

نوین کنکور

کنکور

امتحان نهایی

**نوین کنکور
شرط لازم و کافی
برای موفقیت**

novinkonkor.com

@AlizadeMath

دبیر ریاضی اردبیل

0910-680-2582

۱۱۱- حاصل عبارت $\frac{\sqrt[3]{2\sqrt{8}}}{\sqrt[3]{2\sqrt{2}} \times 16^{-\frac{3}{4}}}$ کدام است؟

$\sqrt[3]{2\sqrt{2}}$ (۴) $16\sqrt{2}$ (۳) $16\sqrt[3]{2}$ (۲) $16\sqrt{2}$ (۱)

$$= \frac{(2 \times 2^{\frac{3}{2}})^{\frac{1}{3}}}{(2 \times 2^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{3}} \times 2^{-3}} = \frac{2^{\frac{5}{4}}}{2^{\frac{1}{6} \times \frac{1}{3} - 3}} = \frac{2^{\frac{5}{4}}}{2^{-\frac{5}{4}}} = 2^{\frac{5}{4} + \frac{5}{4}} = 2^{\frac{10}{4}} = 1 \times 2^{\frac{5}{2}} = \sqrt[4]{2^5}$$

۱۱۲- اعداد طبیعی طوری دسته‌بندی شده‌اند که در هر دسته، کوچک‌ترین عضو $\frac{1}{3}$ بزرگ‌ترین عضو دسته است. میانگین

اعضای دسته پنجم، کدام است؟

۲۴۲,۵ (۴)

۲۴۲ (۳)

۲۴۰,۵ (۲)

۲۴۰ (۱)

۱, ۲, ۳
 ۴, ۵, ۶, ..., ۱۲
 ۱۳, ..., ۳۹
 ۴۰, ..., ۱۲۰
 ۱۲۱, ..., ۳۶۳ $\rightarrow \frac{121 + 363}{2} = 242$

۱۱۳- در یک دنباله هندسی، جمله سوم جذر جمله چهارم و جمله پنجم برابر ۲۷ است. جمله اول دنباله چقدر از $\frac{1}{3}$ کمتر است؟

$\frac{1}{6}$ (۴) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{5}{2}$ (۱)

$t_1 = ?$ t_3 t_4^2 $t_5 = 27$ $t_5^2 = 27 t_3$
 $\frac{1}{6} \leftarrow 1 \leftarrow 3$ ۹ ۲۷ $t_3 = 3$
 $\frac{1}{6} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$

۱۱۴ - اگر $\sqrt{x+a} - \sqrt{x-4} = 2$ باشد، حاصل عبارت $\sqrt{x+a} + \sqrt{x-4} - 2$ کدام است؟

$$\frac{a}{2} \quad (4)$$

$$\frac{a}{4} \quad (3)$$

$$1 \quad (2)$$

$$\text{صفر} \quad (1)$$

$$A \times B = a + a - (a - 4) = a + 4 = 2 \times A$$

$$A - 2 = \frac{a+4}{2} - 2 = \frac{a}{2}$$

۱۱۵ - بازه $(0, \frac{1}{2})$ ، بزرگ‌ترین بازه‌ای است که نمودار تابع $y = 2x^2 + \frac{3}{2}x + c$ پایین نمودار تابع $y = \frac{x}{|x|}$ قرار می‌گیرد.

مقدار c کدام است؟

$$-\frac{3}{8} \quad (4)$$

$$-\frac{1}{4} \quad (3)$$

$$-\frac{1}{2} \quad (2)$$

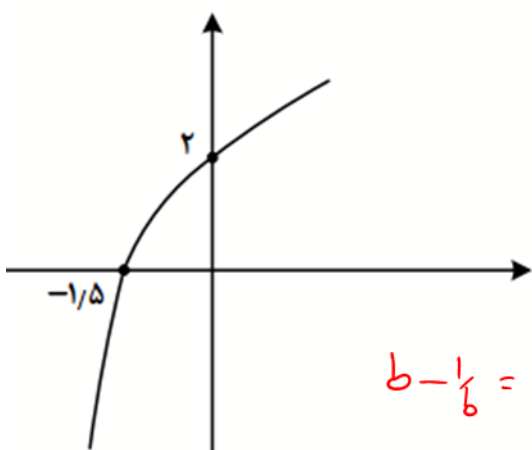
$$-\frac{3}{4} \quad (1)$$

$$2x^2 + \frac{3}{2}x + c < \frac{x}{|x|} = 1 \rightarrow 2x^2 + \frac{3}{2}x + c - 1 < 0$$

$$2\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{2}\left(\frac{1}{2}\right) + c - 1 = 0$$

$$c = -\frac{1}{4}$$

۱۱۶ - شکل زیر، نمودار تابع $y = 1 - \log_c(ax - b)$ است. اگر $b + c = -\frac{3}{2}$ باشد، حاصل $(a + c)b$ کدام است؟



