

نوین کنکور

کنکور

امتحان نهایی

**نوین کنکور
شرط لازم و کافی
برای موفقیت**

novinkonkor.com

۱۱۱- سهمی $y = -mx^2 + mx + 1$ و خط $y = -m - x$ یکدیگر را در هیچ نقطه‌ای قطع نمی‌کنند. حدود m شامل چند

مقدار صحیح است؟

صفر (۴) ✓

۱ (۳)

۲ (۲)

۳ (۱)

معادله تلافی نباید درگیر
دالته باریک

$$\Delta < 0 \rightarrow -mx^2 + mx + 1 = -m - x \rightarrow mx^2 - mx - x - m - 1 = 0$$

$$mx^2 - (m+1)x - m - 1 = 0 \rightarrow \Delta = (m+1)^2 - 4m(-m-1) < 0$$

$$\rightarrow m^2 + 2m + 1 + 4m^2 + 4m < 0 \rightarrow 5m^2 + 6m + 1 < 0$$

$$\left| \begin{array}{c} m = -1 \\ m = -1/5 \end{array} \right| \begin{array}{c} -1 \\ -1/5 \end{array} \begin{array}{c} + \\ - \end{array} \begin{array}{c} + \\ - \end{array} \begin{array}{c} + \\ + \end{array} \quad \notin \mathbb{Z} \quad \text{فاند عدد صحیح}$$

۱۱۲- اگر $f = \{(\frac{1}{9}, -1), (\frac{1}{3}, 1), (-\frac{1}{9}, 3), (\frac{1}{9}, -3)\}$ ، $g(x) = -|x|\sqrt{x}$ و $\log^{-1}(a) = -3$ باشد، مقدار a کدام است؟

$\frac{1}{8}$ (۴)

$-\frac{1}{8}$ (۳) ✓

$\frac{1}{9}$ (۲)

$-\frac{1}{9}$ (۱)

$$f(g^{-1}(a)) = -3 \rightarrow g^{-1}(a) = 1/9 \rightarrow g(1/9) = a$$

$$f(1/9) = -3 \rightarrow g(1/9) = -1/9 \sqrt{1/9} = -1/18$$

۱۱۳- اگر α و β صفرهای سهمی $y = 25\alpha x^2 + 4x + \beta$ و $\beta > \alpha$ باشد، رأس این سهمی در کدام ناحیه از صفحه

مختصات قرار دارد؟

چهارم (۴)

سوم (۳)

دوم (۲)

اول (۱) ✓

$$\alpha + \beta = -\frac{4}{25\alpha}$$

$$\alpha \cdot \beta = \frac{\beta}{25\alpha} \rightarrow \alpha^2 = \frac{1}{25} \rightarrow \alpha = \pm \frac{1}{5}$$

$$\alpha = \frac{1}{5} \rightarrow \frac{1}{5} + \beta = -\frac{4}{25} \rightarrow \beta = -1 \rightarrow \beta < \alpha \quad \times$$

$$\alpha = -\frac{1}{5} \rightarrow -\frac{1}{5} + \beta = -\frac{4}{25} \rightarrow \boxed{\beta = 1} \rightarrow \boxed{\beta > \alpha} \quad \checkmark$$

$$y = -5x^2 + 4x + 1$$

$$x = \frac{f}{1} = \frac{4}{1}$$

$$y = -\frac{4}{1} + \frac{4}{1} + 1 = 1$$

$x > 0$
 $y > 0$ ناحیه اول

۱۱۴- به ازای چند مقدار طبیعی از دامنه تابع $y = -\frac{1}{3-x}$ ، نمودار این تابع بالای $y = -4$ و پایین $y = 0$ قرار دارد؟

$$\textcircled{1} -\frac{1}{3-x} > -4 \rightarrow \frac{1}{x-3} + 4 > 0 \rightarrow \frac{4x-11}{x-3} > 0$$

$$\textcircled{2} -\frac{1}{3-x} < 0 \rightarrow \frac{1}{x-3} < 0 \rightarrow x-3 < 0 \rightarrow \boxed{x < 3}$$

$$x = 1, 2$$

$$(-\infty, 1/4)$$

$$x = 1, 2$$

۱۱۵- تابع $y = (x-1)|x|$ در بازه (a, b) اکیداً نزولی است. مقدار $a+b$ کدام است؟

$$y = \begin{cases} x(x-1) & x \geq 0 \\ -x(x-1) & x < 0 \end{cases}$$

$$(a, b) = (0, 1/2)$$

$$\boxed{a+b = 1/2}$$

۱۱۶- شکل زیر نمودار تابع $f(x) = 1 + c \times 3^{a+bx}$ است. مقدار $f(-1)$ کدام است؟

