۱۱۱) گزینه ①

$$\frac{-f(x)}{f(x+۲)} \geq ۰ \longrightarrow \frac{f(x)}{f(x+۲)} \leq ۰$$

$x=۰ \to \frac{f(۰)}{f(۲)} = \frac{۰}{+}$ ✓

$x=۱ \to \frac{f(۱)}{f(۳)} = \frac{۰}{+}$ ✓

$x=۲ \to \frac{f(۲)}{f(۴)} = \frac{+}{+}$ X

$x=-۱ \to \frac{f(-۱)}{f(۱)} = \frac{+}{۰}$ X

$x=-۲ \to \frac{f(-۲)}{f(۰)} = \frac{-}{۰}$ X

$x=-۳ \to \frac{f(-۳)}{f(-۱)} = \frac{-}{+} = -$ ✓

$x=-۴ \to \frac{f(-۴)}{f(-۲)} = \frac{-}{۰}$ X

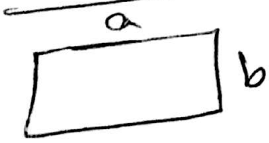
۱۱۲) گزینه ③

$$f(-\tfrac{۵}{۳}) = ۲[-\tfrac{۵}{۳}] + \tfrac{۵}{۳} = -\tfrac{۷}{۳}$$

$$g(x) = f([x+۲[x]-x]) = f([۲[x]]) = f([۲[-\tfrac{۷}{۳}]])$$

$$= f(-۶) = ۲[-۶]+۶ = \boxed{-۶}$$

۱۱۳) گزینه ④



$$\frac{a}{b} = \frac{۵}{۴} \longrightarrow \frac{a+x}{b} = \frac{۱+\sqrt{۵}}{۲}$$

$$S = (a+x)\,b = \left(\frac{۱+\sqrt{۵}}{۲}\,b\right)b = \left(\frac{۱+\sqrt{۵}}{۲}\right)b^۲$$

$$S = ab = \left(\frac{۵}{۴}\,b\right)b = \frac{۵}{۴}\,b^۲$$

$$\Longrightarrow \frac{\frac{(۱+\sqrt{۵})}{۲}b^۲}{\frac{۵}{۴}b^۲} = ۰/۴(۱+\sqrt{۵})$$

۱۱۴) گزینه ③

$$۲ax^۲ + ax + ۶ = ۰$$

$$۲x^۲ - ax + b = ۰$$

$$\alpha , \beta$$

$\alpha = \alpha' + ۰/۵$

$\beta = \beta' + ۰/۵$

$S = \alpha + \beta = \alpha' + \beta' + ۱ \Rightarrow \frac{a}{۲} = -\frac{a}{۲} + ۱ \Rightarrow \boxed{a=۱}$

$P = \alpha . \beta = (\alpha' + ۰/۵)(\beta' + ۰/۵) = \alpha'\beta' + ۰/۵(\alpha' + \beta') + ۰/۲۵$

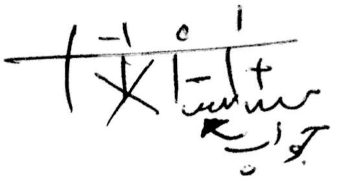
$\Rightarrow \frac{b}{۲} = -۳ + ۰/۵(-۰/۵) + ۰/۲۵ \Rightarrow \boxed{b=-۶}$

$[\frac{-۶}{۴}] = \boxed{-۲}$

۱۱۵) گزینه ۴

$\boxed{\text{روش ۱}}$ $f\circ f(x) < f(x^۵)$

$x < x^۵ \longrightarrow x^۵ - x > ۰ \rightarrow x(x^۴-۱)=۰$, $x=۰$, $x=\pm۱$



عددگذاری

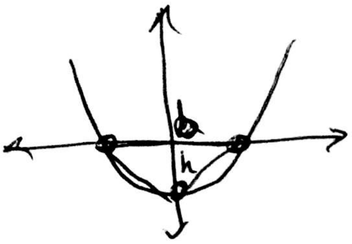
② روش $\xrightarrow{x=۱۰} f(\underbrace{f(۱۰)}_{۱۱^۵}) < f(۱۰^۵)$ ✗

