

پاسخنامہ ریاضیات

کنکور تجربی ۹۹

دکتر علیرضا کنعانی

۰۹۳۰۴۱۱۵۴۶۵

۰۹۱۹۵۸۹۶۵۸۰

۱۲۶- حاصل عبارت $\frac{\sqrt{8} + \sqrt{27}}{5 - \sqrt{6}} - 2(\sqrt{9} - 1)^{-1}$ کدام است؟

$\sqrt{2} - 2\sqrt{3}$ (۴)

$1 - \sqrt{2}$ (۳)

$-1 + \sqrt{2}$ (۲)

$1 + \sqrt{2}$ (۱)

دکتر علی رضا کانی
۰۹۳۰۴۱۱۵۴۶۵

سوالت مسترک ریاضی کشور بکری

①

$$\frac{\sqrt{8} + \sqrt{27}}{5 - \sqrt{6}} - 2(\sqrt{9} - 1)^{-1} = \frac{(2\sqrt{2} + 3\sqrt{3})(5 + \sqrt{6})}{(5 - \sqrt{6})(5 + \sqrt{6})} - \frac{2(\sqrt{3} + 1)}{(\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} + 1)}$$

$$= \frac{10\sqrt{2} + 4\sqrt{3} + 15\sqrt{2} + 9\sqrt{3}}{19} - \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} - 1} = \frac{19\sqrt{2} + 19\sqrt{3}}{19} - \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} - 1}$$

۱۲۷- اعداد طبیعی متوالی را به طریقی دسته‌بندی می‌کنیم، که آخرین عدد هر گروه مربع کامل باشد، یعنی ...، {۱}، {۲، ۳، ۴}، {۵}، {۶، ۷، ۸، ۹}، {۱۰، ۱۱، ۱۲، ۱۳، ۱۴، ۱۵}، {۱۶، ۱۷، ۱۸، ۱۹، ۲۰، ۲۱، ۲۲، ۲۳، ۲۴، ۲۵}، {۲۶، ۲۷، ۲۸، ۲۹، ۳۰، ۳۱، ۳۲، ۳۳، ۳۴، ۳۵}، {۳۶، ۳۷، ۳۸، ۳۹، ۴۰، ۴۱، ۴۲، ۴۳، ۴۴، ۴۵}، {۴۶، ۴۷، ۴۸، ۴۹، ۵۰، ۵۱، ۵۲، ۵۳، ۵۴، ۵۵}، {۵۶، ۵۷، ۵۸، ۵۹، ۶۰، ۶۱، ۶۲، ۶۳، ۶۴، ۶۵}، {۶۶، ۶۷، ۶۸، ۶۹، ۷۰، ۷۱، ۷۲، ۷۳، ۷۴، ۷۵}، {۷۶، ۷۷، ۷۸، ۷۹، ۸۰، ۸۱، ۸۲، ۸۳، ۸۴، ۸۵}، {۸۶، ۸۷، ۸۸، ۸۹، ۹۰، ۹۱، ۹۲، ۹۳، ۹۴، ۹۵}، {۹۶، ۹۷، ۹۸، ۹۹، ۱۰۰}، ... کدام است؟

۷۴ (۴)

۷۳ (۳)

۷۲ (۲)

۷۱ (۱)

(۲) دسته‌ی نهم اولین عدد آن یک واحد بیشتر از دسته‌ی هفتم مربع و عدد آخر آن آخرین مربع است

۱۰۰، ۸۱، ۶۴، ۴۹، ۳۶، ۲۵، ۱۶، ۹، ۴، ۱، ۰ مربع‌ها:

(۸۱، - - - - - ۶۴+۱) دسته‌ی نهم

$$d = \frac{11+7d}{2} = \frac{147}{2} = 73.5$$

۱۲۹- معادله درجه دوم $3x^2 + (2m-1)x + 2-m = 0$ دارای دو ریشه حقیقی است. اگر مجموع ریشه‌ها با معکوس حاصل ضرب آن دو ریشه برابر باشد، مقدار m کدام است؟

$$-\frac{5}{2} \quad (4)$$

$$-1 \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

$$\frac{7}{2} \quad (1)$$

گزینه‌های صحیح ۱ و ۲ و ۳ و ۴

$$3x^2 - (2m-1)x + 2-m = 0$$

$$\Delta \geq 0 \Rightarrow (2m-1)^2 - 12(2-m) \geq 0$$

$$S = \frac{1}{p} \Rightarrow Spz \Rightarrow \frac{1-2m}{3} \times \frac{2-m}{3} = 1$$

$$\frac{2m^2 - 4m + 2}{9} = 1 \Rightarrow 2m^2 - 4m - 7 = 0$$

$$\begin{cases} mz = \frac{1}{2} \checkmark \\ mz = 1 \times \end{cases}$$

$$(2m-1)^2 - 12(2-m) \geq 0 \xrightarrow{mz=1} 9-37 < 0$$

پس $\frac{1}{2}$ صحیح است

۱۳۰- مجموعه جواب نامعادله $1 < \frac{x+1}{2x-1} < 3$ کدام است؟

(۰٫۸ , ۲) (۴)