$$f(0) = 1/3 \rightarrow 1 + c \times 3^a = 1/3$$

$$\rightarrow c \times 3^a = -1/3 = -3^{-1}$$

$$\rightarrow \boxed{c = -1} \quad \boxed{a = -1}$$

$$f(1) = 0 \rightarrow 1 + c \times 3^{a+b} = 0$$

$$\Rightarrow 1 - 3^{-1+b} = 0 \rightarrow 3^{-1+b} = 1 = 3^0$$

$$\Rightarrow -1+b = 0 \rightarrow \boxed{b = 1}$$

$$f(x) = 1 - 3^{-1+x} \quad \underline{x=-1} \quad 1 - 3^{-2} = 1 - 1/9 = 8/9$$

۱۱۷- اگر $y = \frac{x+2}{4} - \frac{\sqrt{x+1}}{2}$ ضابطه تابع وارون $y = ax + a\sqrt{x}$ باشد، مقدار a کدام است؟

۹ (۴)

۴ (۳) ✓

۳ (۲)

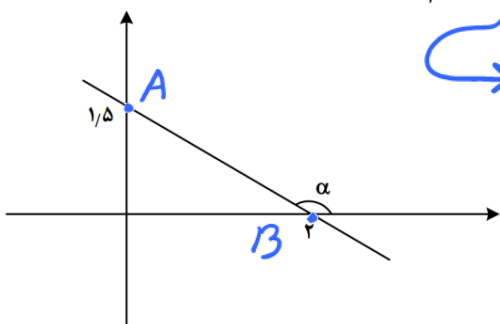
۲ (۱)

$$f(x) = ax + a\sqrt{x}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{x+2}{4} - \frac{\sqrt{x+1}}{2} \Rightarrow \left| \begin{matrix} x=3 \\ y=1/4 \end{matrix} \right. \rightarrow \left| \begin{matrix} 3 \\ 1/4 \end{matrix} \right. \in f^{-1} \Rightarrow \left| \begin{matrix} 1/4 \\ 3 \end{matrix} \right. \in f$$

$$f(1/4) = 3 \rightarrow a/4 + a/2 = 3 \rightarrow 3/4 a = 3 \rightarrow \boxed{a=4}$$

۱۱۸- در شکل زیر، زاویه α مشخص شده است. مقدار $\tan(\frac{\pi}{4} - \alpha)$ کدام است؟



$$\hookrightarrow \cot \alpha = ?$$

$$A \left| \begin{matrix} 0 \\ 1/5 \end{matrix} \right. \quad B \left| \begin{matrix} 2 \\ 0 \end{matrix} \right.$$

$$\text{شیب} = \frac{0 - 1/5}{2 - 0} = -1/10$$

$$\text{شیب} = \tan \alpha = -1/10$$

$$\Rightarrow \cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = -10$$

3/4 (۱)

4/3 (۲)

-3/4 (۳)

-4/3 (۴) ✓

۱۱۹- حاصل عبارت $\frac{3 \cos(248^\circ) - 2 \sin(158^\circ)}{\sin(202^\circ) - \cos(292^\circ)}$ کدام است؟

2/5 (۴) ✓

-2/5 (۳)

-5/0 (۲)

5/0 (۱)

$$= \frac{3 \cos(248^\circ) - 2 \sin(158^\circ)}{\sin(202^\circ) - \cos(292^\circ)} = \frac{-3 \sin 22^\circ - 2 \sin 22^\circ}{-\sin 22^\circ - \sin 22^\circ} = \frac{-5 \sin 22^\circ}{-2 \sin 22^\circ} = 2.5$$

۱۲۰- معادله مثلثاتی $\sin 2x - 4 \sin^2 x \cos x = 0$ چند جواب در بازه $(-\pi, \pi)$ دارد؟

۷ (۴)

۶ (۳)

