

کد کنترل

دفترچه

شماره

۳



جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.
امام خمینی (ره)

دفترچه شماره ۳ از ۳
صبح پنج شنبه
۱۴۰۲/۰۴/۱۵

آزمون اختصاصی (سراسری) ورودی دانشگاه ها و مؤسسات آموزش عالی نوبت دوم – تیرماه سال ۱۴۰۲

گروه آزمایشی علوم تجربی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	زمان پاسخ‌گویی	ملاحظات
۱	ریاضی	۳۰	۱۱۱	۱۴۰	۶۰ دقیقه	۴۵ سؤال
۲	زمین شناسی	۱۵	۱۴۱	۱۵۵		۶۰ دقیقه

استفاده از ماشین حساب ممنوع می باشد

این آزمون نمره منفی دارد

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می شود

* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول زیر، به منزله عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

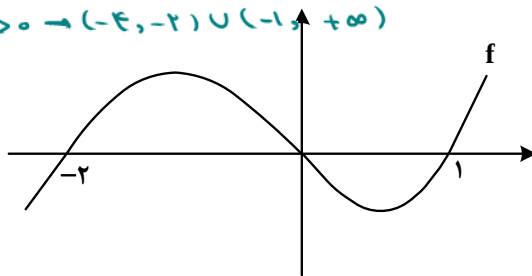
اینجانب با شماره داوطلبی با آگاهی کامل، یکسان بودن شماره صندلی خود را با شماره داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخ نامه و دفترچه سؤالات، نوع و کد کنترل درج شده بر روی دفترچه سؤالات تأیید می نمایم.

امضا:

$$f(x) > 0 \rightarrow (-2, 0) \cup (1, +\infty)$$

۱۱۱- نمودار زیر، تابع f را نشان می دهد. دامنه تابع $g(x) = \sqrt{-\frac{f(x)}{f(2+x)}}$ شامل چند عدد صحیح است؟

$$f(2+x) > 0 \rightarrow (-4, -2) \cup (-1, +\infty)$$



$$\frac{f(x)}{f(2+x)} \leq 0 \Rightarrow$$

$f(2+x)$	$f(x)$
-	+
+	-
+	0
-	0

۳ (✓)

۶ (۲)

۴ (۳)

۵ (۴)

$$D_{g(x)} \rightarrow -3, 0, 1.$$

۱۱۲- اگر $f(x) = 2[x] - x$ و $g(x) = f([x + f(x)])$ باشد، $gof(-\frac{5}{3})$ کدام است؟

$$f(-\frac{5}{3}) = -\frac{7}{3}$$

$$f(-\frac{7}{3}) = -\frac{11}{3}$$

-۶ (۳) ✓

-۴ (۲)

۴ (۱)

$$g(-\frac{7}{3}) = f[-4] = -4$$

۱۱۳- نسبت طول به عرض یک مستطیل، ۵ به ۴ است. با افزایش طول مستطیل، یک مستطیل طلایی خواهیم داشت.

$$\frac{a+x}{4} = \frac{\sqrt{5}+1}{2} \Rightarrow x = 2\sqrt{5} - 2$$

نسبت مساحت مستطیل طلایی به مستطیل اولیه کدام است؟

$$\frac{2\sqrt{5}+2}{5} = \frac{2(\sqrt{5}+1)}{5}$$

$$0,6 + 0,2\sqrt{5} \quad (۳)$$

$$0,2(1+\sqrt{5}) \quad (۲)$$

$$0,3 + \sqrt{5} \quad (۱)$$

۱۱۴- ریشه های معادله $2x^2 - ax + b = 0$ نیم واحد از ریشه های معادله $2ax^2 + ax - 6 = 0$ بیشتر است. مقدار $\left[\frac{ab}{4}\right]$

$$\frac{-a}{2a} + 1 = \frac{a}{4} \Rightarrow a = 1 \Rightarrow 2x^2 + x - 6 = 0 = (2x-3)(x+2) \Rightarrow \alpha = -2, \beta = \frac{3}{2}$$

کدام است؟

$$2x^2 - x + b = 0 \Rightarrow \frac{b}{2} = 2x \Rightarrow b = 4$$

۱۱۵- اگر $f(x) = (x + \log x)^5$ باشد، مجموعه جواب نامعادله $(f \circ f)(x) < f(x^5)$ کدام است؟

$$(x + \log x)^5 < x^5 \Rightarrow x + \log x < x \Rightarrow \log x < 0 \Rightarrow x \in (0, 1)$$