(۱ , ۲) (۳)

(۰٫۸ , ۱٫۲) (۲)

(۰٫۶ , ۱٫۵) (۱)

$$1 < \frac{x+1}{2x-1} < 3$$

$$x \geq 1 \rightarrow 1 < 2 < 3 \quad \checkmark \quad (1, 2) \quad \textcircled{3}$$

$$x \geq 1,7 \rightarrow 1 < \frac{1,7}{1,4} < 3 \quad \checkmark \quad (0,8, 1,2), (0,4, 1,4) \quad \checkmark$$

پس $(0,8, 2)$ صحیح است

$$\frac{x+1}{2x-1} - 3 < 0 \Rightarrow \frac{-x+5}{2x-1} < 0$$

سردستی

$$x < 0,5$$

$$x > 1,8$$

$$\cap = (0,8, 2)$$

$$\frac{x+1}{2x-1} - 1 > 0 \Rightarrow \frac{-x+2}{2x-1} > 0$$

$$0,5 < x < 2$$

۱۳۱- فرض کنید نقاط $(-۲, ۵)$ ، $(۰, ۵)$ و $(۱, ۱۱)$ بر سهمی $y = ax^2 + bx + c$ واقع باشند. این سهمی، از کدام یک از نقاط زیر می‌گذرد؟

(۴) $(۲, ۱۵)$

(۳) $(۲, ۹)$

(۲) $(-۱, ۴)$

(۱) $(-۱, ۳)$

$$y = ax^2 + bx + c \quad \begin{cases} (0, 5) \rightarrow c = 5 \\ (1, 11) \rightarrow a + b + c = 11 \\ (-2, 5) \rightarrow 4a - 2b + c = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \\ c = 5 \end{cases}$$

$$y = 1x^2 + 2x + 5 \rightarrow \begin{cases} x = -1 \rightarrow 1 - 2 + 5 = 4 \\ x = 2 \rightarrow 4 + 4 + 5 = 13 \end{cases}$$

پس $(-۱, ۴)$ صحیح است

۱۳۲- نمودار تابع با ضابطه $f(x) = \sqrt{x}$ را در امتداد محور x ها، ۱۲ واحد در جهت مثبت و سپس در امتداد محور y ها، ۲ واحد در جهت مثبت، انتقال می دهیم. فاصله نقطه برخورد منحنی حاصل با نمودار تابع f ، از مبدأ مختصات، کدام است؟

$$6\sqrt{10} \quad (۴)$$

$$4\sqrt{17} \quad (۳)$$

$$6\sqrt{7} \quad (۲)$$

$$4\sqrt{15} \quad (۱)$$

$$\sqrt{x-12} + 2 = \sqrt{x} \Rightarrow \begin{matrix} x-12 \geq 0 \\ x \geq 0 \end{matrix} \rightarrow x \geq 12 \quad \text{دامنه جواب}$$

$\xleftarrow{\text{جهت مثبت}} y \quad \xleftarrow{\text{جهت مثبت}} x$

$$\sqrt{x-12} = \sqrt{x} - 2 \Rightarrow x-12 \geq x - 2\sqrt{x} + 4 \Rightarrow$$

$$2\sqrt{x} = 16 \Rightarrow \sqrt{x} \geq 8 \Rightarrow x \geq 16$$

$$x \geq 16 \Rightarrow y \geq 2 \quad \underset{A}{(16, 2)}, \underset{B}{(0, 0)} \Rightarrow \overline{AB} \geq \sqrt{16^2 + 2^2} \geq$$

$$\sqrt{2^8 + 2^2} \geq \sqrt{2^2(2^6 + 1)} \geq 2\sqrt{17}$$

۱۳۳- در بازه (n, b) ، نمودار تابع با ضابطه $y = |2x^2 - 4|$ در زیر خط $y = 2x$ واقع است. بیشترین مقدار $b - a$ ، کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

$$2x^2 - 2 \geq 0 \Rightarrow x \geq \pm \sqrt{2}$$

(۷)

$$x \geq \sqrt{2} \Rightarrow 2x^2 - 2 < 2x \Rightarrow x^2 - x - 2 < 0$$

$$\begin{matrix} x \geq -1 \\ x \leq 2 \end{matrix} \quad -1 < x < 2$$

$$x \geq \sqrt{2} \wedge -1 < x < 2 \Rightarrow \sqrt{2} \leq x < 2 \quad (1)$$

$$x < \sqrt{2} \Rightarrow -2x^2 + 2 < 2x \Rightarrow x^2 + x - 2 > 0$$

$$\begin{matrix} x > 1 \\ x < -2 \end{matrix}$$

$$x < \sqrt{2} \wedge ((-\infty, -2) \cup (1, +\infty)) \Rightarrow 1 < x < \sqrt{2} \quad (2)$$

$$1 \wedge 2 \Rightarrow (1, 2) \rightarrow b - a = 2 - 1 = 1$$

۱۳۴- اگر $f(x) = 2x - |2x|$ و $g(x) = -x^2 + 4x$ باشند، بُرد تابع $g \circ f$ کدام است؟