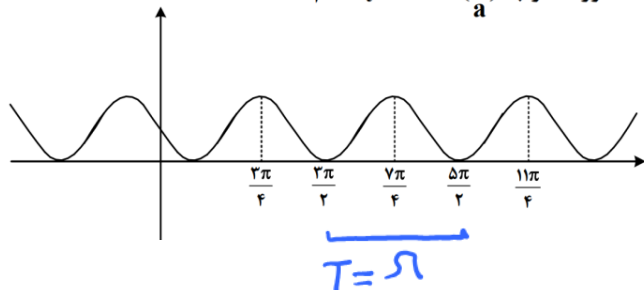
۵ (۲) ✓

۴ (۱)

$$\sin 2x - 4 \sin^2 x \cos x = 0 \Rightarrow \sin 2x - \sin x \cdot 4 \sin x \cos x = 0$$

$$\Rightarrow \sin 2x (1 - 4 \cos x) = 0 \Rightarrow \left| \begin{array}{l} \sin 2x = 0 \rightarrow 2x = k\pi \rightarrow x = \frac{k\pi}{2} \\ \sin x = \frac{1}{4} \rightarrow x = \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4} \end{array} \right.$$

۱۲۱- شکل زیر، نمودار تابع $y = 1 + \sin ax$ است. دوره تناوب $y = 3 \cos(\frac{x}{a})$ کدام است؟



۴pi (۱) ✓

۶pi (۲)

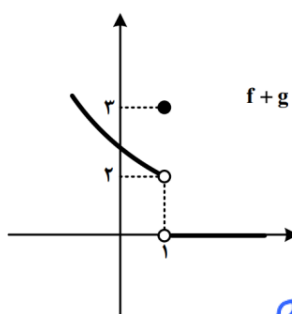
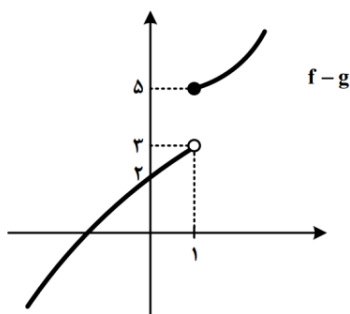
۳pi (۳)

۲pi (۴)

$$T = \frac{2\pi}{|a|} = \pi \rightarrow |a| = 2$$

$$\rightarrow T' = \frac{2\pi}{1/|a|} = \frac{2\pi}{1/2} = 4\pi$$

۱۲۲- شکل‌های زیر، نمودار توابع $f+g$ و $f-g$ هستند. مقدار $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ کدام است؟



(۱) حد ندارد.

۲/۲۵ (۲)

۲/۵ (۳) ✓

۲/۷۵ (۴)

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f+g = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f-g = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f = 0$$

$$\oplus \lim_{x \rightarrow 1^+} 2f = 0$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^+} f = 0/2$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f+g = 2 \oplus \lim_{x \rightarrow 1^-} 2f = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f-g = 2$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^-} f = 2/2$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f = 2/2$$

۱۲۳ - اگر $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} \frac{a + 3[-x]}{1 - 2x} = -\infty$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} \left[\frac{x}{a} - x \right]$ کدام است؟

(۱) صفر (۲) -۲ (۳) ۱ (۴) -۱ ✓

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} \frac{a - 3}{1 - 2x} = \frac{a - 3}{0^-} = -\infty \Rightarrow a - 3 > 0 \rightarrow \boxed{a > 3}$$

مثلاً: $a = 10$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} \left[\frac{x}{10} - x \right] = \left[\frac{1}{20} - \frac{1}{2} \right] = \left[\frac{1 - 10}{20} \right] = \left[-\frac{9}{20} \right] = -1$$

۱۲۴ - تابع ناصفر $f(x) = b[x^2 - ax] - 2a$ در $\mathbb{R}$ پیوسته است. مقدار $\frac{a}{f(b)}$ کدام است؟

(۴) صفر

(۳) ۱

(۲) $-\frac{1}{4}$

(۱) $-\frac{1}{2}$ ✓

بابت $b = 0 \rightarrow f(x) = -2a$

$$\Rightarrow \frac{a}{-2a} = -\frac{1}{2}$$

۱۲۵ - خط $7y - x = 5$ در ناحیه اول صفحه مختصات بر منحنی $y = \frac{ax-1}{3x+1}$ مماس است. مقدار a کدام است؟

(۴) $\frac{9}{7}$

(۳) $\frac{4}{7}$

(۲) ۴ ✓

(۱) ۳

$$\frac{ax-1}{3x+1} = \frac{x+5}{7} \rightarrow \boxed{3x^2 + 14x + 5 = 7ax - 7}$$

$$y = \frac{x+5}{7}$$

مماس x

$$3x^2 + (14 - 7a)x + 12 = 0$$

$$\Delta = 0 \rightarrow (14 - 7a)^2 - 144 = 0 \rightarrow (7a - 14)^2 = 144$$

$$7a - 14 = 12 \rightarrow \boxed{a = 4} \quad \text{یا} \quad 7a - 14 = -12 \rightarrow \boxed{a = \frac{2}{7}}$$

