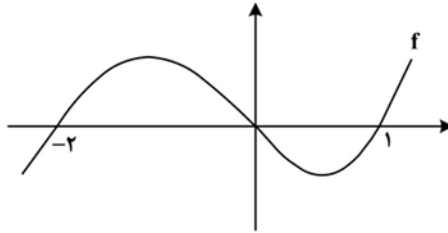


۱۱۱- نمودار زیر، تابع f را نشان می‌دهد. دامنه تابع $g(x) = \sqrt{-\frac{f(x)}{f(x+2)}}$ شامل چند عدد صحیح است؟

متوسطه



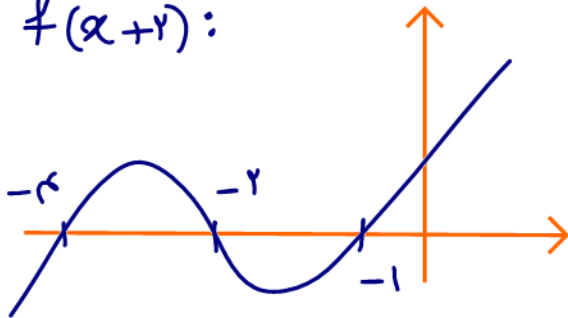
۳ (۱)

۶ (۲)

۴ (۳)

۵ (۴)

$f(x+2)$:



س. $f(x)$ و $f(x+2)$ متوسط

$$\frac{f(x)}{f(x+2)} \leq 0$$

	س	س	س	س	س
x	-4	-2	-1	0	1
y	+	-	-	+	-
	۰	۰	۰	۰	۰

$$x \in \mathbb{Z} : -3, 0, 1$$

متوسط

۱۱۲ - اگر $f(x) = 2[x] - x$ و $g(x) = f([x + f(x)])$ باشد، $\text{gof}(-\frac{5}{3})$ کدام است؟

(۴) ۶

(۳) -۶

(۲) -۴

(۱) ۴

$$f(-\frac{5}{3}) = 2 \left[-\frac{5}{3} \right] - (-\frac{5}{3}) = -2 + \frac{5}{3} = -\frac{1}{3}$$

$$g(-\frac{1}{3}) = f\left(\left[-\frac{1}{3} + f(-\frac{1}{3})\right]\right)$$

$$\Rightarrow f(-\frac{1}{3}) = 2 \left[-\frac{1}{3} \right] - (-\frac{1}{3}) = -2 + \frac{1}{3} = -\frac{5}{3}$$

$$\Rightarrow g(-\frac{1}{3}) = f\left(\left[-\frac{1}{3} - \frac{5}{3}\right]\right) = f\left(\left[-\frac{6}{3}\right]\right)$$

$$= f(-2) = 2[-2] - (-2) = -2$$

۱۱۳- نسبت طول به عرض یک مستطیل، ۵ به ۴ است. با افزایش طول مستطیل، یک مستطیل طلایی خواهیم داشت.

نسبت مساحت مستطیل طلایی به مستطیل اولیه کدام است؟

- (۱) $0,3 + \sqrt{5}$ (۲) $0,2(1 + \sqrt{5})$ (۳) $0,6 + 0,2\sqrt{5}$ (۴) $0,4(1 + \sqrt{5})$

متوسط
طرح سوال از جایی که
فکرش نمی کردید! 😊

$$\varphi = \frac{\sqrt{5} + 1}{2} \text{ نسبت طلایی}$$



$$\frac{A}{x} = \frac{\sqrt{5} + 1}{2} \Rightarrow 2\sqrt{5}x + 2x = 2A$$

$$\Rightarrow A = \sqrt{5}x + 1$$

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{(2\sqrt{5}x + 2)(x)}{(5x)(x)} = 0,2\sqrt{5} + 0,2$$

$$0,2(1 + \sqrt{5})$$

۱۱۴- ریشه های معادله $2x^2 - ax + b = 0$ نیم واحد از ریشه های معادله $2ax^2 + ax - 6 = 0$ بیشتر است. مقدار $\left[\frac{ab}{4}\right]$ متوسط کدام است؟

(۴) -۱

(۳) -۲

(۲) -۳

(۱) -۴

$$2x^2 - ax + b = 0$$

$$\alpha + 0,5, \beta + 0,5$$

$$2ax^2 + ax - 6 = 0$$

$$\alpha, \beta$$

$$\alpha + \beta = -\frac{1}{2}$$

$$\underbrace{\alpha + \beta}_{-\frac{1}{2}} + 1 = \frac{a}{2}$$

$$\Rightarrow \boxed{a = 1}$$

$$\alpha\beta = \frac{-6}{2a} = -3$$

$$(\alpha + 0,5)(\beta + 0,5)$$

$$= \alpha\beta + 0,5(\underbrace{\alpha + \beta}_{-\frac{1}{2}}) + 0,25 = \frac{b}{2} \Rightarrow -3 = \frac{b}{2}$$

$$\Rightarrow \boxed{b = -6}$$

$$\left[\frac{ab}{4}\right] = \left[-\frac{6}{4}\right] = \left[-1,5\right] = -2$$

متوسط
مفهومی و ترکیبی

۱۱۵- اگر $f(x) = (x + \log x)^5$ باشد، مجموعه جواب نامعادله $(f \circ f)(x) < f(x^5)$ کدام است؟
 (۱) $(0, 5)$ (۲) $(0, 1)$ (۳) $(5, +\infty)$ (۴) $(1, +\infty)$

$$\left. \begin{array}{l} x \xrightarrow{\text{اگرچه معلوم}} \\ \log x \xrightarrow{\text{اگرچه معلوم}} \end{array} \right\} \Rightarrow f(x) = (x + \log x)^5$$

$$\Rightarrow f(f(x)) < f(x^5) \Rightarrow f(x) < x^5$$

$$\Rightarrow (x + \log x)^5 < x^5 \Rightarrow \cancel{x + \log x < x}$$

$$\Rightarrow \log x < 0$$

$$\Rightarrow$$

$$x < 1$$

و

$$x \geq 0$$

شرط دامنه

۱۱۶- صفرهای تابع $y = 2x^2 - (m+2)x + m$ و نقطه تقاطع آن با محور عرض ها، رئوس یک مثلث هستند. اگر مساحت

دستوار

این مثلث برابر $\frac{3}{4}$ باشد، کدام می تواند طول رأس سهمی $y = x^2 - mx + 1$ باشد؟

$$-\frac{1}{2} \quad (4)$$

$$-\frac{3}{4} \quad (3)$$

$$\frac{2}{3} \quad (2)$$

$$\frac{1}{4} \quad (1)$$

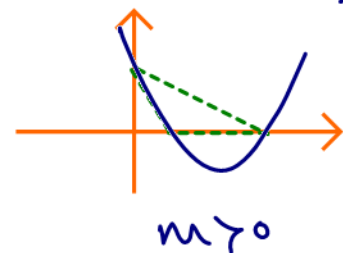
$$2x^2 - (m+2)x + m = (x-1)(2x-m) \quad \left\{ \begin{array}{l} x=1 \\ x=\frac{m}{2} \end{array} \right.$$