گزینه ②
جواب جا بدلد $\xrightarrow{x=۱} f(f(۱)) < f(۱)$ ✗

---

۱۱۶) گزینه ④

$x_S = \frac{m}{۲} = \frac{-۱}{۲}$



$S_\Delta = \frac{b\cdot \boxed{h}^{\,m}}{۲}$

$b = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{(m+۲)^۲-۸m}}{۲} = \frac{|m-۲|}{۲}$

$= \frac{|m-۲|\cdot m}{۴} \xrightarrow[\text{(با توجه به اول سوال)}]{m<۰} \frac{m^۲-۲m}{\cancel{۴}} = \frac{۳}{\cancel{۴}} \rightarrow m^۲-۲m-۳=۰$

$m=-۱$ ✓

$m=۳$ ✗

---

۱۱۷)

$$f(x)=\begin{cases} ۲-۳x & ۲x+۳\leq ۰ \rightarrow x\leq -\frac{۳}{۲} \\ ۲+۲mx-x^۲ & ۲x+۳>۰ \rightarrow x>-\frac{۳}{۲}\end{cases}$$

$-x^۲+۲mx+۲ \longrightarrow m=-۲ \rightarrow \underbrace{\boxed{-x^۲-۴x+۲}}_{f(x)} \rightarrow f^{-۱}(-۱۹) \longrightarrow f(x)=-۱۹$

$\Rightarrow \boxed{x=۳}$

$x_S < -\frac{۳}{۲} \rightarrow \frac{-۲m}{-۲} < -\frac{۳}{۲} \rightarrow \boxed{m<-\frac{۳}{۲}}$

گزینه $\boxed{۱}$

---

۱۱۸) گزینه ④

$\log ۳۰ = \log ۳ + ۱ = ۱/۴$

$\log ۶ = \log ۳ + \log ۲ = ۰/۷$

$\log \frac{۵}{۶} = \log ۵ - \log ۶ = ۰$

$\Rightarrow ۱/۴x^۲ + ۱/۴x = ۰$

$۱/۴x(x+۱)=۰$

$\boxed{x=۰}$ $\boxed{x=-۱}$

اختلاف ریشه‌ها $\Rightarrow ۰-(-۱)=$ ①

۱۱۹) گزینه ③

$$\tan x+\cot x=-۳ \to \frac{۲}{\sin ۲x}=-۳ \to \boxed{\sin ۲x=-\frac{۲}{۳}}$$

$$\frac{۱}{\sin^{۳}x+\cos^{۳}x}=\frac{۱}{(\sin x+\cos x)(۱-\frac{۱}{۲}\sin ۲x)}=\frac{۱}{(-\frac{۱}{\sqrt{۳}})(۱+\frac{۱}{۳})}=\frac{۱}{\frac{-۴}{۳\sqrt{۳}}}=\frac{-۳\sqrt{۳}}{۴}$$

$$(\sin x+\cos x=A)^{۲}$$

$$۱+\sin ۲x=A^{۲}\to A^{۲}=\frac{۱}{۳}\to A=\pm\frac{۱}{\sqrt{۳}}\xrightarrow{\frac{۳\pi}{۴}<x<\pi}\boxed{A=-\frac{۱}{\sqrt{۳}}}$$

---

۱۲۰) گزینه ①

$$S=\pi \Rightarrow \boxed{R=۱}$$

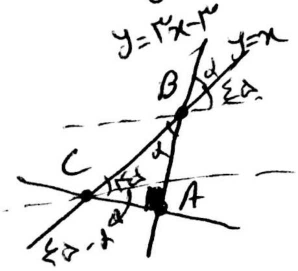
$$P_{\overset{\triangle}{OAH}}=OA=۱ \;,\; OH=\frac{\sqrt{۳}}{۲} \;,\; AH=\frac{۱}{۲}$$

$$P_{\overset{\triangle}{AHC}}=\overset{\frown}{AC}=\frac{\pi}{۶} \;,\; HC=۱-\frac{\sqrt{۳}}{۲} \;,\; AH=\frac{۱}{۲}$$

$$\Big\}\xrightarrow{\text{کم می‌کنیم}}\sqrt{۳}-\frac{\pi}{۶}$$

---

۱۲۱) چون مرکز دایره روی ضلع BC است پس زاویه $\hat{A}$ قائمه می‌باشد حال:



$$\tan(\frac{\pi}{۴}+\alpha)=۳\Rightarrow\tan(\frac{\pi}{۲}+۲\alpha)=\frac{۲\times۳}{۱-۳^{۲}}=-\frac{۳}{۴}$$

$$\to +\cot ۲\alpha=\frac{۳}{۴}$$

$$\Rightarrow B-C=۹۰-\alpha-\alpha=۹۰-۲\alpha\to\tan(B-C)=\cot ۲\alpha=\frac{۳}{۴}$$