۱۱۶- صفرهای تابع $y = 2x^2 - (m+2)x + m$ و نقطه تقاطع آن با محور عرض ها، رئوس یک مثلث هستند. اگر مساحت

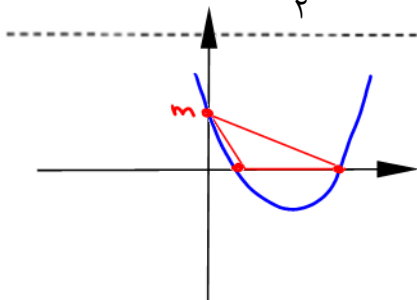
این مثلث برابر $\frac{3}{4}$ باشد، کدام می تواند طول رأس سهمی $y = x^2 - mx + 1$ باشد؟

$$-\frac{1}{2} \quad (۴) \quad \checkmark$$

$$-\frac{3}{4} \quad (۳)$$

$$\frac{2}{3} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{4} \quad (۱)$$



$$m \times \frac{\sqrt{5}}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow m \times \sqrt{m^2 - 4m + 4} = 3 \Rightarrow m \times |m - 2| = 3$$

$$\Rightarrow m^2 - 2m - 3 = 0 \Rightarrow m = -1 \Rightarrow \frac{m}{2} = -\frac{1}{2}$$

محل انجام محاسبات

۱۱۷- تابع $f(x) = \begin{cases} 2-3x & 2x+3 \leq 0 \\ 2+2mx-x^2 & 2x+3 > 0 \end{cases}$ روی دامنه تعریف خود، وارون پذیر است. اگر f^{-1} وارون تابع f به ازای

مقدار صحیح m باشد، مقدار $f^{-1}(-19)$ کدام است؟

$$\frac{-2m}{-2} = m \leq \frac{-3}{2} \Rightarrow 2-3m-\frac{9}{2} \leq 2,5 = 1m \Rightarrow -2,5 \leq m \leq \frac{-3}{2}$$

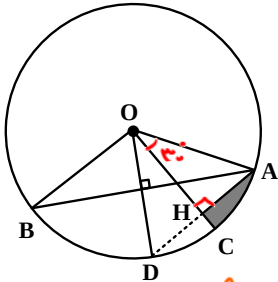
۱۱۸- اگر $\log 2 \approx 0,3$ و $\log 3 \approx 0,4$ باشد، اختلاف ریشه‌های معادله $x^2(\log 3) + 2x(\log 6) - \log \frac{5}{6} = 0$ چقدر است؟

$$x^2 \log 3 + 2x(\log 2 + \log 3) - \log 5 + \log 6 = 0$$

۱۱۹- اگر $\tan x + \cot x = -3$ و $2\pi < x < 4\pi$ باشد، حاصل $\frac{1}{\cos^3 x + \sin^3 x}$ کدام است؟

$$\tan x + \cot x = -3 \Rightarrow \frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x} = -3 \Rightarrow \sin^2 x + \cos^2 x = -3 \sin x \cos x \Rightarrow 1 = -\frac{3}{2} \sin 2x \Rightarrow \sin 2x = -\frac{2}{3}$$

۱۲۰- مطابق شکل زیر، در دایره‌ای به مساحت π ، $\angle AOB = 120^\circ$ و OH عمود منصف AD است. اختلاف محیط مثلث AOH و محیط قسمت سایه زده شده کدام است؟



$$AH = \frac{1}{2} \cdot OA = 1 \cdot HO = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sqrt{3} - \frac{\pi}{6}$$

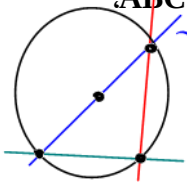
$$P_{AHC} = \frac{\pi}{4} + (1 - \frac{\sqrt{3}}{2}) + \frac{1}{2} = \frac{\pi}{4} + \frac{3}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sqrt{2} - \frac{\pi}{6}$$

$$\pi - \sqrt{3}$$

$$\pi - \sqrt{2}$$

۱۲۱- خطوط $ax - y = 3$ و $3y + x = -9$ یکدیگر را در نقطه A و خط $y - x = 0$ را به ترتیب در نقاط B و C قطع می‌کنند. اگر مرکز دایره‌ای که از این سه نقطه می‌گذرد، بر نیمساز ناحیه اول و سوم واقع باشد، در مثلث ABC مقدار $\tan(B - C)$ کدام است؟