(۴) $(1, 4)$

(۳) $(0, 4)$

(۲) $(0, 2)$

(۱) $(0, 2)$

$R_{f(x)} \cap D_{g(x)}$
بازه مشترک

$R_{f(x)} \cap D_{g(x)} = \{x \mid 0 \leq 2x - [2x] < 1\} \rightarrow g(0) \geq 0$
 $g(1) = -1 + 4 = 3 \Rightarrow R_{f(x)} \cap D_{g(x)} = [0, 3)$
 پس $g \circ f$ در این بازه معکوسه است



۱۳۵- اگر $g(x)$ وارون تابع $f(x) = x + \sqrt{x}$ باشد، مقدار $g(6) + g(12)$ کدام است؟

۱۴ (۴)

۱۳ (۳)

۱۱ (۲)

۱۰ (۱)

$$f(x) = x + \sqrt{x} \Rightarrow \text{معکوس } g(x) \text{ دارد} \quad (۱۰)$$

$$g(7) > f(x) = 7 \Rightarrow x + \sqrt{x} = 7 \Rightarrow x = 4$$

$$g(7) = 4 \Rightarrow (4, 7) \in f \Rightarrow$$

$$g(12) \Rightarrow f(x) = 12 \Rightarrow x + \sqrt{x} = 12 \Rightarrow x = 9$$

$$g(12) = 9 \Rightarrow (9, 12) \in f \Rightarrow$$

$$g(7) + g(12) = 13$$

۱۳۶- تابع f با ضابطه $f(x) = x - \frac{2}{x}$ در دامنه $D_f = (-\infty, 0)$ را در نظر بگیرید. نمودار تابع f^{-1} نیمساز ناحیه چهارم را با کدام طول، قطع می کند؟

۲ (۴)

$\frac{3}{2}$ (۳)

۱ (۲)

$\frac{3}{4}$ (۱)

$$f^{-1}(x) = -x \Rightarrow f(-x) = x$$

$$-x + \frac{2}{-x} = x \Rightarrow \frac{2}{-x} = 2x \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$$

دانه $x < 0$ است پس $x = -1$ قابل قبول است

$$(-1, 1) \in f \longrightarrow (1, -1) \in f^{-1}$$

پس طول تقاطع $x = 1$ است

۱۳۷- اگر $\log_2 3 = 0,8$ باشد. مقدار $\log_{12} 6$ کدام است؟

$$\frac{13}{18} \quad (1)$$

$$\frac{8}{11} \quad (2)$$

$$\frac{2}{4} \quad (3)$$

$$\frac{7}{9} \quad (4)$$

$$\log_{\Sigma 2,8}^3 \Rightarrow \Sigma^{\log 2,8} 2^3 \Rightarrow 2^{1,7} 2^3 \Rightarrow$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 2^{1,7} \times 2^3 \times 2^3 \Rightarrow 2^{7,7} 2^7 \\ 2^{1,7} \times \Sigma 2^3 \times \Sigma \Rightarrow 2^{3,7} 2^{12} \end{array} \right.$$

$$\log_{12} 7 = \log_{2^{3,7}}^{2^{7,7}} = \frac{2,7}{3,7} = \frac{13}{18}$$

حل شده
۰۹۳۰۴۱۱۵۵۵۵

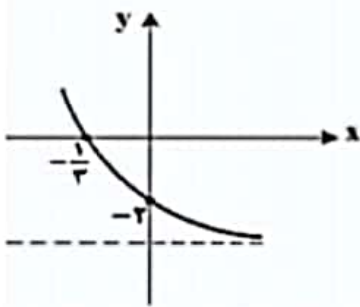
۱۳۸- شکل زیر، نمودار تابع با ضابطه $f(x) = -4 + 2^{ax+b}$ است. $f(-\frac{5}{3})$ کدام است؟

۵۴ (۱)

۶۰ (۲)

۴۸ (۳)

۲۸ (۴)



$$\cancel{(0, -2)} \quad (0, -2) \in f \Rightarrow$$

$$-2 = -4 + 2^b \Rightarrow 2^b = 2 \Rightarrow b = 1$$

$$(-\frac{1}{3}, 0) \in f \Rightarrow 0 = -4 + 2^{-\frac{1}{3}a+1} \Rightarrow 2^{-\frac{1}{3}a+1} = 4 \Rightarrow -\frac{1}{3}a+1 = 2 \Rightarrow a = -3$$

$$f(-\frac{5}{3}) = -4 + 2^{-\frac{5}{3}(-3)+1} = -4 + 2^{5+1} = -4 + 2^6 = -4 + 64 = 60$$

۱۴۰- حاصل عبارت $\tan(30^\circ)\cos(21^\circ) + \tan(48^\circ)\sin(48^\circ)$ کدام است؟ (اعداد داده شده بر حسب درجه هستند).