---

۱۲۲) گزینه ①

$$T=\frac{۹\pi}{۲۰}-\frac{\pi}{۴}=\frac{\pi}{۵}\Rightarrow|b|=\frac{۲\pi}{\frac{\pi}{۵}}=۱۰\xrightarrow[b=]{b>۰}\frac{\boxed{۱۰}}{۲}=\boxed{۵}$$

$$\Rightarrow\boxed{a\cdot b=۱۵}$$

$$|a|=\frac{۱-(-۲)}{۲}=\frac{۳}{۲}\xrightarrow{a>۰}a=\frac{۳}{۲}\times۲=\boxed{۳}$$

۱۲۳) گزینه ④

$$\sin\left(\frac{\pi+۴x}{۲}\right)=\sin\left(\frac{\pi}{۲}+۲x\right)=\cos۲x$$

$$\cos\left(\frac{\pi+۸x}{۲}\right)=\cos\left(\frac{\pi}{۲}+۴x\right)=-\sin۴x$$

$$\Rightarrow \sin۴x=\cos۲x \Rightarrow ۲\sin۲x\cancel{\cos۲x}=\cancel{\cos۲x}$$

$$\Rightarrow \sin۲x=\frac{۱}{۲}\xrightarrow{[۰,\pi]}۲x=\frac{\pi}{۶} \text{ و } \frac{۵\pi}{۶}$$

$$\longrightarrow x=\frac{\pi}{۱۲}-\frac{۵\pi}{۱۲}$$

$$\longrightarrow \alpha=\frac{۵\pi}{۱۲}-\frac{\pi}{۱۲}=\frac{\pi}{۳}\longrightarrow \tan۲\alpha=\tan\frac{۲\pi}{۳}=\boxed{-\sqrt{۳}}$$

---

۱۲۴) گزینه ②

$$۸a-b=۰\rightarrow\boxed{۸a=b}$$

$$\xrightarrow{hop}\frac{b\times\frac{۱}{۸}\times\frac{۱}{۳(۲)}}{a}=\frac{\overset{۸a}{\boxed{b}}}{a}\times\frac{۱}{۴۸}=\boxed{\frac{۱}{۶}}$$

---

۱۲۵) گزینه ③

(فقط شیب خط نیاز هست)

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{|-۳x|}{\frac{۳}{۴}x}=\frac{-۳x}{\frac{۳}{۴}x}=-۴$$

---

۱۲۶)

$$\frac{\sqrt{۳x^۲+۶x+۳}}{|x^۳+۱|}=\frac{\sqrt{۳}|x+۱|}{|x^۳+۱|}\xrightarrow{hop}\sqrt{۳}\left|\frac{۱}{۳x^۲}\right|=\boxed{\frac{\sqrt{۳}}{۳}}$$

$$\frac{\sqrt{۳x^۲+(m-۱)x+(m-۴)}}{|x^۳+((m-۷)x+a)^۲|}$$

$x\neq a$

$\boxed{x\neq-۱}$

$$|m-۱|^۲-۱۲(m-۴)\leq۰$$

$$\rightarrow m^۲-۱۴m+۴۹\leq۰$$

$$a\rightarrow a^۳=-((m-۷)a+a)^۲=a-(m-۶)^۲$$

$\boxed{a=-۱}$

$$\frac{۲\sin b}{۳\sqrt{x+۲}}\xrightarrow{a=-۱}\frac{۲\sin b}{۳}=\frac{\sqrt{۳}}{۳}$$

$$\rightarrow \sin b=\boxed{\frac{\sqrt{۳}}{۲}}$$

گزینه ۱

۱۲۷) گزینه ③

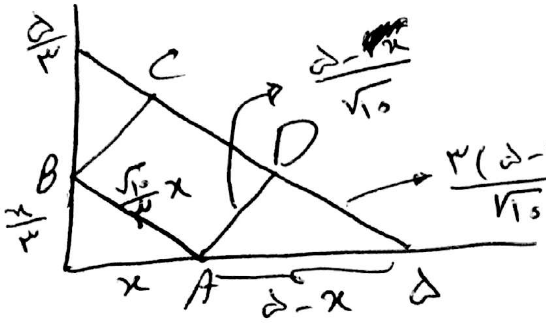
$$g'(-\sqrt[۳]{۲})\,f'(g(-\sqrt[۳]{۲}))=(fog)'(-\sqrt[۳]{۲})$$

