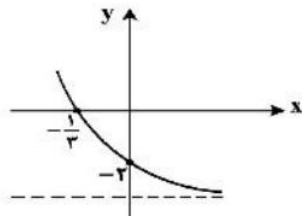
$\frac{7}{9}$ (۴)

$\frac{3}{4}$ (۳)

$\frac{8}{11}$ (۲)

$\frac{13}{18}$ (۱)

۱۳۷-گزینۀ «۱» با استفاده از خاصیت‌های لگاریتم شروع به ساده کردن می‌کنیم: $\log_{b^n} a = \frac{1}{n} \log_b a$ ، $\log_a a = 1$ ، $\log_b a = \frac{\log_c a}{\log_c b}$



۱۳۸- شکل زیر، نمودار تابع با ضابطه $f(x) = -4 + 2^{ax+b}$ است. $f(-\frac{5}{3})$ ، کدام است؟

- (۱) ۵۴
(۲) ۶۰
(۳) ۴۸
(۴) ۲۸

۱۳۸-گزینۀ «۲» با استفاده از شکل داده شده، مختصات نقاط برخورد با محورهای مختصات را در تابع قرار می‌دهیم: $f(\frac{-1}{3}) = 0, f(0) = -2$

$$\begin{cases} f(0) = -4 + 2^b = -2 \\ f(\frac{-1}{3}) = -4 + 2^{\frac{a}{3}+1} = 0 \end{cases} \Rightarrow b = 1, a = -3 \xrightarrow{f(x) = -4 + 2^{-3x+1}} f(\frac{-5}{3}) = -4 + 2^1 = 0$$

۱۳۹- فرض کنید در دامنه $[0, +\infty)$ ، تابع با ضابطه $f(x) = \frac{2^x + (\frac{1}{2})^x}{2}$ ، مقروض باشد. $f^{-1}(2)$ ، کدام است؟

- (۱) $\log_2(2 - \sqrt{3})$ (۲) $\log_2(\sqrt{3} - 1)$ (۳) $\log_2(1 + \sqrt{3})$ (۴) $\log_2(2 + \sqrt{3})$

۱۳۹-گزینۀ «۴» با استفاده از تعریف وارون تابع جواب به سادگی پیدای می‌شود: $f^{-1}(2) = a \Rightarrow f(a) = 2$

$$f(a) = 2 \Rightarrow \frac{2^a + (\frac{1}{2})^a}{2} = 2 \Rightarrow 2^a + \frac{1}{2^a} = 4 \xRightarrow{2^a > 0} \begin{cases} 2^a = 2 + \sqrt{3} \\ 2^a = 2 - \sqrt{3} \times \end{cases}$$

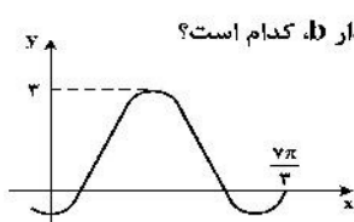
۱۴۰- حاصل عبارت $\tan(300^\circ)\cos(210^\circ) + \tan(480^\circ)\sin(840^\circ)$ ، کدام است؟ (اعداد داده شده بر حسب درجه هستند.)

- (۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) صفر (۳) ۱ (۴) ۲

۱۴۰-گزینۀ «۲» با توجه به دایره مثلثاتی شروع به ساده کردن زوایای کنیم:

$$\tan(260^\circ - 60^\circ)\cos(180^\circ + 30^\circ) + \tan(260^\circ + 180^\circ - 60^\circ)\sin(260^\circ + 260^\circ + 180^\circ - 60^\circ)$$

$$\tan(-60^\circ)(-\cos 30^\circ) + \tan(-60^\circ)\sin(60^\circ) = -\sqrt{3} \times -\frac{\sqrt{3}}{2} - \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 0$$



۱۴۱- شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع با ضابطه $y = a + b \sin(\frac{\pi}{3} + x)$ است. مقدار b ، کدام است؟

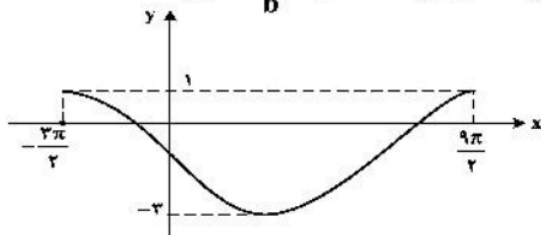
- (۱) ۲
(۲) ۱
(۳) -۱
(۴) -۲

۱۴۱-گزینۀ «۳» ابتدا نسبت مثلثاتی را ساده می‌کنیم $y = a + b \cos x$ ، نمودار علامت ضرب نسبت مثلثاتی حتماً منفی است: $b < 0$

$$\text{Max}(f) = |b| + a = 3 \Rightarrow a - b = 3$$

$$f\left(\frac{\sqrt{3}\pi}{3}\right) = 0 \Rightarrow a + b\cos\frac{\sqrt{3}\pi}{3} = 0 \Rightarrow a + \frac{b}{2} = 0 \xRightarrow{a=1} b = -2$$