$a > \frac{7}{14}$

$$x^2 - 4x + 4 = 0 \rightarrow (x-2)^2 = 0 \rightarrow x = 2 \checkmark$$

۱۲۶- آهنگ تغییر متوسط تابع $f(x) = (x^2 + 1)^3(ax + 1)$ در بازه $[-1, 0]$ برابر ۱۱- است. آهنگ تغییر لحظه‌ای این

تابع در نقطه $x = -2a$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۸ (۴) -۸

$$\text{متوسط} = \frac{f(0) - f(-1)}{0 - (-1)} = \frac{1 - (1 - (-2 + 1))}{1} = 1 + 1a - 1 = -11$$

$$\Rightarrow 1a = -2 \rightarrow \boxed{a = -1/2} \rightarrow \boxed{x = 1}$$

$$f(x) = (x^2 + 1)^3(-1/2x + 1) \xrightarrow{\text{مشتق}}$$

$$f'(x) = 3 \times 2x \times (x^2 + 1)^2(-1/2x + 1) + (-1/2)(x^2 + 1)^3 \xrightarrow{x=1} 12 - 4 = 8$$

۱۲۷- مقدار مینیمم نسبی تابع $y = x^3 - 12x + 2$ ، کدام است؟

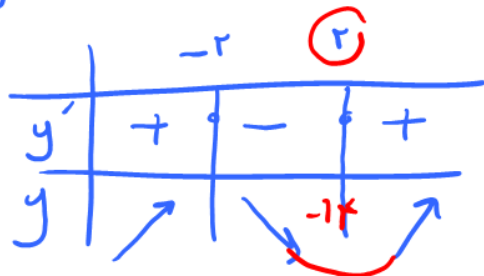
(۴) -۷

(۳) -۹

(۲) -۱۱

(۱) -۱۴ ✓

$$y' = 3x^2 - 12 = 0 \rightarrow x^2 = 4 \rightarrow x = \pm 2$$

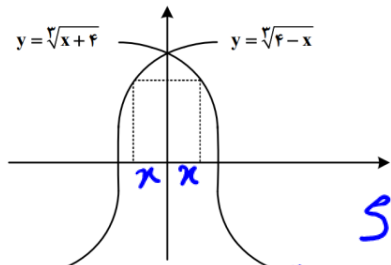


$$f(2) = 1 - 24 + 2 = -21$$

۱۲۸- مساحت بزرگ‌ترین مستطیل واقع در ناحیه‌های اول و دوم که دو رأس آن بر محور xها و دو رأس دیگر آن بر

نمودارهای داده‌شده در شکل زیر قرار دارد، کدام است؟

$$y = \sqrt{x+4} \quad y = \sqrt{4-x}$$



$$S = 2x \cdot y = 2x \sqrt{4-x}$$

$$S = 2\sqrt{4x^3 - x^4}$$

$$S' = 2x \frac{12x^2 - 4x^3}{2\sqrt{4x^3 - x^4}} = 0 \xrightarrow{\text{مشتق}} 4x^2(3-x) = 0 \rightarrow \boxed{x=0} \quad \boxed{x=3}$$

$$\boxed{S = 8}$$

۱۲۹- برای داده‌های زیر، چارک اول و سوم به ترتیب برابر ۹ و ۳۹ است. اگر میانگین داده‌های بین چارک اول و چارک سوم

برابر ۲۶ باشد، میانگین داده‌های بزرگ‌تر از چارک سوم کدام است؟

۵۴/۵ (۴) ✓

۴۵ (۳)

۲۱/۸ (۲)

۲۰ (۱)

۱، ۳، ۹، ۱۸، ۲۳، ۲۳، ۳۹، ۴۲

۱، ۳، ۹، ۱۸، ۲۳، ۲۳، ۳۹، ۴۲، ۲۸+۱

$$a, a, 18, 23, 23 \rightarrow \bar{X} = \frac{18a + 44}{5} = 24 \rightarrow a = 33$$

$$42, 47 \rightarrow \bar{X} = \frac{42 + 47}{2} = 54.5$$

۱۳۰- با حروف کلمه «آهنگری» چند کلمه ۶ حرفی می‌توان نوشت که حروف کلمه «گنه» کنار هم باشند؟

۲۱۶ (۴)

۱۴۴ (۳) ✓

۷۲ (۲)