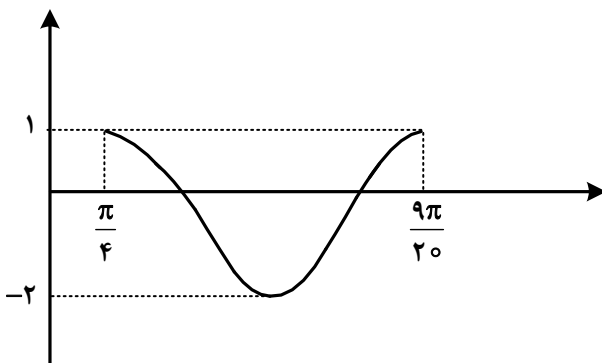
$$\frac{2}{3}$$

$$\frac{1}{3}$$

$$\frac{3}{4}$$

$$\frac{1}{4}$$

۱۲۲- شکل زیر، نمودار تابع $y = a \cos^2(bx - \frac{\pi}{4}) + c$ در یک بازه تناوب را نشان می‌دهد. مقدار ab کدام است؟



$$\frac{\pi}{|b|} = \frac{\pi}{a} \Rightarrow |b| = a$$

$$15$$

$$-15$$

$$7,5$$

$$-7,5$$

$$c = -2$$

$$|a| - 2 = 1 \Rightarrow |a| = 3$$

۱۲۳- اگر اختلاف جواب‌های معادله $\frac{1}{\sin(\frac{\pi+4x}{2})} + \frac{1}{\cos(\frac{\pi+8x}{2})} = 0$ در بازه $[0, \pi]$ برابر α باشد، مقدار $\tan(2\alpha)$ کدام است؟

$$\frac{1}{\cos 2x} - \frac{1}{2 \sin(x) \cdot \cos(x)} = 0$$

کدام است؟

(۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(۲) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

(۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(۴) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

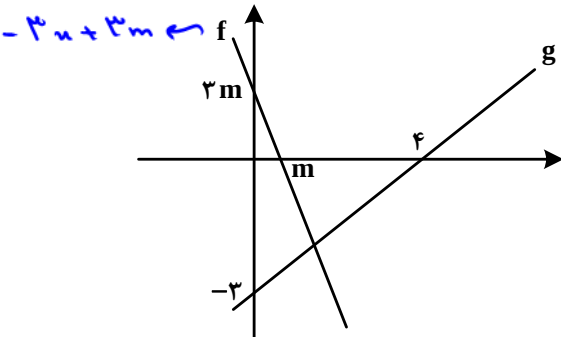
$\Rightarrow 2 \sin 2x - 1 = 0 \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{6} \text{ یا } k\pi + \frac{5\pi}{6} \Rightarrow x = \frac{\pi}{6} \text{ یا } \frac{5\pi}{6}$

HOP: $\frac{2\sqrt{2+\sqrt{x}}}{2\sqrt{2+\sqrt{x}}} \xrightarrow{x \rightarrow 8} \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$

۱۲۴- مقدار غیرصفر حد $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{b\sqrt{2+\sqrt{x}} - 2b}{ax - b}$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{12}$ (۲) $\frac{1}{6}$ (۳) $\frac{1}{48}$ (۴) $\frac{1}{24}$

۱۲۵- شکل زیر، نمودار تابع f و g را نشان می‌دهد. حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|f(x)|}{g(x)}$ کدام است؟



$\frac{3}{-3} = -1$

(۱) -۳

(۲) ۳

(۳) -۴

(۴) ۴

$f(x) = \begin{cases} \sqrt{3x^2 + (m-1)x + (m-4)} & x \neq a \\ \frac{2 \sin b}{3\sqrt{x+2}} & x = a \end{cases}$ پیوسته باشد، مقدار b کدام می‌تواند باشد؟

$\sqrt{3x^2 + (m-1)x + (m-4)} = \sqrt{3x^2 + ((m-7)x + a)^2}$

$3x^2 + a^2 = 3x^2 + a^2 \Rightarrow a = 0 \text{ یا } -1$

$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{3(x+1)^2}}{|x^2+1|} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \frac{2 \sin b}{3 \times 1} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \sin b = \frac{\sqrt{3}}{2}$

(۱) $\frac{\Delta \pi}{6}$ (۲) $\frac{\Delta \pi}{3}$ (۳) $\frac{\pi}{6}$ (۴) $\frac{\pi}{3}$

۱۲۶- اگر $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x-|x|}}$ و $g(x) = \frac{1}{x^3 - |x^3|}$ باشد، مقدار $g'(-\sqrt[3]{2})f'(g(-\sqrt[3]{2}))$ کدام است؟