توجه کنید که در صورت مساحت این مثلث برابر است با:

$$\frac{1}{2} |\alpha - \beta| \propto |f(0)|$$

مثال:

$$= \frac{1}{2} \propto \left| \frac{m}{2} - 1 \right| \propto |m| = \frac{3}{4}$$



طرفین ضرب در ۴

$$\Rightarrow |(2m-1) \propto m| = 3$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 2m^2 - m = 3 \\ 2m^2 - m = -3 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 2m^2 - m - 3 = 0 \\ 2m^2 - m + 3 = 0 \end{array} \right. \Delta < 0$$

$$(2m-3)(m+1) = 0$$

$$\Rightarrow m = -1, \frac{3}{2} \Rightarrow \alpha \beta = -\frac{m}{2} = \frac{m}{2} \rightarrow \begin{array}{l} -\frac{1}{2} \\ \frac{3}{2} \end{array}$$

۱۱۷- تابع $f(x) = \begin{cases} 2-3x & 2x+3 \leq 0 \\ 2+2mx-x^2 & 2x+3 > 0 \end{cases}$ روی دامنه تعریف خود، وارون پذیر است. اگر f^{-1} وارون تابع f به ازای

مقدار صحیح m باشد، مقدار $f^{-1}(-19)$ کدام است؟

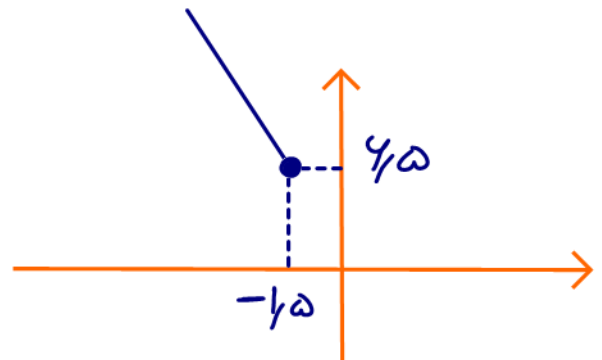
۳ (۱)

۲ (۲)

۱ (۳)

۴ (۴) صفر

سوال



$$f(x) = \begin{cases} -3x + 2 & x \leq -1.5 \\ -x^2 + 2mx + 2 & x > -1.5 \end{cases}$$

سری رو بیاش

$$x_0 = -\frac{2m}{-2} = m$$

برای آنکه f تابع باشد بایستی: $x_0 \leq -1.5$

برای آنکه تابع f وارون پذیر باشد بایستی: $y_0 \leq 4.5$

$$\Rightarrow -m^2 + 2m^2 + 2 \leq 4.5 \Rightarrow m^2 \leq 2.5 \quad \left. \begin{array}{l} m \leq -1.5 \end{array} \right\}$$

$$\underline{m = -2} : m \in \mathbb{Z} \text{ منب}$$

خط $y = 19$ ضابطه درجه دوم تابع f را قطع می کند.

$$-x^2 - 6x + 2 = -19 \Rightarrow x^2 + 6x - 21 = 0 \Rightarrow (x-3)(x+7) = 0$$

$$\begin{cases} x = -7 \quad \times \\ x = 3 \end{cases}$$

۱۱۸- اگر $\log 2 \approx 0.3$ و $\log 3 \approx 0.4$ باشد، اختلاف ریشه های معادله $x^2(\log 30) + 2x(\log 6) - \log \frac{5}{6} = 0$ چقدر است؟

متوسط

۱ (۴)

۱/۴ (۳)

۰/۵ (۲)

۰/۷ (۱)

$$|\alpha - \beta| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|\alpha|}$$

$$\Rightarrow \Delta = (2 \log 4)^2 + 2 \log 30 \log \frac{5}{6}$$

$$= 2(\log 4)^2 + 2(\log 5 + \log 4)(\log 5 - \log 4)$$

$$= 2(\log 5)^2$$

$$\Rightarrow \sqrt{\Delta} = 2 \log 5$$

$$\Rightarrow \frac{2 \log 5}{\log 30} = \frac{2\alpha(1 - \log 2)}{\log 3 + 1} = \frac{2\alpha \cdot 0.7}{0.5 + 1}$$

$$= \frac{1.4}{1.5} = 1$$

متوسطه

۱۱۹- اگر $\tan x + \cot x = -3$ و $3\pi < 4x < 4\pi$ باشد، حاصل $\frac{1}{\cos^3 x + \sin^3 x}$ کدام است؟
 (۱) $-0,5\sqrt{6}$ (۲) $0,25\sqrt{3}$ (۳) $-0,75\sqrt{3}$ (۴) $0,5\sqrt{6}$

$$\tan x + \cot x = \frac{2}{\sin 2x} = -3 \Rightarrow \sin 2x = -\frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \sin x \cos x = -\frac{1}{3}$$

$$A = \frac{1}{\sin^3 x + \cos^3 x} \Rightarrow \frac{1}{A} = \sin^3 x + \cos^3 x$$

$$\Rightarrow \frac{1}{A^2} = \underbrace{\sin^4 x + \cos^4 x}_{1 - 3\sin^2 x \cos^2 x} + 2\sin^2 x \cos^2 x$$

$$\Rightarrow 1 - 3\left(\frac{1}{9}\right) + 2\left(\frac{-1}{12}\right) = \frac{14}{12} = \frac{1}{A^2}$$

$$\Rightarrow A = \frac{\pm 3\sqrt{3}}{2} = \pm 0,75\sqrt{3}$$

$$\frac{3\pi}{2} < x < \pi \Rightarrow \underbrace{\sin x > 0, \cos x < 0, |\cos x| > \sin x}_{\sin^3 x + \cos^3 x < 0}$$

۱۲۰- مطابق شکل زیر، در دایره‌ای به مساحت π ، $\angle AOB = 120^\circ$ و OH عمود منصف AD است. اختلاف محیط مثلث