$$D_g=(-\infty,۰)\to g(x)=\frac{۱}{۲x^۳}\rightsquigarrow fog(x)=\frac{۱}{\sqrt[۳]{\frac{۱}{۲x^۳}+\frac{۱}{۲x^۳}}}=\frac{۱}{\frac{۱}{x}}=\textcircled{x}$$

$$\to (fog)'_{(x)}=①$$

---

۱۲۸) گزینه ②



$$S=\frac{۵x-x^۲}{۳}\longrightarrow x_s=\frac{۵}{۲}$$

$$S=\frac{۱}{۲}\left(\frac{۵-x}{\sqrt{۱۰}}\right)\times\frac{۳(۵-x)}{\sqrt{۱۰}}$$

$$\frac{۳}{۲۰}(۵-x)^۲=\frac{۳}{۲۰}\left(\frac{۲۵}{۴}\right)=\frac{۱۵}{۱۶}$$

---

۱۲۹) گزینه ②

$$\sigma^۲=\frac{۷^۲-۱}{۱۲}\times ۲^۲=۱۶\longrightarrow \sigma=۴$$

دسته آخر : داده وسط $=\sigma^۲=۱۶ \xrightarrow{\text{کم می‌کنیم}} ۱۶-۸=⑧$

دسته اول : داده وسط $=۲\sigma=۸$

---

۱۳۰)

$$\underbrace{\_\ \_\ \_\ \_\ \_\ \_\ \_\ \_\ \_\ \_}\ \underline{۲}$$

رقم یکان باید همواره ۲ باشد حال :
و مجموع ارقام مضرب ۳

تعداد ۱	تعداد ۲	
۱۰	۱	→ ۱
۷	۴	→ $\binom{۱۰}{۳}=۱۲۰$
۴	۷	→ $\binom{۱۰}{۴}=۲۱۰$
۱	۱۰	→ $\binom{۱۰}{۹}=۱۰$

$\xrightarrow{\textcircled{+}}$ ۳۴۱

۱۳۱)

$$\binom{n-1}{k-1} = \frac{k}{k+۵}\binom{n}{k} \longrightarrow \frac{\cancel{(n-1)!}}{\cancel{(k-1)!}\,\cancel{(n-k)!}} = \frac{\cancel{k}}{k+۵} \times \frac{\overset{n\cancel{(n-1)!}}{n!}}{\underset{\cancel{k(k-1)!}}{k!}\,\cancel{(n-k)!}}$$

$$\Rightarrow ۱ = \frac{n}{k+۵} \Rightarrow n = k+۵ \xrightarrow{+k} n+k = ۲k+۵$$

عدد فرد بزرگ تر ۷ جواب می‌دهد

گزینه ②

---

۱۳۲) گزینه ④

$۰/۴ \times ۰/۲۵$

$۰/۳۵ \times ۰/۳$ $\xrightarrow{\oplus}$ $۰/۱ + ۰/۱۰۵ + ۰/۰۸۷۵ = ۰/۲۹۲۵$

$۰/۲۵ \times ۰/۲۵$

---

۱۳۳)

$$AB \parallel CD \Rightarrow \frac{۴-۱}{-۱-۳} = \frac{-۳}{۲x+۱} \Rightarrow x = \frac{۳}{۲} \longrightarrow C = \left(\frac{۳}{۲}, -۱\right)$$

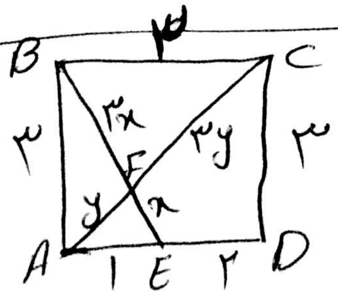
$$AB \perp BC \Rightarrow -\frac{۳}{۴} \times \frac{y-۱}{-\frac{۳}{۲}} = -۱ \longrightarrow \frac{y-۱}{۲} = -۱ \longrightarrow y = -۱$$

$$\text{محیط} = ۲(AB+BC) = ۲\left(۵ + \frac{۵}{۲}\right) = ۱۵$$

گزینه ③

---

۱۳۴)