2 (F)

105

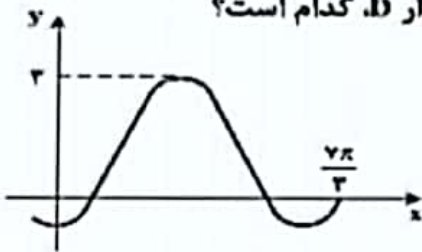
(۲) صف

$$-\frac{1}{2} (1)$$

$$\tan \underbrace{\pi}_{\pi - \frac{\pi}{4}} z - \tan \tau_0 z - \sqrt{\mu}, \tan \underbrace{\pi}_{\pi - \frac{\pi}{4}} z - \tan \tau_0 z - \sqrt{\mu}$$

$$\left(-\sqrt{\frac{3}{2}}x - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \left(-\sqrt{\frac{3}{2}}x + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{3}{2} - \frac{3}{2} = 0$$

۱۴۱- شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع با ضابطه $y = a + b \sin\left(\frac{\pi}{4} + x\right)$ است. مقدار b ، کدام است؟



- (۱) ۲
- (۲) ۱
- (۳) -۱
- (۴) -۲

$$\left(\frac{5\pi}{4}, 0\right) \in \gamma \Rightarrow 0 = a + b \sin\left(\frac{\pi}{4} + x\right)$$

از نوع $\frac{\pi}{4}$ است

$$y = a + b \cos(-x) \Rightarrow y = a - b \cos x$$

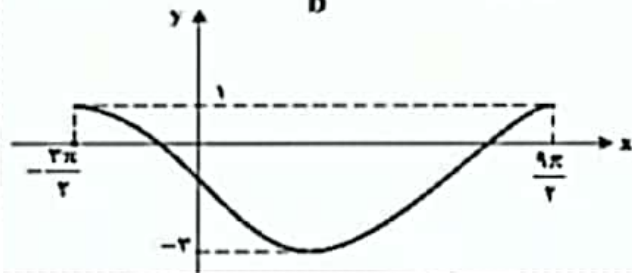
$$0 = a - b \cos \frac{5\pi}{4} \Rightarrow 0 = a - b \cos \frac{\pi}{4}$$

$$0 = a - \frac{b}{\sqrt{2}} \Rightarrow b = \sqrt{2}a$$

$$\max \gamma \Rightarrow \sqrt{2}a + b \Rightarrow \sqrt{2}a \Rightarrow a = 1$$

$$b = \sqrt{2}$$

۱۴۲- شکل زیر، نمودار تابع $y = a \sin(bx) + c$ را در یک بازه تناوب، نشان می‌دهد. نسبت $\frac{a}{b}$ ، کدام است؟



- (۱) -۲
- (۲) -۳
- (۳) -۴
- (۴) -۶

$$T = \frac{9\pi}{4} - (-\frac{3\pi}{4}) = 3\pi \Rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = 3\pi \Rightarrow |b| = \frac{2}{3}$$

(۱۵)

$$\min = -3 \Rightarrow c - a = -3$$

$$\max = 1 \Rightarrow c + a = 1 \Rightarrow c = -1 \Rightarrow a = 2$$

چون $a > 0$ پس b باید منفی باشد تا نمودار رو به پایین باشد

$$b = -\frac{2}{3}, a = 2 \Rightarrow \frac{a}{b} = -3$$

۱۴۲- جواب‌های معادله مثلثاتی $\sin(2x - \frac{\pi}{4}) = \cos(x + \frac{\pi}{4})$ با شرط $x \neq k\pi$ که در آن k یک عدد صحیح است، کدام

است؟

$$\frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{6} \quad (f)$$

$$\frac{2k\pi}{3} - \frac{\pi}{6} \quad (g)$$

$$\frac{2k\pi}{3} \quad (r)$$

$$\frac{k\pi}{3} \quad (1)$$

$$\cos(x + \frac{\pi}{2}) = \sin(\frac{\pi}{4} - x - \frac{\pi}{2}) = \sin(\frac{\pi}{2} - x) \quad (17)$$

$$\sin(2x - \frac{\pi}{2}) = \sin(\frac{\pi}{2} - x) \Rightarrow$$

$$(1) \quad 2x - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2} - x \Rightarrow 2x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{\pi}{4} = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{4}$$

$$(2) \quad 2x - \frac{\pi}{2} = 2k\pi + \pi - (\frac{\pi}{2} - x) = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{2} + x \Rightarrow$$

$$2x - \frac{\pi}{2} = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{2} + x \Rightarrow x = 2k\pi + \pi = (2k+1)\pi$$

$$(1) \cap (2) = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{4}$$

۱۴۲ - حاصل $\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{[x] + 3}{x + 2}$ کدام است؟
 (۱) $-\infty$ (۲) -1

۱۴

۳ صفر

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{[x] + 3}{x + 2} = \frac{[-2^-] + 3}{-2^- + 2} = \frac{-2 + 3}{0^-} = \frac{1}{0^-} = -\infty$$

(۱۸)

۱۴۵- تابع با ضابطه $f(x) = \frac{nx - \sqrt[3]{x^2-1}}{x^n - 12}$ را در نظر بگیرید. اگر $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \frac{1}{6}$ باشد، آنگاه $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ کدام است؟