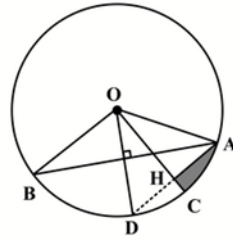
AOH و محیط قسمت سایه زده شده کدام است؟

(۱) $\sqrt{3} - \frac{\pi}{6}$

(۲) $\sqrt{2} - \frac{\pi}{6}$

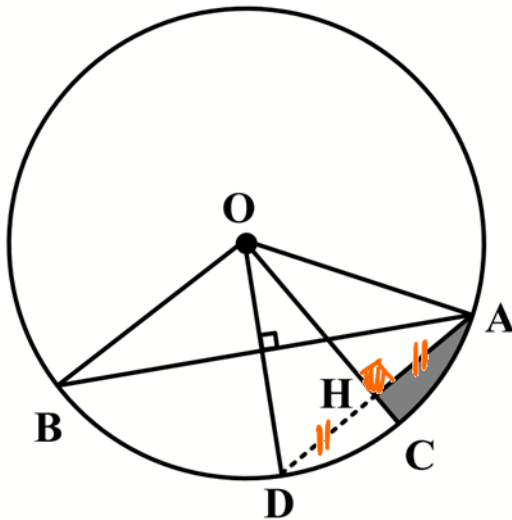
(۳) $\pi - \sqrt{3}$

(۴) $\pi - \sqrt{2}$



سوار

$$\pi r^2 = \pi \Rightarrow r = 1$$



از O بر وتر AB عمود شده است

پس OD هم عمود منصف است و هر نیم ساز

$$\angle AOD = \frac{120^\circ}{2} = 60^\circ$$

از سمتی چون:

$$OA = OD = r$$

پس مثلث AOD متساوی الساقین

است و یک زاویه 60° دارد پس سایه

زده شده هم 60° بوده و AOD در حقیقت

مثلث متساوی الاضلاع است.

$$\Rightarrow \widehat{AC} = r \times (\angle AOC)$$

$$= 1 \times \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{6}$$

$$OH = \frac{\sqrt{3}}{2} OA = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$CH = OC - OH = 1 - \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$P_{AOH} - P_{AHC} = \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) - \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} + \frac{\pi}{6}\right)$$

$$= \sqrt{3} - \frac{\pi}{6}$$

و حسنه
سخت! 😊

۱۲۱- خطوط $-9 = x + 3y$ و $3 = x - y$ ، یکدیگر را در نقطه A و خط $y = x$ را به ترتیب در نقاط B و C قطع می کنند. اگر مرکز دایره ای که از این سه نقطه می گذرد، بر نیمساز ناحیه اول و سوم واقع باشد، در مثلث ABC، مقدار $\tan(B - C)$ کدام است؟

$$\frac{2}{3} \quad (4)$$

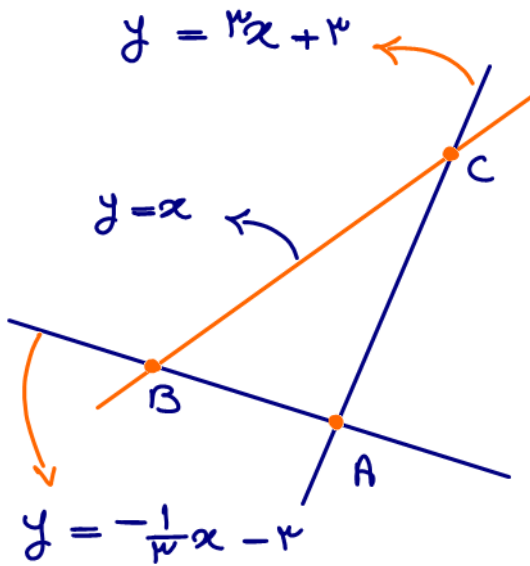
$$\frac{1}{3} \quad (3)$$

$$\frac{3}{4} \quad (2)$$

$$\frac{1}{4} \quad (1)$$

خارج از کتاب

زاویه $\hat{A}$ چون روبرو به نصف قیفا دایره است پس: $\hat{A} = 90^\circ$
(چون خط $y = x$ قطر است)



$$\begin{aligned} & \text{خط } 2 \quad x + 3y = -9 \\ & \text{و} \quad x - y = 3 \\ & \text{برای حل دو معادله} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -\frac{1}{3}x - \frac{9}{-1} &= -1 \\ \Rightarrow a &= 3 \end{aligned}$$

$$3x + 3 = x$$

$$C(-1.5, -1.5)$$

$$-\frac{1}{3}x - 3 = x$$

$$B(-2.25, -2.25)$$

$$3x + 3 = -\frac{1}{3}x - 3$$

$$A(-1.8, -2.4)$$

$$AB = \sqrt{(0.75)^2 + (0.15)^2} = 0.15 \sqrt{10}$$

$$AC = \sqrt{(0.3)^2 + (0.9)^2} = 0.3 \sqrt{10}$$

$$\tan B = 2$$

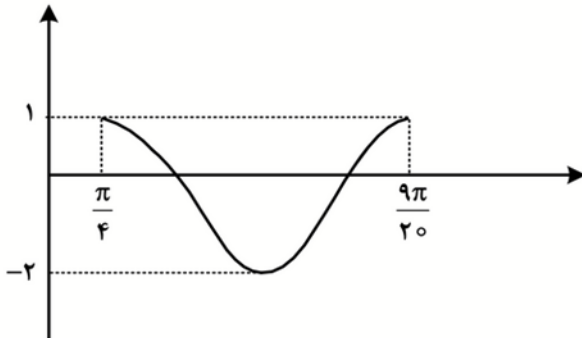
$$\tan C = \frac{1}{2}$$

$$\tan(B - C) = \frac{\tan B - \tan C}{1 + \tan B \tan C} = \frac{2 - 0.5}{1 + 1}$$

$$= \frac{3}{2}$$

متوسط

۱۲۲- شکل زیر، نمودار تابع $y = a \cos^2(bx - \frac{\pi}{4}) + c$ در یک بازه تناوب را نشان می دهد. مقدار ab کدام است؟



- (۱) ۱۵
- (۲) -۱۵
- (۳) ۷/۵
- (۴) -۷/۵

$$0 \leq \cos^2(bx - \frac{\pi}{4}) \leq 1$$

$$\min y = c = -2$$

$$\max y = a + c = 1 \Rightarrow a = 3$$

$$T = \frac{9\pi}{20} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{20} = \frac{\pi}{b} \Rightarrow b = 20$$

$$\Rightarrow \underline{ab = 15}$$

۱۲۳- اگر اختلاف جواب های معادله $\frac{1}{\sin(\frac{\pi+4x}{2})} + \frac{1}{\cos(\frac{\pi+8x}{2})} = 0$ در بازه $[0, \pi]$ برابر α باشد، مقدار $\tan(2\alpha)$

متوسط روبرو (سوار)

کدام است؟

(۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(۲) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

(۳) $\sqrt{3}$

(۴) $-\sqrt{3}$

$$\frac{1}{\sin\left(\frac{\pi}{2} + 2x\right)} + \frac{1}{\cos\left(\frac{\pi}{2} + 4x\right)} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\cos 2x} + \frac{1}{-\sin 4x} = 0 \Rightarrow \cos 2x = \sin 4x$$

$$\Rightarrow \cos 2x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - 4x\right) \Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} - 4x \\ 2x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} + 4x \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{12} \\ x = k\pi + \frac{\pi}{6} \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} &x = \frac{\pi}{12}, \frac{5\pi}{12}, \frac{9\pi}{12} \\ &x = \frac{\pi}{6} \end{aligned}$$

$$\cos 2x, \sin 4x \neq 0 \Rightarrow x \neq \frac{\pi}{6}, \frac{9\pi}{12}$$

$$\Rightarrow (\text{اختلاف سببها}) \alpha = \frac{5\pi}{12} - \frac{\pi}{12} = \frac{4\pi}{12} = \frac{\pi}{3}$$

$$\Rightarrow 2\alpha = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow \tan\left(\frac{2\pi}{3}\right) = -\tan\left(\frac{\pi}{3}\right) = -\sqrt{3}$$