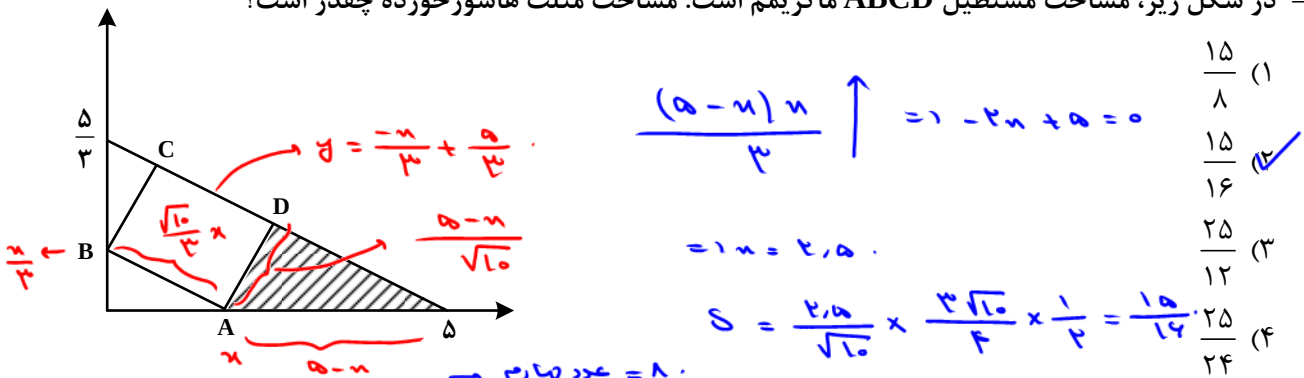
مشتق $f(g(-\sqrt[3]{2}))$

(۱) ۱ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) -۱

$f(g(n)) = \frac{1}{\sqrt[3]{\frac{1}{n^3 - |n^3|} - \frac{1}{|n^3 - |n^3||}}} = n$

محل انجام محاسبات

۱۲۸- در شکل زیر، مساحت مستطیل ABCD ماکزیمم است. مساحت مثلث هاشور خورده چقدر است؟



۱۲۹- در یک دسته ۷ تایی از اعداد زوج متوالی (دسته اول)، انحراف معیار نصف میانگین است. هر بار، کوچک ترین عدد دسته را حذف نموده و عدد زوج دیگر را اضافه می کنیم به طوری که اعداد دسته جدید نیز متوالی هستند. ساختن دسته های مختلف را تا جایی ادامه می دهیم که میانگین آن دسته (دسته آخر)، مجذور انحراف معیار باشد. اختلاف بزرگ ترین عضو دسته اول و آخر، کدام است؟

۱۰ (۱) ۱۴ (۲) ۲۲ (۳) ۴ (۴) ۶ (۵)

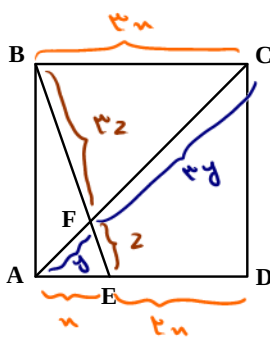
۱۳۰- چند عدد یازده رقمی با ارقام ۱ و ۲ می توان نوشت به طوری که مضرب ۶ باشند؟

۱۳۱- یک سکه را آنقدر پرتاب می کنیم تا برای بار k ام «رو» ظاهر شود. احتمال آنکه دقیقاً n بار پرتاب لازم شود، $\frac{k}{k+5}$ برابر احتمال آن است که در n پرتاب k بار سکه «رو» بیاید. کدام مقدار می تواند $n+k$ باشد؟

۱۳۲- احتمال اینکه امیر برای قبولی در رشته پزشکی، یکی از سه دانشگاه A، B و C را انتخاب کند، به ترتیب $\frac{1}{4}$ ، $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{6}$ باشد. اگر او یکی از دانشگاه های A، B و C را انتخاب کند، به ترتیب با احتمال $\frac{1}{3}$ ، $\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{6}$ در آن دانشگاه پذیرفته می شود. چند درصد احتمال دارد که امیر در رشته پزشکی قبول شود؟

۱۳۳- نقاط $A(-1,4)$ ، $B(3,1)$ ، $C(x,y)$ و $D(-2-x,y+3)$ رئوس یک مستطیل هستند. اگر رأس های D و C مجاور باشند، محیط مستطیل کدام است؟