$$0 = 1 - \log_c(-1/5a - b) \rightarrow -1/5a - b = c$$

$$2 = 1 - \log_c^{-b} \rightarrow \log_c^{-b} = -1$$

$$\rightarrow -b = c^{-1} \rightarrow c = -\frac{1}{b}$$

$$b - \frac{1}{b} = -\frac{3}{2} \rightarrow b^2 + \frac{3}{2}b - 1 = 0 \rightarrow b = -\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \rightarrow c = \frac{1}{2}$$

$$(a + c)b = (1 + \frac{1}{2})(-\frac{1}{2}) = -\frac{3}{4}$$

$$a = 1$$

۱۱۷ - اگر نقطه $(-\frac{1}{8}, -\frac{3}{5})$ روی تابع وارون تابع $y = \frac{x}{a + a|x|}$ باشد، مقدار a کدام است؟

$$\frac{3}{5} \quad (4)$$

$$3 \quad (3)$$

$$5 \quad (2)$$

$$\frac{5}{27} \quad (1)$$

$$-\frac{1}{8} = \frac{-\frac{3}{5}}{a(1 + \frac{3}{5})} \rightarrow -\frac{1}{8} = \frac{-\frac{3}{5}}{a \times (\frac{8}{5})} \rightarrow a = 3$$

۱۱۸- اگر $\frac{1}{\sqrt{\cos^2 \alpha}} - \text{tg} \alpha = \frac{1 + \sin \alpha}{|\cos \alpha|}$ و $\frac{|\sin \alpha|}{\cos \alpha} = -\frac{1}{\cot \alpha}$ باشد، انتهای کمان α در کدام ناحیه مثلثاتی است؟

اول (۴) دوم (۳) سوم (۲) چهارم (۱)

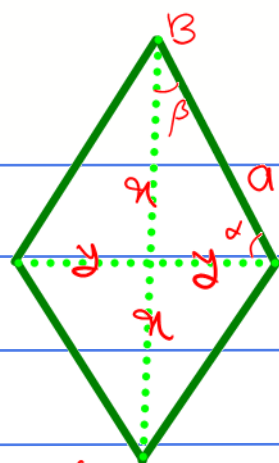
(۱) $\frac{1}{|\cos|} - \frac{\sin}{\cos} = \frac{1}{|\cos|} + \frac{\sin}{|\cos|} \rightarrow |\cos| = -\cos \rightarrow \cos < 0$

(۲) $\frac{|\sin|}{\cos} = \frac{-1}{\cot \alpha} = \frac{-\sin}{\cos} \rightarrow |\sin| = -\sin \rightarrow \sin < 0$

نتیجه: $\cos < 0$ و $\sin < 0$ → ربع سوم

۱۱۹- در یک لوزی، اندازه هر ضلع برابر جذر حاصل ضرب طول قطرهای است. اگر A و B دو زاویه مجاور لوزی باشند، مقدار

مثبت تانژانت $(\frac{A-B}{2})$ کدام است؟ $\tan(\alpha - \beta)$



(۱) $\sqrt{3}$ (۲) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) 3

$a = \sqrt{(x_1)(x_2)} = 2\sqrt{xy} \rightarrow x^2 + y^2 = 4xy \rightarrow (x/y)^2 - 4(x/y) + 1 = 0$

$t^2 - 4t + 1 = 0 \rightarrow t = \frac{4 \pm \sqrt{16-4}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{12}}{2} = 2 \pm \sqrt{3}$

$x/y > 1 \rightarrow x/y = 2 + \sqrt{3} = \tan \alpha$

$\tan(\frac{A-B}{2}) = \tan(\alpha - \beta) = \tan(2\alpha - 90^\circ) = \cot 2\alpha = \frac{1}{\tan 2\alpha}$

$\alpha + \beta = 90^\circ \rightarrow \beta = 90^\circ - \alpha$

$\rightarrow \tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} = \frac{2(2 + \sqrt{3})}{1 - (2 + \sqrt{3})^2} = -\frac{1}{\sqrt{3}} \rightarrow \tan(\frac{A-B}{2}) = \sqrt{3}$

۱۲۰- اختلاف جوابهای معادله مثلثاتی $\cos 2x = 3 \sin x - 1$ که در بازه $[0, \pi]$ قرار دارند، کدام است؟

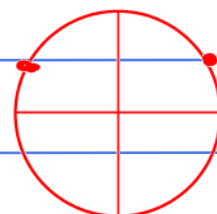
(۱) $\frac{5\pi}{6}$ (۲) $\frac{\pi}{3}$ (۳) $\frac{\pi}{6}$ (۴) $\frac{2\pi}{3}$