متوسط

۱۲۴- مقدار غیر صفر حد $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{b\sqrt{2+\sqrt[3]{x}}-2b}{ax-b}$ کدام است؟

$\frac{1}{24}$ (۴)

$\frac{1}{48}$ (۳)

$\frac{1}{6}$ (۲)

$\frac{1}{12}$ (۱)

$$b = 8a \Rightarrow \text{مخرج} = 0 \Rightarrow \text{صورت} = 0$$

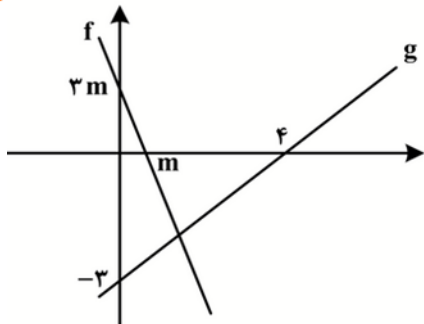
$$a = \frac{b}{8}$$

$$\lim_{x \rightarrow 8} \frac{b(\sqrt{2+\sqrt[3]{x}}-2)}{b(\frac{x}{8}-1)} \xrightarrow{\text{حذف}} \frac{\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}}{\frac{1}{8}}$$

$$= 8 \times \frac{\frac{1}{3 \times 8^2}}{1 \times 8} = 8 \times \frac{1}{64} = \frac{1}{8}$$

متوسطا

۱۲۵- شکل زیر، نمودار تابع f و g را نشان می دهد. حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|f(x)|}{g(x)}$ کدام است؟



(۱) -۳

(۲) ۳

(۳) -۴

(۴) ۴

$$g(x) = \frac{3}{4}x - 3$$

$$f(x) = -3x + 3m$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|-3x + 3m|}{\frac{3}{4}x - 3} = \frac{-3x + 3m}{\frac{3}{4}x - 3}$$

$$= \frac{-3}{\frac{3}{4}} = -4$$

۱۲۶- اگر تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{3x^2 + (m-1)x + (m-4)}}{|x^2 + ((m-7)x + a)^2|} & x \neq a \\ \frac{2 \sin b}{3\sqrt{x+2}} & x = a \end{cases}$ در $\mathbb{R}$ پیوسته باشد، مقدار b کدام می تواند باشد؟

خیلی (شوار و مینوی)

$\frac{5\pi}{6}$ (۴)

$\frac{5\pi}{3}$ (۳)

$\frac{\pi}{6}$ (۲)

$\frac{\pi}{3}$ (۱)

عبارت زیر را در یکان صورت، دارای ریشه $x = -1$ است. چون زیر را در یکان درجه ۲ است و یک ریشه $x = -1$ دارد پس برای آنکه در $\mathbb{R}$ پیوسته باشد باید ابتدا در $\mathbb{R}$ تعریف شده باشد پس یا باید $\Delta < 0$ یا باید $\Delta = 0$ باشد. $\Delta < 0$ یعنی ریشه نزاع شده باشد اما چون ریشه $x = -1$ داریم پس $\Delta = 0$ یعنی $x = -1$ ریشه مضاعف است.

$$3x^2 + (m-1)x + (m-4) = 3(x+1)^2$$

$$= 3x^2 + 4x + 3 \quad \Rightarrow \quad m = 7$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\sqrt{3}|x+1|}{|x^3+a^2|} \\ \frac{2 \sin b}{3\sqrt{x+2}} \end{array} \right\}$$

چون $x \neq a$ ، یعنی در $x = a$ ، جذع ضابطه بالایی صفری شود و کلاً حاصل حد به نرم $\div$ خواهد بود.

$$\Rightarrow a^3 + a^2 = 0 \Rightarrow a^2(a+1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 0 & \text{صورت صفری نشود} \\ a = -1 & \text{صورت صفری شود} \end{cases}$$

$$\Rightarrow a = -1 \Rightarrow x \rightarrow -1 = \frac{\sqrt{3}|x+1|}{|x+1||x^2-x+1|} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\underline{a = -1} \Rightarrow \frac{2 \sin b}{3 \times 1} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \sin b = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow b = \frac{\pi}{3}$$

۱۲۷- اگر $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x-|x|}}$ و $g(x) = \frac{1}{x^3 - |x^3|}$ باشد، مقدار $g'(-\sqrt[3]{2})f'(g(-\sqrt[3]{2}))$ کدام است؟
 متوسله
 (۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۱ (۴) -۱

$$g'(-\sqrt[3]{2}) \propto f'(g(-\sqrt[3]{2})) = (f(g(-\sqrt[3]{2})))'$$

$$-\sqrt[3]{2} < 0 \Rightarrow g(x) = \frac{1}{2x^3} < 0$$

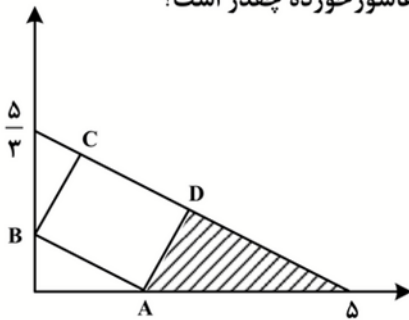
$$\Rightarrow f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{2x}} \Rightarrow f(g(x)) = \frac{1}{\sqrt[3]{2x \cdot \frac{1}{2x^3}}}$$

$$\Rightarrow f(g(x)) = \frac{1}{\sqrt[3]{\frac{1}{x^2}}} = \frac{1}{\frac{1}{x}} = x$$

$$\Rightarrow (f(g(x)))', x = -\sqrt[3]{2} < 0 = \underline{x' = 1}$$

۱۲۸- در شکل زیر، مساحت مستطیل ABCD ماکزیمم است. مساحت مثلث هاشور خورده چقدر است؟

خیلی دشوار



(۱) $\frac{15}{8}$

(۲) $\frac{15}{16}$

(۳) $\frac{25}{12}$

(۴) $\frac{25}{24}$

$$m_{CD} = \frac{\frac{5}{3} - 0}{0 - 5} = -\frac{1}{3}$$

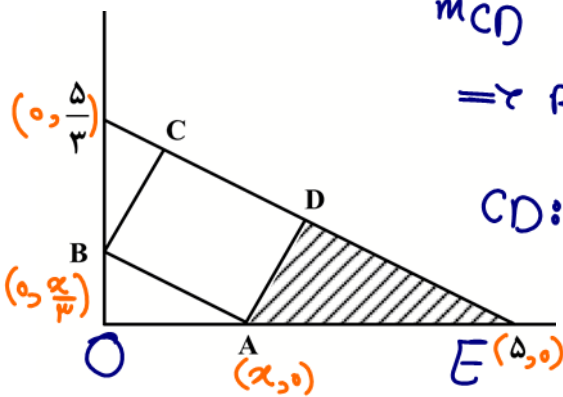
$$\Rightarrow B: (0, \frac{5}{3})$$

$$CD: y = -\frac{1}{3}x + \frac{5}{3}$$

$$\Rightarrow x + 3y - 5 = 0$$

$$\Rightarrow AB = \frac{\sqrt{10}}{3}x$$

$$, AD = \frac{|x-5|}{\sqrt{10}} = \frac{5-x}{\sqrt{10}}$$



$$S = AD \times AB = \frac{\sqrt{10}}{3}x \left(\frac{5-x}{\sqrt{10}} \right) = \frac{1}{3}(-x^2 + 5x)$$