$\frac{1}{24}$ (۱) $\frac{1}{18}$ (۲) $\frac{1}{12}$ (۳) $\frac{5}{36}$ (۴)

(۱۷)

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{nx - \sqrt[3]{x^2-1}}{x^n - 12} \sim \frac{1}{6} \begin{cases} n < 1 \\ n = \frac{2}{3} \\ n > \frac{2}{3} \end{cases} \checkmark$

قابل قبول نیست چون نیست رادیکال منفرد قرار دارد و جواب آخر $\frac{1}{6}$ نفر نشود

$$\frac{nx}{x^n} \sim \frac{1}{x} \sim a \sim \frac{2}{3}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) \sim \frac{0}{0} \Rightarrow \text{Hop}$$

$$a = \frac{2x}{\sqrt[3]{(x^2-1)^2}}$$

$$\frac{\frac{2}{3} - \frac{7}{12}}{\frac{1}{6}} \sim \frac{1}{6} \sim \frac{1}{24}$$

۱۴۶- تابع با ضابطه

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{d-2x} & ; x \leq -2 \\ -\frac{1}{2}x^2 + bx + c & ; x > -2 \end{cases}$$

در $x = -2$ ، مشتق پذیر است. مقدار c کدام است؟

(۱) $-\frac{2}{3}$ (۲) $-\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{2}{3}$

(۱۹)

برای پیوستگی $\rightarrow \sqrt{d-2(-2)} = -\frac{1}{2}(-2)^2 - 2b + c \Rightarrow$

$$3 - 2 - 2b + c \Rightarrow -2b + c = d$$

برای مشتق پذیری $\rightarrow \frac{-2}{2\sqrt{d-2x}} \Big|_{x=-2} = \frac{-2}{2} = -1 = -2 + b \Rightarrow b = \frac{1}{2}$

$$-2b + c = d \Rightarrow \frac{1}{2} + c = d \Rightarrow c = d - \frac{1}{2}$$

۱۴۷- مشتق تابع با ضابطه $f(x) = \left(\frac{\sqrt[3]{x^2 + 2x}}{x^2 - x} \right)^3$ در نقطه $x = 2$ ، کدام است؟

$-\frac{15}{4}$ (۴)

$-\frac{5}{2}$ (۳)

$-\frac{5}{4}$ (۲)

$-\frac{3}{4}$ (۱)

(۲۵) ابتدا ساده کنیم

$$\left(\frac{\sqrt[3]{x^2 + 2x}}{x^2 - x} \right)^3 = \frac{x^2 + 2x}{(x^2 - x)^3}$$

$$\text{مشتق} = \frac{(x^2 + 2)(x^2 - x)^4 - 3(x^2 - x)^3(2x - 1)(x^2 + 2x)}{(x^2 - x)^7}$$

$$\frac{(x^2 - x)^4((x^2 + 2)(x^2 - x) - 3(2x - 1)(x^2 + 2x))}{(x^2 - x)^7}$$

$$\frac{2(7x^2 - 3x^3 - 7x)}{x^7} = \frac{2(12 - 3)}{2^7} = \frac{10}{128} = \frac{5}{64}$$

۱۴۸- فاصله نقطه ماکسیمم نسبی تابع با ضابطه $f(x) = x + \sqrt{4x - x^2}$ از نیمساز ناحیه اول کدام است؟

۲ (۴)

۲ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

$$f'(x) = 1 + \frac{-2x+2}{2\sqrt{4x-x^2}} = 0 \quad (۱) \quad \text{نقطه بحرانی}$$

$$\frac{-2x+2}{2\sqrt{4x-x^2}} = -1 \xrightarrow{x-1} \frac{-2x+2}{2\sqrt{4x-x^2}} = -1$$

$$-2x+2 = -2\sqrt{4x-x^2} \Rightarrow \sqrt{4x-x^2} = x-1$$

$$4x-x^2 = (x-1)^2$$

$$4x-x^2 = x^2-2x+1 \Rightarrow 2x^2-6x+1=0$$

$$\Delta = 36-8 = 28 \Rightarrow x = \frac{6 \pm \sqrt{28}}{4} = \frac{3 \pm \sqrt{7}}{2}$$

$$y = \frac{3+\sqrt{7}}{2} + \sqrt{4\left(\frac{3+\sqrt{7}}{2}\right) - \left(\frac{3+\sqrt{7}}{2}\right)^2} = \frac{3+\sqrt{7}}{2} + \sqrt{2} = \frac{3+2\sqrt{2}+\sqrt{7}}{2}$$

$$y = \frac{3-\sqrt{7}}{2} + \sqrt{4\left(\frac{3-\sqrt{7}}{2}\right) - \left(\frac{3-\sqrt{7}}{2}\right)^2} = \frac{3-\sqrt{7}}{2} + \sqrt{2} = \frac{3-2\sqrt{2}+\sqrt{7}}{2} \quad \text{min}$$

$$\left(\frac{3+\sqrt{7}}{2}, \frac{3+2\sqrt{2}+\sqrt{7}}{2}\right) \Rightarrow \frac{y-x}{|a^2+b^2|} = \frac{\frac{3+2\sqrt{2}+\sqrt{7}}{2} - \frac{3+\sqrt{7}}{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