$1 - 2 \sin^2 x = 3 \sin x - 1 \rightarrow 2 \sin^2 x + 3 \sin x - 2 = 0$

$\rightarrow \sin x = \frac{-3 \pm \sqrt{9+16}}{4} = \frac{-3 \pm 5}{4} = \begin{cases} \frac{1}{2} \\ -2 \end{cases}$

$\frac{1}{2} \rightarrow x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$

$\frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{6} = \frac{4\pi}{6} = \frac{2\pi}{3}$



۱۲۵- خط مماس بر منحنی $f(x) = \sqrt{ax-1}$ در نقطه A از نقاط $(-1,1)$ و $(2,2)$ می‌گذرد. مقدار $f(5)$ کدام است؟

$\frac{\sqrt{32}}{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{23}}{2}$ (۳) ۲ (۲) ۳ (۱)

$$y-1 = \frac{2-1}{2+1} (x+1) \rightarrow y = \frac{1}{3}x + \frac{4}{3}$$

$$f'(x) = \frac{a}{2\sqrt{ax-1}} = \frac{1}{3}$$

$$\rightarrow \frac{a}{2} = \frac{1}{3} \rightarrow a = \frac{2}{3}$$

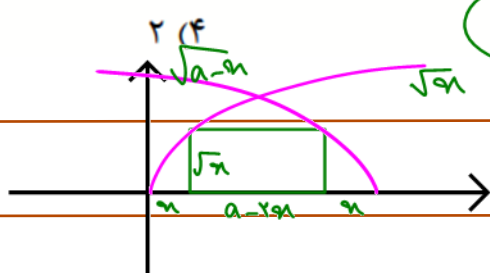
$$\frac{a}{2\sqrt{a(2/3-1)}} = \frac{1}{3} \rightarrow \frac{a^2}{4/3a-2a-1} = \frac{4}{9}$$

$$\rightarrow 9a^2 = 16a^2 - 14a - 4 \rightarrow 4a^2 - 14a - 4 = 0 \rightarrow a = \frac{14 \pm \sqrt{196+64}}{8} = \frac{14 \pm 15}{8}$$

$$f(5) = \sqrt{2 \times 5 - 1} = 3$$

۱۲۶- اگر مساحت بزرگ‌ترین مستطیلی که دو رأس آن بر محور xها و دو رأس دیگر آن، یکی بر $y = \sqrt{x}$ و دیگری بر

$y = \sqrt{a-x}$ واقع است برابر $\sqrt{2}$ باشد، مقدار a کدام است؟



$$S = \sqrt{x}(a-x) = a\sqrt{x} - x\sqrt{x}$$

$$S' = \frac{a}{2\sqrt{x}} - \frac{3}{2}x\sqrt{x} = \frac{a-3x^2}{2\sqrt{x}}$$

$$S' = 0 \rightarrow x = \frac{a}{3}$$

$$\rightarrow S = \sqrt{\frac{a}{3}}(a - \frac{2a}{3}) = \sqrt{2}$$

$$\rightarrow \sqrt{\frac{a}{3}}(\frac{a}{3}) = \sqrt{2} \rightarrow a = 6$$

۱۲۷- اگر انحراف معیار داده‌های مثبت ۳، ۲a و a برابر $\sqrt{14}$ باشد، مقدار $\frac{a}{3}$ کدام است؟

۴ (۴)

۳/۵ (۳)

۲ (۲)

۱/۵ (۱)

$$\bar{x} = \frac{3a+3}{3} = a+1 \rightarrow \sigma^2 = \frac{(1)^2 + (a-1)^2 + (a-1)^2}{3}$$

$$\sigma = \sqrt{14} \rightarrow (a-1)^2 + (a-1)^2 + 1 = 3 \times 14 \rightarrow$$

$$\rightarrow 2a^2 - 4a + 2 = 42 \rightarrow 2a^2 - 4a - 40 = 0$$

$$\rightarrow a^2 - 2a - 20 = 0 \rightarrow (a-6)(a+3) = 0 \rightarrow \begin{cases} a = 6 \\ a = -3 \end{cases}$$

۱۲۸- چند تابع ثابت با ۴ زوج مرتب می توان نوشت، به طوری که دامنه آن اعداد طبیعی یک رقمی و برد آن اعداد زوج نامنفی یک رقمی باشند؟

$$504 \quad (4)$$

$$630 \quad (3)$$

$$140 \quad (2)$$

$$1050 \quad (1)$$

$$D = \{1, 2, \dots, 9\}$$

$$R = \{0, 2, 4, 6, 8\}$$

$$\rightarrow \frac{9 \times A^1 \times V \times 4}{4 \times 4 \times 2 \times 1} = 124$$

$$124 \times 2 = 248$$

۱۲۹- دو تاس را پرتاب می کنیم. با کدام احتمال یکی از اعداد ظاهر شده، بزرگ تر از دیگری است؟

$$\frac{5}{6} \quad (4)$$

$$\frac{1}{6} \quad (3)$$

$$\frac{5}{12} \quad (2)$$

$$\frac{7}{12} \quad (1)$$

$$P = 1 - P(\text{هر دو برابر}) = 1 - \frac{4}{36} = \frac{32}{36} = \frac{8}{9}$$