$$\Rightarrow S' = 0 \Rightarrow -2x + 5 = 0 \Rightarrow x = \frac{5}{2}$$

$$ADE \sim OAB \Rightarrow S_{OAB} = \frac{1}{2} \times \frac{5}{2} \times \frac{5}{3} = \frac{25}{12}$$

$$\frac{S_{ADE}}{S_{OAB}} = \left(\frac{AE}{AB} \right)^2 = \left(\frac{\frac{5}{2}}{\frac{5\sqrt{10}}{3}} \right)^2 = \frac{S_{ADE}}{\frac{25}{12}} \Rightarrow \frac{4S_{ADE}}{\frac{5}{2}} = \frac{9}{8}$$

$$\Rightarrow S_{ADE} = \frac{25}{16} = \frac{15}{16}$$

۱۲۹- در یک دسته ۷ تایی از اعداد زوج متوالی (دسته اول)، انحراف معیار نصف میانگین است. هر بار، کوچک ترین عدد دسته را حذف نموده و عدد زوج دیگر را اضافه می کنیم به طوری که اعداد دسته جدید نیز متوالی هستند. ساختن دسته های مختلف را تا جایی ادامه می دهیم که میانگین آن دسته (دسته آخر)، مجذور انحراف معیار باشد. اختلاف بزرگ ترین عضو دسته اول و آخر، کدام است؟

۴ (۴)

۶ (۳)

۸ (۲)

۱۰ (۱)

نسبت
دستوار

$$x-4, x-3, x-2, \boxed{x}, x+2, x+3, x+4$$

$$-4 \quad -3 \quad -2 \quad 0 \quad 2 \quad 3 \quad 4$$

$$\bar{x} = x \Rightarrow \delta x = \frac{x}{2}$$

$$\Rightarrow \delta x = \sqrt{\frac{2(34) + 2(14) + 2(8)}{7}} = \sqrt{\frac{112}{7}} = \sqrt{16} = 4$$

$$\Rightarrow x = 8$$

دسته اول: $2, 4, 6, 8, 10, 12, \boxed{14}$

$$\Rightarrow \bar{x}_{\text{دسته اول}} = \delta^2 x = 14$$

دسته آخر: $10, 12, 14, 16, 18, 20, \boxed{22}$

$$22 - 14 = 8$$

متوسطاً

۱۳۰- چند عدد یازده رقمی با ارقام ۱ و ۲ می توان نوشت به طوری که مضرب ۶ باشند؟

۴۳۱ (۴)

۳۴۱ (۳)

۲۲۱ (۲)

۱۳۱ (۱)

عددی مضرب ۶ است که زوج بودن و مجموع ارقامش بر ۳ بخش پذیر باشد.
چون عدد یازده رقمی ما فقط از ۱ و ۲ تشکیل شده پس یکان حتماً ۲ است.

۱ حالت

۲ ۱ ۱ ۱ ۱ ۱ ۱ ۱ ۱ ۱ ۱

۲ ۲ ۲ ۱ ۱ ۱ ۱ ۱ ۱ ۱ ۲

$$\frac{10!}{3! \times 7!} = 120$$

۲ ۲ ۲ ۲ ۲ ۲ ۱ ۱ ۱ ۱ ۲

$$\frac{10!}{4! \times 6!} = 210$$

۲ ۲ ۲ ۲ ۲ ۲ ۲ ۲ ۲ ۱ ۲

$$\frac{10!}{9! \times 1!} = 10$$

$$1 + 120 + 210 + 10 = 341$$

خارج از کتاب

۱۳۱- یک سکه را آنقدر پرتاب می کنیم تا برای بار k ام «رو» ظاهر شود. احتمال آنکه دقیقاً n بار پرتاب لازم شود، $\frac{k}{k+5}$

برابر احتمال آن است که در n پرتاب k بار سکه «رو» بیاید. کدام مقدار می تواند $n+k$ باشد؟

۵ (۴)

۸ (۳)

۹ (۲)

۱۲ (۱)

دستوار

احتمال آنکه در n پرتاب سکه k بار رو بیاید برابر است با:

$$\binom{n}{k} \propto \left(\frac{1}{2}\right)^k \propto \left(\frac{1}{2}\right)^{n-k} = \binom{n}{k} \propto \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

رو پشت

احتمال آنکه k امین رو در n امین پرتاب رخ دهد یعنی بار آخر چهار رو است و در $n-1$ پرتاب قبلی، $k-1$ رو آمده است.

$$\binom{n-1}{k-1} \propto \left(\frac{1}{2}\right)^{k-1} \propto \left(\frac{1}{2}\right)^{n-k} \propto \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

رو پشت k امین رو در n امین پرتاب

$$\Rightarrow \binom{n-1}{k-1} \propto \left(\frac{1}{2}\right)^n = \frac{k}{k+5} \propto \binom{n}{k} \propto \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

$$\Rightarrow \frac{(n-1)!}{(n-k)! \propto (k-1)!} = \frac{k}{k+5} \propto \frac{n!}{k! \propto (n-k)!}$$