۱۵۲- ضریب تغییرات داده‌های آماری به صورت جدول زیر، کدام است؟

داده	۱۰, ۱۰, ۱۰, ۱۰, ۱۰, ۱۱, ۱۱, ۱۱, ۱۱, ۱۲, ۱۲, ۱۲, ۱۲, ۱۲, ۱۲, ۱۲, ۱۲
	۰/۱۸ (۴) ۰/۱۷ (۳) ۰/۱۵ (۲) ۰/۱۲ (۱)

$$\bar{x} = \frac{4(10) + 3(11) + 2(12)}{17} = \frac{191}{17} = 12$$

$$\sigma^2 = \frac{4(-2)^2 + 3(-1)^2 + 2(2)^2}{17} = \frac{20 + 3 + 8}{17} = \frac{31}{17}$$

$$\sqrt{\frac{31}{17}} = \frac{\sqrt{31}}{\sqrt{17}} \approx \frac{5.57}{4.12} \approx 1.35 \quad CV = \frac{1.35}{12} \approx \frac{9}{7}$$

$$\frac{9}{70} \approx \frac{12}{100} \approx 0.12$$

۱۵۳- مثلثی با رأس‌های $A(1, 5)$ ، $B(7, 3)$ و $C(2, -2)$ مفروض است. اندازه ارتفاع AH در مثلث ABC کدام است؟

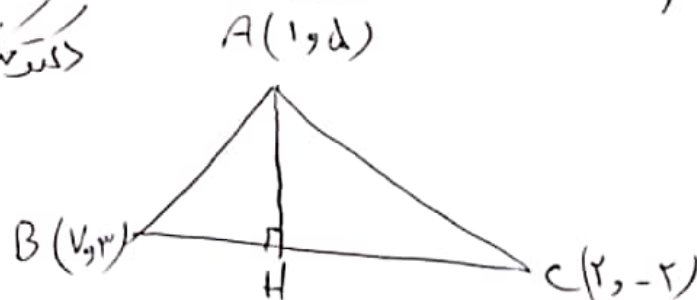
$4\sqrt{2}$ (۴)

۵ (۳)

$3\sqrt{2}$ (۳)

۴ (۱)

دکتر مصطفی کدکلی ۱۳۵۶/۱۱/۲۵



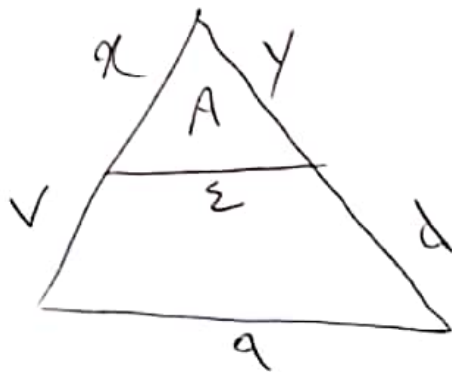
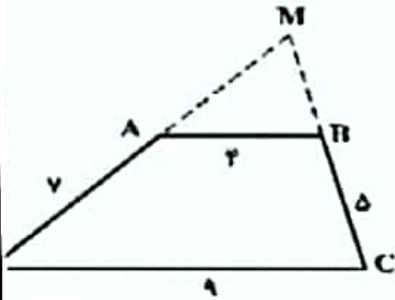
مقدار BC $m = \frac{5}{\Delta} = 1$

$$y + 2 = 1(x - 2) \Rightarrow y = x - 4 \Rightarrow y - x + 4 = 0$$

$$AH = \frac{y - x + 4}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{5 - 1 + 4}{\sqrt{1^2}} = \frac{8}{1} = 8\sqrt{2}$$

۱۵۴- اندازه اضلاع متوازی الاضلاع ABCD مطابق شکل زیر داده شده است. محیط مثلث MAB، کدام است؟

- (۱) ۱۳٫۲
- (۲) ۱۳٫۶
- (۳) ۱۴٫۴
- (۴) ۱۴٫۸



$$\frac{x}{x+y} = \frac{z}{q} \Rightarrow$$

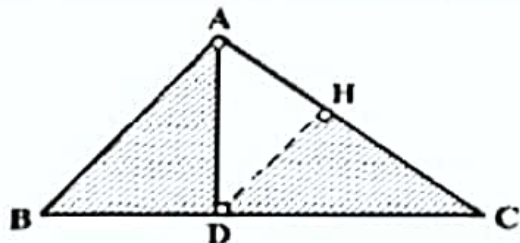
$$qx \Rightarrow (x+y)z \Rightarrow$$

$$dx \Rightarrow (x+y)z \Rightarrow x \Rightarrow \frac{y}{d+y} \Rightarrow \frac{z}{q} \Rightarrow$$

$$\frac{y}{d+y} \Rightarrow \frac{z}{q} \Rightarrow qy \Rightarrow (y+z) \Rightarrow dy \Rightarrow (y+z) \Rightarrow y \Rightarrow z$$

$$A \text{ محيط } z \Rightarrow z + d, 7 + z \Rightarrow 14, 7$$

۱۵- در مثلث قائم الزاویه ABC، طول اضلاع قائم $AB = \sqrt{3}$ و $AC = 2$ است. نسبت مساحت‌های دو مثلث قائم الزاویه ABD و HCD کدام است؟