۱۳۴- در مربع شکل زیر، اندازه ED دو برابر AE است. طول EF چند برابر AF است؟

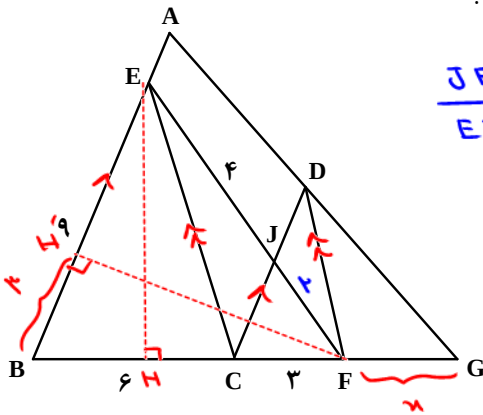


Handwritten calculations for question 134:

$$EF = \frac{1}{2} \times \sqrt{10} \cdot n$$

$$AF = \frac{1}{2} \times 3\sqrt{2} \cdot n$$

۱۳۵- در شکل زیر، $AB \parallel CD$ و $EC \parallel DF$ است. اندازه DF چقدر است؟



$$\frac{DF}{EF} = \frac{1}{2} \Rightarrow DF = 2.$$

$$FH' = \sqrt{2} = 4\sqrt{2}.$$

$$FH' \times EB = EH \times BF \Rightarrow EH = 4\sqrt{2}.$$

$$CE = \sqrt{33} \Rightarrow DF = \frac{\sqrt{33}}{2}.$$

$$\frac{\sqrt{11}}{4} \quad (1)$$

$$\frac{\sqrt{11}}{2} \quad (2)$$

$$\frac{\sqrt{33}}{4} \quad (3)$$

$$\frac{\sqrt{33}}{2} \quad (4) \checkmark$$

۱۳۶- طول کوتاه‌ترین وتری که از $(-1, 2/5)$ در دایره $2x^2 + 2y^2 - 6x - 10y + 1 = 0$ رسم می‌شود، کدام است؟

$$x^2 + y^2 - 3x - 5y + \frac{1}{2} = 0.$$

$$\sqrt{7} \quad (2) \checkmark$$

$$\sqrt{5} \quad (1)$$

$$\frac{\sqrt{5}}{2} \quad (3)$$

$$\frac{\sqrt{7}}{2} \quad (4)$$

۱۳۷- مجموعه‌های A و B به ترتیب دارای m و k عضو هستند. اگر $m - k = 14$ و اختلاف تعداد اعضای مجموعه‌های

$$m + k - 2n(A \cap B) = 20.$$

$A \cap B$ و $A \cup B$ برابر ۲۰ باشد، مجموعه $B - A$ چند عضو دارد؟

$$4 \quad (3)$$

$$6 \quad (2)$$

$$8 \quad (1)$$

$$m + k - n(A \cap B)$$

۱۳۸- در یک دنباله حسابی با جمله اول a و قدرنسبت d، تساوی $6a_7 = 5a_4 + 3a_2$ برقرار است. نسبت جمله چهارم

$$7(a_1 + d)^2 = 5(a_1 + 3d)a_1 + 3(a_1 + d)a_1 \Rightarrow 2a_1^2 + a_1d - 4d^2 = 0$$

$$\Rightarrow (2a_1 - 3d)(a_1 + 4d) = 0 \Rightarrow a_1 = \frac{3d}{2} \text{ یا } -4d.$$

۱۳۹- اگر $A = \{\log_q x + 3 \log_x 3 : x > 1\}$ باشد، کوچک‌ترین عضو مجموعه A کدام است؟

$$\frac{1}{4} \log_q^2 + \frac{3}{4} \times \frac{1}{\log_q^2} \xrightarrow{\sqrt{3}} \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{3}{4\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\frac{\sqrt{6}}{2} \quad (1)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (2)$$

$$\frac{t}{4} + \frac{3}{4t} \rightarrow t + \frac{3}{t} = 1 - \frac{3}{t^2} = 0 \Rightarrow t = \pm\sqrt{3} \xrightarrow{x>1} t = \sqrt{3} = \log_q^2.$$

۱۴۰- حداقل چند عضو از مجموعه $f = \left\{ (x, y) \mid x, y \in \mathbb{Z}, x = \frac{y^2}{y^2 - 1} \right\}$ حذف شود تا f یک تابع باشد؟

$$5 \quad (4)$$

$$4 \quad (3)$$

$$3 \quad (2) \checkmark$$

$$2 \quad (1)$$

$$(24, 2), (24, -2), (-72, 0), (9, 3), (9, -3),$$

$$(3, 9), (3, -9)$$

محل انجام محاسبات