$n! \rightarrow n(n-1)!$

$$\Rightarrow \frac{k}{k+5} \propto \frac{n}{k} = 1$$

$k(k-1)!$

فرد بزرگتر از ۵

$$\Rightarrow n = k + 5 \Rightarrow n + k = 2k + 5$$

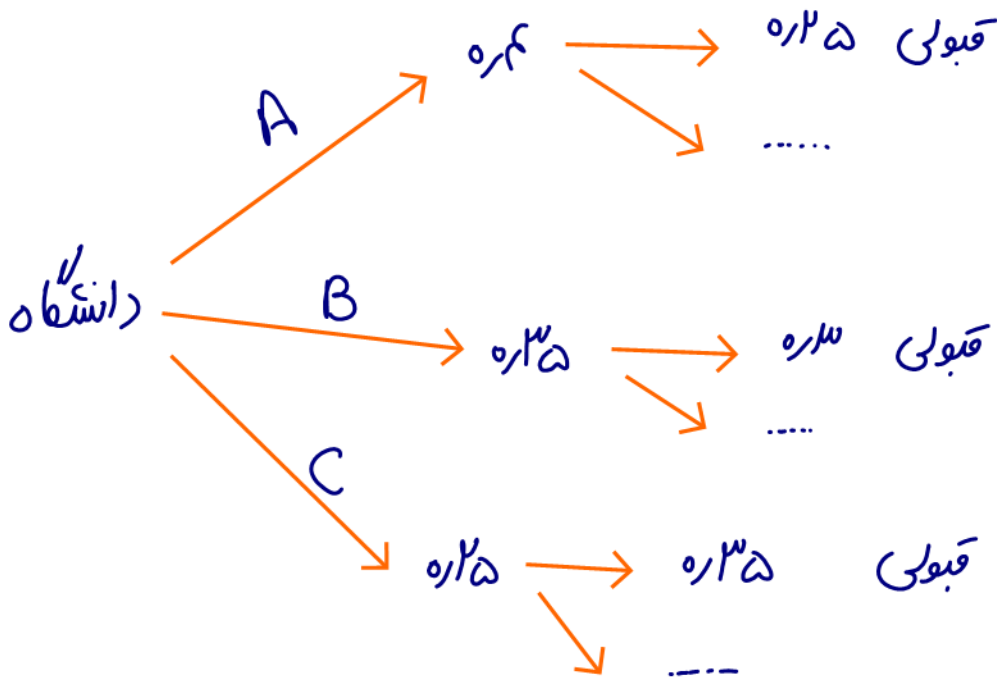
۱۳۲- احتمال اینکه امیر برای قبولی در رشته پزشکی، یکی از سه دانشگاه A، B و C را انتخاب کند، به ترتیب، ۰/۴،

۰/۳۵ و ۰/۲۵ است. اگر او یکی از دانشگاه های A، B و C را انتخاب کند، به ترتیب، با احتمال ۰/۳، ۰/۲۵ و ۰/۳۵

در آن دانشگاه پذیرفته می شود. چند درصد احتمال دارد که امیر در رشته پزشکی قبول شود؟

نسبتاً ساده

۲۹/۲۵ (۴) ۲۰/۲۵ (۳) ۲۹/۵۵ (۲) ۲۰/۵۵ (۱)



$$P(\text{قبولی}) = \underbrace{0,4 \times 0,25}_{0/1000} + \underbrace{0,35 \times 0,3}_{0/1050} + \underbrace{0,25 \times 0,35}_{0/0875}$$

$$= 0,2925 = \underline{\underline{29,25 \text{ درصد}}}$$

۱۳۳- نقاط $A(-1, 4)$ ، $B(3, 1)$ ، $C(x, y)$ و $D(-1-x, y+3)$ رئوس یک مستطیل هستند. اگر رأس های D و C مجاور

باشند، محیط مستطیل کدام است؟

متوسطاً

۱۶ (۴)

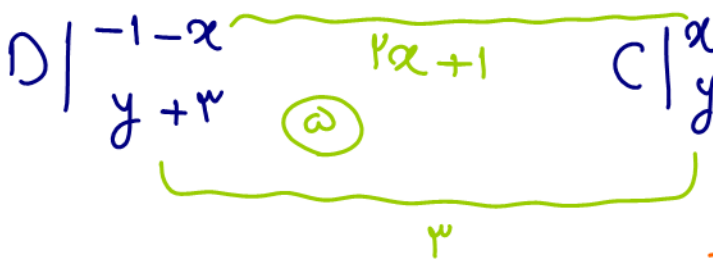
۱۵ (۳)

۱۴ (۲)

۱۳ (۱)



$$AB = 5$$



$$2x + 1 = 4 \\ \Rightarrow x = 1.5$$

$$m_{AB} \propto m_{BC} = -1 \Rightarrow \frac{\overbrace{\sum -1}^3}{\underbrace{-1-3}_{-4}} \propto \frac{y-1}{\underbrace{1.5-3}_{-1.5}} = -1$$

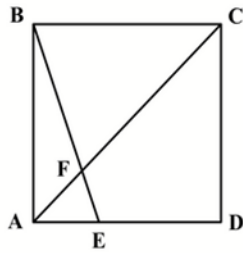
$$\Rightarrow \frac{1}{3} (y-1) = -1 \Rightarrow y = -1$$

$$B(3, 1), C(1.5, -1) \Rightarrow \underbrace{1.5, 2}_{3 \propto 5} \rightsquigarrow 5 \propto 5 = 10$$

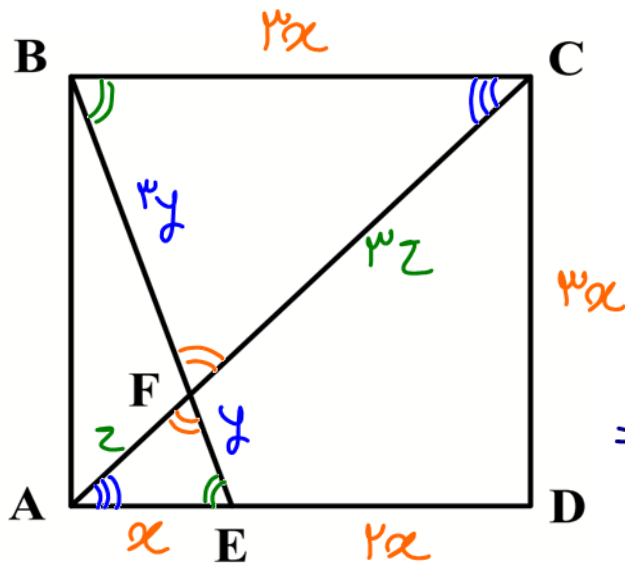
$$\Rightarrow 2(5) + 2(1.5) = 15$$

۱۳۴- در مربع شکل زیر، اندازه ED دو برابر AE است. طول EF چند برابر AF است؟

متوسطه!



- (۱) $\frac{\sqrt{5}}{3}$
 (۲) $\frac{\sqrt{5}}{2}$
 (۳) $\frac{\sqrt{10}}{3}$
 (۴) $\frac{\sqrt{10}}{2}$



$$AC = 3\sqrt{2}x$$

$$BE = \sqrt{10}x$$

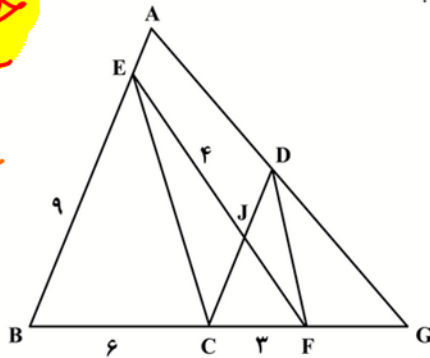
$$\triangle BCF \sim \triangle AEF$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sqrt{10}x = 2y \\ 3\sqrt{2}x = 2z \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{y}{z} = \frac{\sqrt{10}}{3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