۱۴۲- شکل زیر، نمودار تابع $y = a\sin(bx) + c$ را در یک بازه تناوب، نشان می‌دهد. نسبت $\frac{a}{b}$ ، کدام است؟



- (۱) -۲
(۲) -۳
(۳) -۴
(۴) -۶

۱۴۲- گزینه «۴» با توجه به نمودار داده شده، می‌تیم تابع در سمت راست محور عرض با قرار دارد. پس a و b هم علامت نیستند: $ab < 0$

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = \frac{3\pi}{2} - \left(-\frac{3\pi}{2}\right) \Rightarrow T = \frac{2\pi}{|b|} = 3\pi \Rightarrow b = \frac{1}{3}$$

$$\begin{cases} a + c = -2 \\ -a + c = 1 \end{cases} \Rightarrow a = -2 \Rightarrow \frac{a}{b} = -6$$

۱۴۳- جواب‌های معادله مثلثاتی $\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ ، با شرط $x \neq k\pi$ ، که در آن k یک عدد صحیح است، کدام است؟

$$\frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{6} \quad (۴)$$

$$\frac{2k\pi}{3} - \frac{\pi}{6} \quad (۳)$$

$$\frac{2k\pi}{3} \quad (۲)$$

$$\frac{k\pi}{3} \quad (۱)$$

۱۴۳- گزینه «۴» برای حل معادلات مثلثاتی، ابتدا باید نسبت های مثلثاتی طرفین را یکی نمود تا بتوان به کمک فرمول جواب های کلی ریافت:

$$\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$$

$$\begin{cases} 2x - \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \frac{\pi}{4} - x \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{6} \\ 2x - \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \pi - \left(\frac{\pi}{4} - x\right) \Rightarrow x = 2k\pi + \pi \quad \times \end{cases}$$

۱۴۴- حاصل $\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{[x] + 3}{x + 2}$ ، کدام است؟

$$1 \quad (۴)$$

$$\text{صفر} \quad (۳)$$

$$-1 \quad (۲)$$

$$-\infty \quad (۱)$$

۱۴۴- گزینه «۳» حد تابع را در همسایگی چپ نقطه $x = -2$ بررسی می‌کنیم، ضمناً "باید توجه داشت: $\frac{\text{صفر مطلق}}{\text{صفر حدی}} = 0$ "

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{[x] + 3}{x + 2} = \frac{-3 + 3}{x + 2} = \frac{\text{صفر مطلق}}{x + 2} = \frac{\text{صفر مطلق}}{\text{صفر حدی}} = 0$$

۱۴۵- تابع با ضابطه $f(x) = \frac{ax - \sqrt[3]{x^2 - 1}}{2x^n - 12}$ را در نظر بگیرید. اگر $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \frac{1}{6}$ باشد، آنگاه $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{24}$ (۲) $\frac{1}{18}$ (۳) $\frac{1}{12}$ (۴) $\frac{5}{36}$

۱۴۵- گزینه «۱» در موقع محاسبه حد در بی نهایت، حدی که بتوان مورد استفاده قرار گرفته، ضمناً "حد و کسری زمانی برابر عدد مخالف صفر است که درجه صورت و مخرج برابر باشد:

$$n = 1 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax}{2x} = \frac{1}{6} \Rightarrow a = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\frac{1}{3}x - \sqrt[3]{x^2 - 1}}{2x - 12} \stackrel{HOP}{=} \frac{1}{24}$$

۱۴۶- تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \sqrt{5-2x} & ; x \leq -2 \\ -\frac{1}{2}x^2 + bx + c & ; x > -2 \end{cases}$ در $x = -2$ ، مشتق پذیر است. مقدار c کدام است؟

(۱) $-\frac{2}{3}$ (۲) $-\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{2}{3}$

۱۴۶- گزینه «۳» برای آنکه یک تابع در یک نقطه مشتق پذیر باشد، ابتدا باید در نقطه فوق پیوسته باشد پس مشتق چپ و مشتق راست در نقطه فوق برابر باشند:

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) \Rightarrow -2 - 2b + c = 2 \Rightarrow -2b + c = 4 \\ f'_+(-2) = f'_-(-2) \Rightarrow -(-2) + b = \frac{-2}{2\sqrt{5-(-2)}} \Rightarrow b = \frac{-7}{3}, c = \frac{1}{3} \end{cases}$$