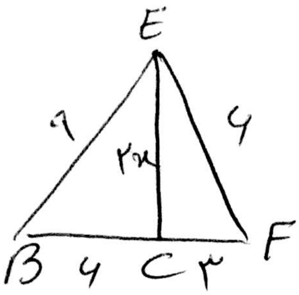


$$\frac{x}{y} = \frac{۴x}{۴y} = \frac{BE}{AC} = \frac{\sqrt{۱۰}}{۳\sqrt{۲}} = \frac{\sqrt{۵}}{۳}$$

گزینه ①

۱۳۵) گزینه ④

$BCE \sim CFD \longrightarrow FJ = \frac{EJ}{۲} = \textcircled{۲}$



$$\longrightarrow \frac{۶\times ۳۶+۳\times ۸۱}{۹} = ٤x^۲ + \overset{(۳\times ۹)}{۱۸}$$

$$\longrightarrow ۲٤+۲۷ = ٤x^۲+۱۸$$

$$\longrightarrow x = \frac{\sqrt{۳۳}}{۲}$$

---

۱۳۶) گزینه ②

$$x^۲+y^۲-۳x-۵y+\frac{۱}{۲}=۰$$

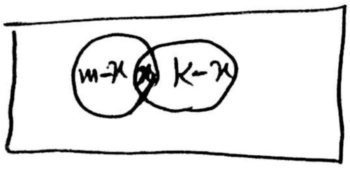
نقطه $(-۱و۲/۵)$

$$\longrightarrow ۱+\frac{۲۵}{۴}+۳-\frac{۲۵}{۲}+\frac{۱}{۲}=\frac{۹}{۲}-\frac{۲۵}{۴}=-\frac{۷}{۴}$$

$\Longrightarrow$ کوتاه‌ترین وتر $= ۲\sqrt{-(-\frac{۷}{٤})} = \textcircled{\sqrt{۷}}$

---

۱۳۷) گزینه ④



$$n(A\cup B)-n(A\cap B)=۲۰$$

$$m+k-x-x=۲۰ \Rightarrow \left.\begin{array}{l} m+k=۲۰+۲x \\ m-k=۱۴ \end{array}\right\} \xrightarrow{\text{کم می‌کنیم}}$$

$$\Longrightarrow ۲k=۶+۲x$$

$$\xrightarrow{\div ۲} k=۳+x$$

$$n(B-A)=k-x=۳+x-x=\textcircled{۳}$$

---

۱۳۸) گزینه ①

$$۶(a_۱+d)^۲ = ۵(a_۱+۲d)a_۱+۳(a_۱+d)a_۱$$

$$۶a_۱^۲+۱۲a_۱d+۶d^۲ = ۵a_۱^۲+۱۰a_۱d+۳a_۱^۲+۳ad$$

$$\rightarrow ۲a_۱^۲+a_۱d=۶d^۲ \rightarrow ۲a_۱^۲+a_۱d-۶d^۲ \xrightarrow{\div a_۱^۲} ۶t^۲-t-۲=۰$$

$$\rightarrow t=\frac{۲}{۳}=\frac{d}{a}$$

$$t=-\frac{۱}{۲}=\frac{d}{a_۱}$$

$$\frac{a_۱+۳d}{d}=\frac{a_۱}{d}+۳=\underline{-۲+۳=\boxed{\textcircled{۱}}}$$

۱۳۹) گزینه ④

$$\log_{۹} x + ۳\log_{x^{۲}} ۳ \to \underbrace{\frac{۱}{۲}\log_{۳} x}_{A} + \underbrace{\frac{۳}{۲}\log_{x} ۳}_{B}$$

$$\to A + B \geqslant ۲\sqrt{AB} \geqslant ۲\sqrt{\frac{۳}{۴}} \geqslant \boxed{\sqrt{۳}}$$

---

۱۴۰) گزینه ۲

باید ۷۲ بر $۱-y^{۲}$ بخش پذیر باشد :

$y^{۲} = ۰ \to x = -۷۲$

$y = \pm ۲ \to y^{۲} = ۴ \to x = ۲۴$

$y = \pm ۳ \to y^{۲} = ۹ \to x = ۹$

$y = \pm ۵ \to y^{۲} = ۲۵ \to x = ۳$

$f = \{ (-۷۲,۰), (۲۴,\pm ۲), (۹,\pm ۳), (۳,\pm ۵) \}$

باید سه عضو [redacted] حذف بشوند.