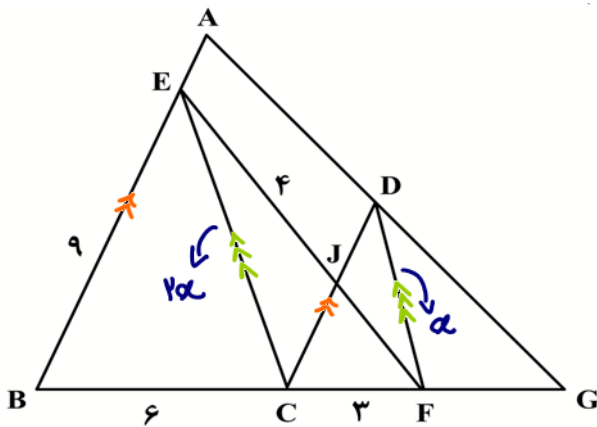
خارج از کتاب

خیلی دشوار



۱۳۵- در شکل زیر، $AB \parallel CD$ و $EC \parallel DF$ است. اندازه DF چقدر است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{11}}{4}$
(۲) $\frac{\sqrt{11}}{2}$
(۳) $\frac{\sqrt{33}}{4}$
(۴) $\frac{\sqrt{33}}{2}$



$$EBC \sim DCF$$

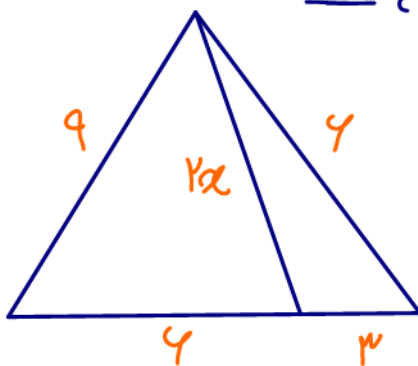
$$\frac{EC}{DF} = \frac{BE}{CF}$$

$$EgC \sim DgF$$

$$Eg = 4 \text{ و } gF = 2$$

$$x = 2$$

طبق رابطه استوارتن (Stewart's Theorem):



$$(4x)^2 + 3 \cdot 4 = \frac{4(4)^2 + 3(9)^2}{4 + 3}$$

$$\Rightarrow 16x^2 + 12 = 51$$

$$\Rightarrow 16x^2 = 39 \Rightarrow x = \frac{\sqrt{39}}{4}$$

$$x = \frac{\sqrt{39}}{2}$$

متوسط

۱۳۶- طول کوتاه ترین وتری که از $(-1, 2/5)$ در دایره $2x^2 + 2y^2 - 6x - 10y + 1 = 0$ رسم می شود، کدام است؟

$\frac{\sqrt{7}}{2}$ (۴)

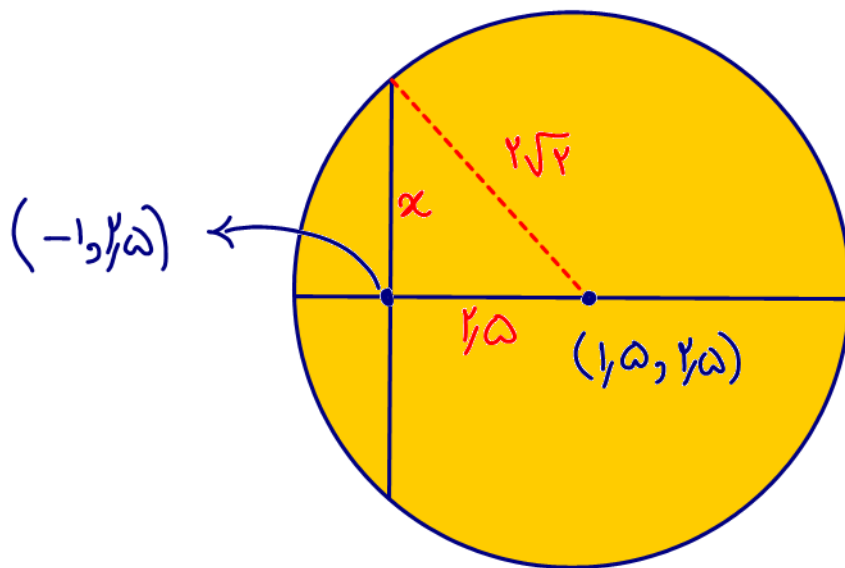
$\frac{\sqrt{5}}{2}$ (۳)

$\sqrt{7}$ (۲)

$\sqrt{5}$ (۱)

$$x^2 + y^2 - 3x - 5y + \frac{1}{2} = 0$$

$$O(1.5, 2.5), R = \frac{1}{2} \sqrt{9 + 25 - 2} = 2\sqrt{2}$$



$$\Rightarrow x^2 + y^2 = 1$$

$$\Rightarrow x^2 = 1/5$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\Rightarrow x = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$\Rightarrow 2x = \sqrt{5}$$

۱۳۷- مجموعه های A و B به ترتیب دارای m و k عضو هستند. اگر $m - k = 14$ و اختلاف تعداد اعضای مجموعه های

$A \cup B$ و $A \cap B$ برابر ۲۰ باشد، مجموعه $B - A$ چند عضو دارد؟

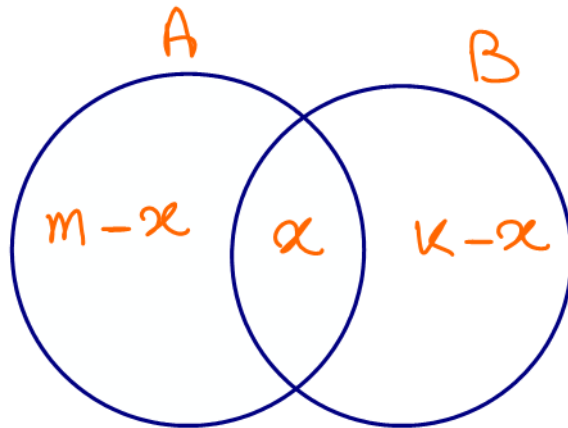
متوسط

۲ (۴)

۴ (۳)

۶ (۲)

۸ (۱)



$$k - x = ?$$

$$(m - x + x + k - x) - x = 20$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} m + k - 2x = 20 \\ -m + k = -14 \end{array} \right\} \quad 2k - 2x = 6$$

$$\underline{k - x = 3}$$

۱۳۸- در یک دنباله حسابی با جمله اول a و قدرنسبت d ، تساوی $6a_7 = 5a_4 + 3a_2$ برقرار است. نسبت جمله چهارم دنباله به d ، کدام می تواند باشد؟

متوسطه

۴ (۴)

۳/۵ (۳)

۱/۵ (۲)

۱ (۱)

$$4(a+d)^2 = 5a(a+2d) + 3a(a+d)$$

$$\Rightarrow 4a^2 + 8ad + 4d^2 = 8a^2 + 10ad$$

$$\Rightarrow 4a^2 + ad - 4d^2 = 0$$

$$\Rightarrow (4a - 3d)(a + 4d) = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} a = \frac{3}{4}d \\ a = -4d \end{array} \right.$$

$$\frac{a_4}{d} = \frac{a + 3d}{d} = \frac{a}{d} + 3 \quad \left\{ \begin{array}{l} 2, 5 \\ 1 \end{array} \right.$$