۲۴ (۱)

$$3! \times 4! = 144$$

۱۳۱- دو تاس را پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال اعداد ظاهر شده متوالی و برابر نیستند؟

$\frac{1}{6}$ (۴)

$\frac{2}{3}$ (۳)

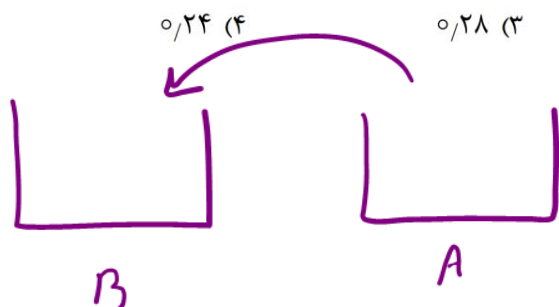
$\frac{5}{9}$ (۲) ✓

$\frac{5}{12}$ (۱)

(متوالی یا برابر) - ۱ : متمم

$$1 - \left(\frac{4}{36} + \frac{10}{36} \right) = \frac{20}{36} = \frac{5}{9}$$

۱۳۲- جعبه A شامل ۶ مهره آبی، ۴ مهره سبز و ۵ مهره قرمز است و جعبه B شامل ۵ مهره آبی، ۳ مهره سبز و ۶ مهره قرمز است. از جعبه A به تصادف یک مهره انتخاب کرده، در جعبه B قرار می‌دهیم. سپس یک مهره از جعبه B انتخاب می‌کنیم. با کدام احتمال مهره خارج شده از جعبه B آبی است؟



$$\frac{4}{10} \times \frac{4}{10} + \frac{6}{10} \times \frac{5}{10} = \frac{11}{25} = 0.44$$

۱۳۳- نقاط $A(2, 0)$ و $C(0, -1)$ دو رأس یک مربع و روی یک قطر هستند. کدام نقطه یک رأس مربع روی قطر دیگر است؟

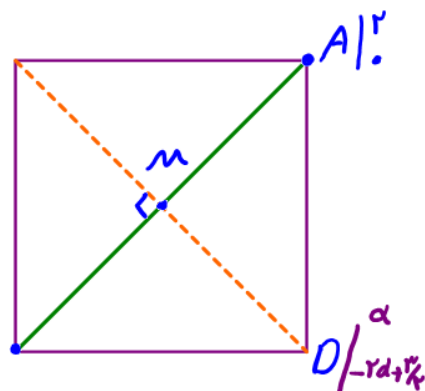
نقطه (۱) $(0, \frac{3}{2})$ (۲) $(\frac{3}{2}, -\frac{3}{2})$ (۳) $(\frac{3}{4}, -\frac{5}{4})$ (۴) $(\frac{5}{4}, \frac{1}{4})$

شیب $m_{AC} = \frac{-1-0}{0-2} = \frac{1}{2}$ m_{AB}

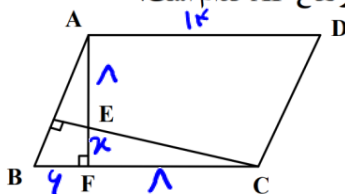
$$m_{BD} = -2$$

معادله BC: $y + \frac{1}{2} = -2(x - 1)$

معادله AD: $y = -2x + \frac{3}{2}$



۱۳۴- در متوازی‌الاضلاع شکل زیر، $AD = 14$ ، $BF = 6$ و $AE = 8$ است. اندازه ارتفاع AF کدام است؟



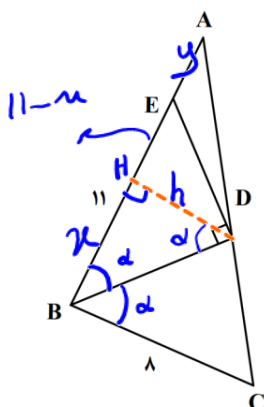
$\triangle ABF \sim \triangle CEF$

دولایه برابر

$$\frac{AB}{CE} = \frac{BF}{EF} = \frac{AF}{CF}$$

$$\Rightarrow \frac{4}{x} = \frac{8+x}{8} \rightarrow x = 4 \rightarrow AF = 12$$

۱۳۵- در شکل زیر، BD نیمساز است. اگر در مثلث BDE ارتفاع وارد بر ضلع BE موازی BC باشد، طول AE کدام است؟



$$\alpha = 45^\circ, D = 90^\circ$$

$$BH = x, HE = 11 - x \quad \boxed{HE = 8,5}$$

$$h = x = 11/2 = 5,5$$

$$\frac{AH}{AB} = \frac{h}{BC} \rightarrow \frac{y + 8,5}{y + 11} = \frac{5,5}{11}$$

$$\boxed{y = 9,2}$$

۶/۶ (۱) ✓

۵/۴ (۲)