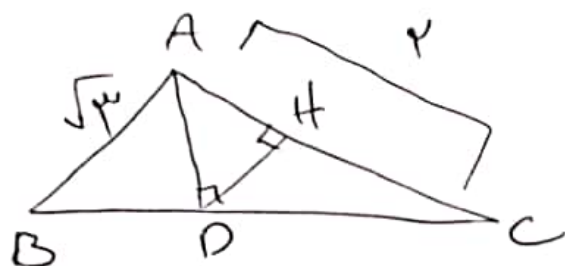


$$\frac{4}{9} \quad (2)$$

$$\frac{2}{7} \quad (1)$$

$$\frac{16}{21} \quad (3)$$

$$AC^2 = DC \times BC \Rightarrow 2^2 = DC \times \sqrt{3} \Rightarrow DC = \frac{4}{\sqrt{3}}$$



$$\frac{S_{HDC}}{S_{ABD}} = \left(\frac{DC}{AB}\right)^2 = \left(\frac{\frac{4}{\sqrt{3}}}{\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{16}{21}$$

$BC = \sqrt{3}$ فیثاغورس

۱۲۸- فرض کنید چند جمله‌ای $p(x)$ بر $x^2 - 1$ بخش پذیر باشد. اگر $Q(x) = p(x-1) + p(1-x)$ آنگاه حاصل تقسیم $Q(x)$ بر $x-2$ کدام است؟

۲ (۴)

۱ (۳)

صفر (۲)

-۱ (۱)

سؤالات غیر تکراری نظر جدید

چون $p(x)$ بر $x^2 - 1$ بخش پذیر است پس $p(1) = 0$ و $p(-1) = 0$

$$p(1) = 0 \text{ و } p(-1) = 0$$

$$Q(2) = p(1) + p(-1) = 0 + 0 = 0$$

۱۳۹- فرض کنید در دامنه $[0, +\infty)$ تابع با ضابطه $f(x) = \frac{r^x + (\frac{1}{r})^x}{r}$ مفروض باشد. $f^{-1}(2)$ کدام است؟

(۱) $\log_r(2 - \sqrt{r})$ (۲) $\log_r(\sqrt{r} - 1)$ (۳) $\log_r(1 + \sqrt{r})$ (۴) $\log_r(2 + \sqrt{r})$

[illegible]

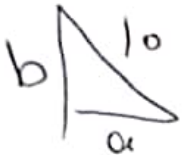
۱۴۹- از بین مثلث‌های قائم‌الزاویه با اندازه وتر ۱۰ واحد، دو ضلع قائم با کدام نسبت انتخاب شود تا حجم حاصل از دوران این مثلث حول ضلع قائم، بیشترین باشد؟

$$\frac{\sqrt{2}}{1} \text{ (A)}$$

$$\frac{2}{2} \text{ (B)}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{1} \text{ (C)}$$

$$\frac{2}{1} \text{ (D)}$$



$$a^2 + b^2 = 100 \quad (1)$$

$$V = \frac{1}{3} \pi a^2 b \Rightarrow \pi \frac{b^2}{3} (100 - b^2)$$

$$V' = \pi \frac{b}{3} (-2b + 100) = 0$$

$$\frac{a}{b} = \frac{\frac{100\sqrt{2}}{2}}{\frac{100}{\sqrt{2}}} = \boxed{\sqrt{2}}$$

$$3b^2 = 100 \Rightarrow b = \frac{10}{\sqrt{3}} \Rightarrow a^2 = 100 - \frac{100}{3} = \frac{200}{3} \Rightarrow a = \frac{\sqrt{2} \cdot 10}{\sqrt{3}} = \frac{10\sqrt{6}}{3}$$

۱۵۰- به چند طریق می توان ۵ نفر از ۹ دوست صمیمی خود را به مهمانی دعوت کرد، به طوری که دو نفر آنان، نخواهند با هم در مهمانی شرکت کنند؟

۹۵ (۴)

۹۱ (۳)

۸۷ (۲)

۸۴ (۱)

④ چاهی اردو نفر شرکت کند یا هر دو شرکت کنند

$$\binom{7}{5} + \binom{7}{4} \times \binom{2}{1}$$

شرکت کنند ۲ نفر از ۷ نفر و یکی از آن دو

۱۵۱- پنج کتاب زبان فارسی و ۳ کتاب زبان انگلیسی، به تصادف در یک قفسه کنار هم چیده شده‌اند. با کدام احتمال کتاب‌های هم زبان، کنار هم قرار می‌گیرند؟

$$\frac{1}{56} \quad (۴)$$

$$\frac{1}{28} \quad (۳)$$

$$\frac{1}{21} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{14} \quad (۱)$$

$$n(S) = 8!$$

$$n(A) = 4! \times 3! \times 2! \rightarrow \text{جای}$$

$$P(A) = \frac{4! \times 3! \times 2!}{8!}$$

$$\frac{4! \times 3! \times 2!}{8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = \frac{2}{8 \times 7} = \frac{1}{28}$$