دشوار (☹️)

۱۳۹- اگر $A = \{\log_q x + 3 \log_x 3 : x > 1\}$ باشد، کوچک ترین عضو مجموعه A کدام است؟

$\sqrt{3}$ (۴)

$\sqrt{6}$ (۳)

$\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۲)

$\frac{\sqrt{6}}{2}$ (۱)

$$A = \frac{1}{2} \log_3 x + \frac{3}{2} \log_x 3 \Rightarrow \log_3 x = y$$

$x > 1, y > 0$

$$\Rightarrow A = \frac{y}{2} + \frac{3}{2y} = \frac{y^2 + 3}{2y}$$

$$\Rightarrow A' = 0 \Rightarrow \frac{y^2 + 3}{2y} = \frac{2y}{2} \Rightarrow y^2 = 3$$

$y = \pm \sqrt{3}$

$y > 0$
 $\Rightarrow y = \sqrt{3}$

$$\Rightarrow A = \frac{4}{2\sqrt{3}} = \sqrt{3}$$

۱۴۰- حداقل چند عضو از مجموعه $f = \left\{ (x, y) \mid x, y \in \mathbb{Z}, x = \frac{72}{y^2 - 1} \right\}$ حذف شود تا f ، یک تابع باشد؟ متوسط

۵ (۴) ۴ (۳) ۳ (۲) ۲ (۱)

$$y = 0 \Rightarrow x = -72$$

$$y \neq \pm 1$$

$$y = \pm 2 \Rightarrow x = 24$$

$$y = \pm 3 \Rightarrow x = 9$$

$$y = \pm 5 \Rightarrow x = 3$$

$$\Rightarrow f = \left\{ (-72, 0), (\underline{24}, \underline{2}), (\underline{9}, \underline{3}), (\underline{3}, \underline{5}), (\underline{24}, \underline{-2}), (\underline{9}, \underline{-3}), (\underline{3}, \underline{-5}) \right\}$$

تحلیل درسی حسابان

در کل آزمونی با درجه سختی **دشوار** و حتی میتوان گفت **بسیار دشوار** (🔴) برگزار گردید و فراتر سطح کنکور دی ماه ۱۴۰۲ و حتی حسابان تیرماه ۱۴۰۲ (کنکور دیروز) بود. هیچ تست غلطی نداشتیم اما ۳ تست یعنی تست های ۱۲۱ و ۱۳۱ و ۱۳۵ فراتر از آموزه های کتاب ریاضیات تجربی بود و صرفا با دانسته های رشته ریاضی قابل حل بود. (تست ۱۲۱ روابط مثلثاتی جمع و تفریق زوایا، تست ۱۳۱ از رابطه بسط قانون احتمال، تست ۱۳۵ از رابطه استوارت در مثلث)

آزمون امروز آزمونی بودیر از سوالاتی که نمونه های فراوانی در آزمون های آزمایشی و کتب کمک درسی گوناگون داشت اما ایده آن تا کنون در کنکور سراسری کمتر مطرح شده بود، یعنی دانش آموزان بایستی سوالات سال های قبل را با سوالات آزمون های آزمایشی و کتب تست کمک درسی شان تطبیق دهند و بررسی کنند از چه مباحثی تا کنون کمتر تست مطرح شده است و همین مباحث ایده های نوین طرح تست در کنکور های آتی است!

بودجه بندی سوالات به شرح ذیل است:

مباحث	تعداد سوال	مباحث	سوال
مجموعه، الگو، دنباله	۲	تابع	۶
توان های گویا و عبارت های جبری	۰	مثلثات	۳
معادله ها و نامعادله ها	۱	حد و پیوستگی	۳
سهمی و معادله درجه دو	۲	مشتق	۱
هندسه تحلیلی و معادله خط	۲	کاربرد مشتق	۱
هندسه	۲	شمارش بدون شمارش	۱
هندسه مختصاتی دوران دایره بیسی	۱	احتمال	۲
توابع نمایی و لگاریتمی	۱	آمار	۱

تست ۱۱۳ از نسبت طلایی ریاضیات مطرح شده بود و دانش آموز میبایست این نسب را حفظ می بود. تا کنون از نسبت طلایی سوالی مطرح نشده بود.

تست ۱۱۵ ترکیب مباحث نامعادله، توابع اکیدا یکنوا و توابع لگاریتمی بود و که ایده آن تا کنون کمتر در کنکور سراسری مطرح شده بود.

تست ۱۱۶ از مبحث سهمی، تستی نسبتا دشوار بود و ایده آن تا کنون کمتر در کنکور سراسری مطرح شده بود.

تست ۱۱۷ از مبحث بررسی وارون پذیری توابع چند ضابطه ای، نسبتا دشوار بود و ایده آن تا کنون کمتر در کنکور سراسری مطرح شده بود.

تست ۱۱۸ از ترکیب معادله درجه دوم و روابط بین لگاریتم ها، تستی مشابه در کنکور ریاضی داخل کشور ۱۴۰۰ داشت.

تست ۱۲۰ از مبحث کاربرد مثلثات در هندسه، تستی بود دشوار و بیشتر با پتانسیل مطرح شدن برای رشته ریاضی و ایده آن تا کنون کمتر در کنکور سراسری تجربی مطرح شده بود.

تست ۱۲۲ از مبحث نمودار توابع مثلثاتی، قبلا نمونه های فراوانی در کنکور سراسری داشت اما تا کنون از رسم نمودار توان دو توابع مثلثاتی تست مطرح نشده بود.

تست ۱۲۶ از مبحث پیوستگی، تستی بسیار دشوار بود و اگر دانش آموز نمونه آنرا قبلا از آزمون ها و کتب تست حل نمیکرد نمی توانست آنرا حل کند!

تست ۱۲۸ از ترکیب مباحث هندسه و کاربرد مشتق، تستی بسیار دشوار و زمان بر بود.

تست ۱۲۹ از مبحث آمار، تستی با ایده ای کاملا نو بود و ایده آن تا کنون کمتر در کنکور سراسری مطرح شده بود.

تست ۱۳۷ از مبحث مجموعه ها، قبلا نمونه های فراوانی در کنکور داشت و در این آزمون با چهره ای اندکی متفاوت مطرح شده بود.

تست ۱۳۹ از ترکیب مباحث مجموعه ها و کاربرد مشتق و لگاریتم، تستی بود که ایده آن تا کنون کمتر در کنکور سراسری مطرح شده بود!

تست ۱۳۹ از ترکیب مباحث مجموعه ها و بررسی تابع بودن ضوابط، تستی بود که ایده آن تا کنون کمتر در کنکور سراسری مطرح شده بود.

مهرداد استقلالیان – دانشجو سال ۵ پزشکی دانشگاه علوم پزشکی اصفهان – طراح آزمون های کانون، ویراستار آزمون های ماز – ۱۶ تیر ماه ۱۴۰۲

Telegram/Instagram: @easy_matschool