۱۴۷- مشتق تابع با ضابطه $f(x) = \left(\frac{\sqrt[3]{x^2 + 2x}}{x^2 - x} \right)^3$ در نقطه $x = 2$ ، کدام است؟

(۱) $-\frac{3}{4}$ (۲) $-\frac{5}{4}$ (۳) $-\frac{5}{2}$ (۴) $-\frac{15}{4}$

۱۴۷- گزینه «۴» از فرمول های مشتق، مشتق تابع را در نقطه $x = 2$ محاسبه می کنیم: $(\sqrt[n]{u})' = \frac{u'}{n\sqrt[n]{u^{n-1}}}$, $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - v'u}{v^2}$, $(u^n)' = nu^{n-1}u'$

$$f'(2) = \frac{6(8) - 3(3)(4)(8)}{2^6} = \frac{-30}{8} = \frac{-15}{4}$$

۱۴۸- فاصله نقطه ماکسیمم نسبی تابع با ضابطه $f(x) = x + \sqrt{2x - x^2}$ از نیمساز ناحیه اول کدام است؟

(۱) ۱ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) ۲ (۴) $2\sqrt{2}$

۱۴۸- گزینه «۱» به کمک مشتق و برابری با صفر نقطه ماکسیمم نسبی را محاسبه نموده و فاصله نقطه را از خط نیمساز ناحیه اول $y = x \Rightarrow x - y = 0$ محاسبه می کنیم:

$$f'(x) = 0 \Rightarrow x^2 - 2x + 2 = 0 \Rightarrow x = 2 + \sqrt{2}, \text{Max}(2 + \sqrt{2}, 2 + 2\sqrt{2})$$

$$d = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|f(x) - x|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{|2 + 2\sqrt{2} - (2 + \sqrt{2})|}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 1$$

۱۴۹- از بین مثلث‌های قائم‌الزاویه با اندازه وتر ۱۰ واحد، دو ضلع قائم با کدام نسبت انتخاب شود تا حجم حاصل از دوران این مثلث حول ضلع قائم، بیشترین باشد؟

- (۱) $\frac{2}{1}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{1}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{2}}{1}$

۱۴۹- گزینه «۴» یکی از کاربردهای مشتق پیدا کردن ماکسیم و مینیم است. اگر مثلث قائم الزاویه را حول یکی از اضلاع قائمه دوران دهیم مخروط به دست می‌آید:

$$V = \frac{1}{3} \pi b^2 c \xrightarrow{b^2 + c^2 = 10^2 \rightarrow b^2 = 100 - c^2} V = \frac{1}{3} \pi (100 - c^2) c = \frac{1}{3} (100c - c^3)$$

$$V' = \frac{1}{3} (100 - 3c^2) = 0 \Rightarrow c = \frac{10}{\sqrt{3}}, b = \frac{10\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{b}{c} = \frac{\sqrt{2}}{1}$$

۱۵۰- به چند طریق می‌توان ۵ نفر از ۹ دوست صمیمی خود را به مهمانی دعوت کرد، به طوری که دو نفر آنان، نخواهند با هم در مهمانی شرکت کنند؟

- (۱) ۸۴ (۲) ۸۷ (۳) ۹۱ (۴) ۹۵

۱۵۰- گزینه «۳» برای آنکه دو نفر نخواهند با هم در مهمانی شرکت کنند لازم است یکی از دو نفر یا هیچکدام از دو نفر در مهمانی شرکت نداشته باشند:

$$\binom{2}{1} \binom{7}{4} + \binom{7}{5} = 2 \times \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4}{4 \times 3 \times 2 \times 1} + \frac{7 \times 6}{2} = 70 + 21 = 91$$

۱۵۱- پنج کتاب زبان فارسی و ۳ کتاب زبان انگلیسی، به تصادف در یک قفسه کنار هم چیده شده‌اند. با کدام احتمال کتاب‌های هم زبان، کنار هم قرار می‌گیرند؟

- (۱) $\frac{1}{14}$ (۲) $\frac{1}{21}$ (۳) $\frac{1}{28}$ (۴) $\frac{1}{56}$

۱۵۱- گزینه «۳» از بین هشت کتاب موجود که متمایز هم نیستند، کتاب‌های مشابه را کنار هم قرار می‌دهیم:

$$P = \frac{5! \times 3! \times 2!}{8!} = \frac{1}{28}$$

۱۵۲- ضریب تغییرات داده‌های آماری به صورت جدول زیر، کدام است؟

داده	۱۰, ۱۰, ۱۰, ۱۰, ۱۰, ۱۱, ۱۱, ۱۱, ۱۱, ۱۴, ۱۴, ۱۴, ۱۴, ۱۴, ۱۴, ۱۴		
۰/۱۸ (۴)	۰/۱۷ (۳)	۰/۱۵ (۲)	۰/۱۲ (۱)