۳/۶ (۳)

۲/۴ (۴)

۱۳۶- اگر $B = \frac{\frac{2}{\sqrt{2}} + \sqrt{14}}{\frac{1}{\sqrt{2}} + \sqrt{14}}$ باشد، حاصل $3B + 1$ کدام است؟

$2\sqrt{7}$ (۴)

$2\sqrt{2}$ (۳)

$\sqrt{7}$ (۲) ✓

$\sqrt{2}$ (۱)

$$B = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{14}}{2\sqrt{2} + \sqrt{14}} \times \frac{2\sqrt{2} - \sqrt{14}}{2\sqrt{2} - \sqrt{14}} = \frac{2 + 2\sqrt{28} - \sqrt{28} - 14}{18}$$

$$= \frac{-12 + 2\sqrt{28}}{18} = \frac{-1 + \sqrt{7}}{3} \rightarrow 3B + 1 = -1 + \sqrt{7} + 1 = \sqrt{7}$$

۱۳۷- اگر $n(A \cap B) = 3n(A - B) = 4n(B - A)$ و $n(A \cup B) = 57$ باشد، تعداد اعضای مجموعه A کدام است؟

۴۸ (۴) ✓

۴۵ (۳)

۳۶ (۲)

۳۳ (۱)

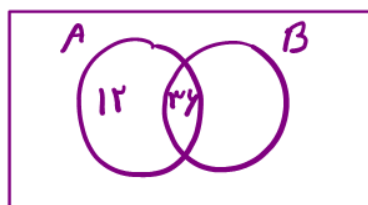
$$n(A \cup B) - n(A \cap B) = n(A - B) + n(B - A)$$

$$57 - 3n(A - B) = n(A - B) + 4n(A - B)$$

$$\Rightarrow n(A - B) = 12$$

$$n(A \cap B) = 3n(A - B) = 36$$

$$n(A) = 12 + 36 = 48$$



۱۳۸- با اضافه کردن ۴ واحد به جملات اول و دوم یک دنباله حسابی، جملات اول و دوم دنباله حسابی جدید ساخته می‌شود. اختلاف جمله n ام دو دنباله کدام است؟

$$\begin{aligned} a_1, a_2, \dots, a_n &\xrightarrow{d=a_2-a_1} a_n = a_1 + (n-1)d \\ a_1+4, a_2+4, \dots, a_n &\xrightarrow{d=a_2-a_1} a_n = a_1+4 + (n-1)d \end{aligned}$$

اختلاف هجده است

۱۳۹- اگر $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2+3}+2a & |x| \leq 1 \\ ax^2+5 & |x| \geq 1 \end{cases}$ ضابطه تابع f باشد، مقدار $f(a)$ کدام است؟

شود در مرکز

$$x=1 \rightarrow 2+2a = a+5 \rightarrow \boxed{a=3}$$

$$f(3) = 9a+5 = 32$$

۱۴۰- خط $2y+2x=9$ در نقطه $(0, 3)$ بر دایره $x^2+y^2+3x+ay=c$ مماس است. مقدار a کدام است؟

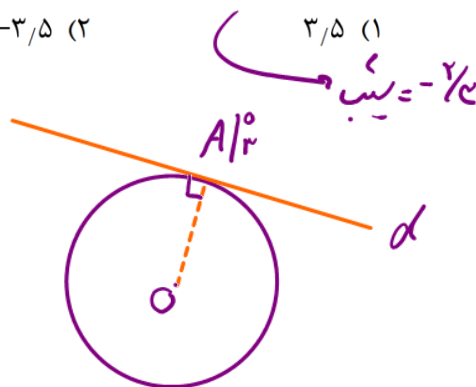
روی دایره $\rightarrow 0/3$

$$0+9+0+3a=c$$

$$m_{OA} = -\frac{1}{m_d}$$

$$\frac{-a/2-3}{-c/2-9} = \frac{3}{2}$$

$$\rightarrow -a/2-3 = -9/4 \rightarrow a/2 = -5/4 \rightarrow \boxed{a = -5/2}$$



نوین کنکور

کنکور

امتحان نهایی

**نوین کنکور
شرط لازم و کافی
برای موفقیت**

novinkonkor.com