دکتر نسبی

۰۹۳۰۴۱۱۵۴۶۵

۱۳۱- در هذلولی به معادله $2y^2 - x^2 + 4y = 0$ ، خط گذرا از کانون و عمود بر محور کانونی، هذلولی را در نقاط M و N قطع می‌کند. اندازه MN، کدام است؟

۴ (۴)

$2\sqrt{3}$ (۳)

۳ (۲)

$2\sqrt{2}$ (۱)

سوالات غیرتکراری فصل اول و دوم
(۱) طول وتر کانونی هذلولی

$$2y^2 - x^2 + 4y = 0 \Rightarrow 2(y^2 + 2y + 1) - x^2 = 2$$

$$\frac{2(y+1)^2}{2} - \frac{x^2}{2} = 2 \Rightarrow \frac{(y+1)^2}{1} - \frac{x^2}{2} = 1 \quad \begin{cases} a^2=1 \\ b^2=2 \end{cases}$$

$$\text{طول وتر کانونی} = \frac{2b^2}{a} = \frac{2 \times 2}{1} = 4$$

۱۴۸- فاصله دو نقطه عطف نمودار تابع $f(x) = \frac{x^2 - 6}{x^2 + 3}$ کدام است؟

۳ (۴)

$\sqrt{5}$ (۳)

۲ (۲)

$\sqrt{3}$ (۱)

محل انجام محاسبات

$$f'(x) = \frac{2x(x^2+3) - 2x(x^2-6)}{(x^2+3)^2} = \frac{2x(x^2+3-x^2+6)}{(x^2+3)^2} = \frac{18x}{(x^2+3)^2}$$

$$f''(x) = \frac{18(x^2+3)' - 2(x^2+3)(2x)(18x)}{(x^2+3)^4}$$

$$\frac{18(x^2+3)'(x^2+3-2x^2)}{(x^2+3)^4} \Rightarrow \frac{18(x^2+3)(x^2+3-2x^2)}{(x^2+3)^4}$$

$$3x^2 - 3 = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$$

۱۴۹- حاصل $\int_1^4 \frac{x^2 + \sqrt{x}}{x} dx$ کدام است؟

۹/۵ (۴)

۸/۵ (۳)

۸/۲۵ (۲)

۷/۷۵ (۱)

$$\int_1^4 x + x^{-\frac{1}{2}} \Rightarrow \int_1^4 \frac{x^2}{2} + 2x^{\frac{1}{2}}$$

$$\int_1^4 \frac{x^2}{2} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} + 2 \times \frac{1}{2} = 9/2$$

$$\int_1^4 2\sqrt{x} = 2 \times \frac{2}{3} = \frac{4}{3}$$

۱۵۰- فرض کنید $A = \begin{bmatrix} a & -2 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 1 & c \\ b & 4 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ اگر ماتریس AB معکوس پذیر و $(AB)^T = AB$ باشد، مقدار $a - 2b + ac$ کدام است؟

۱۲ (۴)

۱۰ (۳)

۸ (۲)

۶ (۱)

$$AB = \begin{bmatrix} a & -2 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & c \\ b & 4 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a-2b & ac-9 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (۴)$$

$$[AB]^T = \begin{bmatrix} (a-2b)^T & (a-2b)(ac-9) + ac-9 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$AB = [AB]^T \Rightarrow \begin{cases} (a-2b)^T = a-2b \\ (a-2b)(ac-9) + ac-9 = ac-9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a-2b=0 \\ a-2b=1 \end{cases}$$

اگر $a-2b=0$ با $A.B$ طریقی پذیر نیست چون درجه‌های صف‌ها/ستون‌ها

$$(۲)(a-2b)(ac-9) + (ac-9) = ac-9 \Rightarrow ac-9=0 \Rightarrow ac=9$$

$$(a-2b) + (ac) = 1 + 9 = 10$$

۱۵۱- سه تاس سالم را با هم پرتاب می‌کنیم. احتمال این که مجموع ۳ عدد ظاهر شده برابر ۶ باشد، کدام است؟

$$\frac{2}{54} \quad (4)$$

$$\frac{5}{108} \quad (3)$$

$$\frac{7}{108} \quad (2)$$

$$\frac{5}{72} \quad (1)$$

$$n(S) = 7^3$$

$$n(A) = \begin{cases} 1, 2, 3 \rightarrow 3! = 6 \\ 1, 1, 4 \rightarrow \frac{3!}{2!} = 3 \\ 2, 2, 2 \rightarrow 1 \end{cases} \rightarrow 10$$

$$P(A) = \frac{10}{7^3} = \frac{10}{343} = \frac{10}{343}$$

گزینه ی
۵ ۷ ۱۱ ۱۳ ۱۵

موفق باشید