۱۵۲- گزینه «۲» برای محاسبه ضریب تغییرات، انحراف معیار را محاسبه نموده و بر میانگین داده تقسیم می‌کنیم. باید توجه داشت:

$$x - 10: 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4 \Rightarrow \begin{cases} \bar{x} - 10 = \frac{32}{16} = 2 \Rightarrow \bar{x} = 12 \\ \sigma_{(x-10)}^2 = \frac{5 \times 4 + 4 \times 1 + 7 \times 4}{16} = \frac{4 \times 13}{16} = \frac{13}{4} = \sigma_x^2 \end{cases}$$

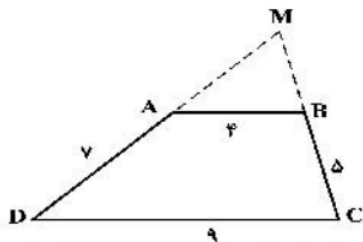
$$C.V = \frac{\sigma}{\bar{x}} \Rightarrow C.V = \frac{\sqrt{13}}{2 \times 12} = \frac{\sqrt{13}}{24} = 0/10$$

۱۵۳- مثلثی با رأس‌های $A(1, 5)$ ، $B(7, 3)$ و $C(2, -2)$ ، مفروض است. اندازه ارتفاع AH در مثلث ABC ، کدام است؟
 (۱) ۴ (۲) $3\sqrt{2}$ (۳) ۵ (۴) $4\sqrt{2}$

۱۵۳- گزینه «۴» باتوجه به مثلث ABC ، ابتدا باید معادله ضلع BC را نوشته و سپس فاصله نقطه A از ضلع BC همان اندازه ارتفاع AH است:

$$BC: y + 2 = \frac{3 + 2}{7 - 2}(x - 2) \Rightarrow y = x - 4 : AH = \frac{|5 - 1 + 4|}{\sqrt{2}} = \frac{8}{\sqrt{2}} = 4\sqrt{2}$$

۱۵۴- اندازه اضلاع متوازی الاضلاع $ABCD$ مطابق شکل زیر داده شده است. محیط مثلث MAB ، کدام است؟

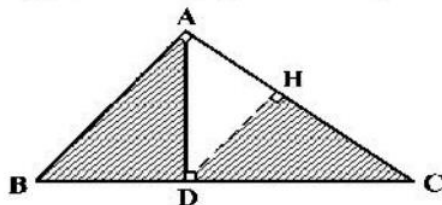


- (۱) ۱۳/۲
 (۲) ۱۳/۶
 (۳) ۱۴/۴
 (۴) ۱۴/۸

۱۵۴- گزینه «۲» جهت اطلاع، چهار ضلعی $ABCD$ دوزنقه است. باتوجه به قضیه تالس و تعمیم آن داریم: $AB \parallel CD \Rightarrow \frac{MA}{MD} = \frac{MB}{MC} = \frac{AB}{DC}$

$$\begin{cases} \frac{x}{x+7} = \frac{4}{9} \Rightarrow x = \frac{28}{5} = \frac{56}{10} = 5/6 \\ \frac{y}{y+5} = \frac{4}{9} \Rightarrow y = \frac{20}{5} = 4 \end{cases} \Rightarrow x + y + 4 = 5/6 + 4 + 4 = 13/6$$

۱۵۵- در مثلث قائم‌الزاویه ABC ، طول اضلاع قائم $AB = \sqrt{3}$ و $AC = 2$ است. نسبت مساحت‌های دو مثلث قائم‌الزاویه ABD و HCD ، کدام است؟



- (۱) $\frac{2}{7}$
 (۲) $\frac{4}{7}$
 (۳) $\frac{16}{21}$
 (۴) $\frac{8}{9}$

۱۵۵- گزینه «۳» نسبت مساحت‌های دو مثلث بامربع نسبت تشابه دو مثلث برابر است: $\frac{AB}{A'B'} = k \Rightarrow \frac{S_{ABC}}{S_{A'B'C'}} = k^2$

$$AC^2 = BC \times DC \Rightarrow 4 = \sqrt{3} \times DC \Rightarrow DC = \frac{4}{\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{S_{HCD}}{S_{ABC}} = \left(\frac{DC}{AB}\right)^2 = \left(\frac{4}{\sqrt{3}\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{16}{21}$$