۱۳۰- احتمال کسب مدال دو ورزشکار یک تیم ملی در المپیک به ترتیب $\frac{5}{6}$ و $\frac{5}{4}$ است. احتمال اینکه فقط یکی از این دو ورزشکار مدال کسب کند، چقدر است؟

$$0.36 \quad (4)$$

$$0.48 \quad (3)$$

$$0.76 \quad (2)$$

$$0.52 \quad (1)$$

$$P(A) = 0.4$$

$$P(B) = 0.5$$

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

$$= 0.4 \times 0.5 = 0.2$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= P(A) - P(A \cap B) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= P(A) + P(B) - 2P(A \cap B)$$

$$= 0.4 + 0.5 - 2 \times 0.2 = 0.5$$

۱۳۱- نقطه $A(-5, -1)$ یک رأس مثلثی است که یک ضلع آن روی خط $x - 2y = 1$ قرار دارد. اگر طول یک ضلع برابر فاصله رأس A از این خط بوده و نقطه $(-4, -2)$ داخل این مثلث باشد، بیشترین مساحت چنین مثلثی در ناحیه

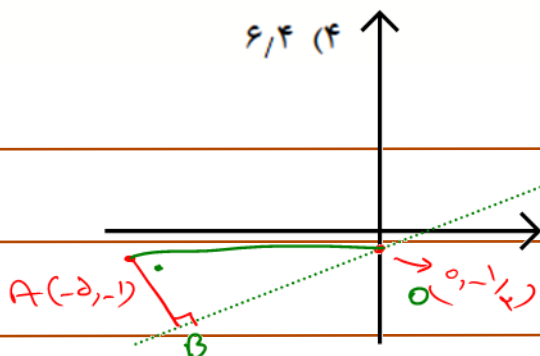
سوم محورهای مختصات کدام است؟

$$6/4 \quad (4)$$

$$6 \quad (3)$$

$$4/2 \quad (2)$$

$$4 \quad (1)$$



$$AB = \frac{|1 - 2(-1) - 1|}{\sqrt{1 + 4}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$OA = \sqrt{(-5)^2 + (-1)^2} = \sqrt{26}$$

$$OB = \sqrt{OA^2 - AB^2} = \sqrt{26 - \frac{4}{5}} = \sqrt{\frac{126}{5}} = \frac{3\sqrt{14}}{2}$$

$$S = \frac{1}{2} \times \frac{3\sqrt{14}}{2} \times \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{14}}{2} = 6.2$$

۱۳۲- نقاط M و N به ترتیب روی اضلاع AB و BC در مثلث ABC انتخاب شده‌اند. اگر $2BN = 3NC$ و مساحت مثلث

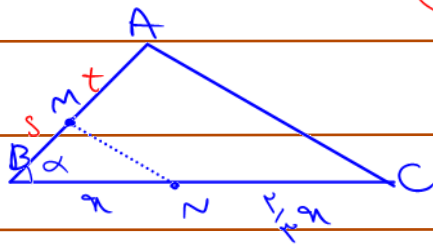
ABC، ۳ برابر مساحت مثلث BMN باشد. مقدار $\frac{BM}{AM}$ کدام است؟

۱/۴ (۴)

۱/۲۵ (۳)

۵/۸ (۲)

۵/۷۵ (۱)



$$S_{ABC} = 25 S_{BMN}$$

$$\frac{1}{2} \times AB \times BC \times \sin \alpha = \frac{1}{2} \times BM \times BN \times \sin \alpha$$

$$\frac{1}{2} (S+t) \times (\sin \alpha) = \frac{1}{2} (s) (\sin \alpha)$$

$$\rightarrow 2S + 2t = 9S \rightarrow 2t = 7S \rightarrow \frac{S}{t} = \frac{2}{7}$$

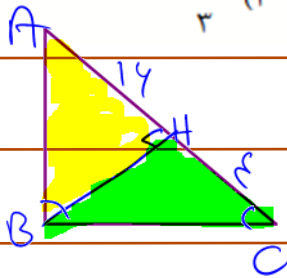
۱۳۳- در مثلث قائم الزاویه ABC، نقطه H نقطه تلاقی ارتفاع وارد بر وتر است. اگر طول وتر ۲۵ و کمترین فاصله H از رأس‌های مجاورش ۴ باشد، نسبت طول اضلاع قائمه این مثلث کدام است؟

$\frac{\sqrt{2}}{3}$ (۴)

$\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)



$$AC = 25$$

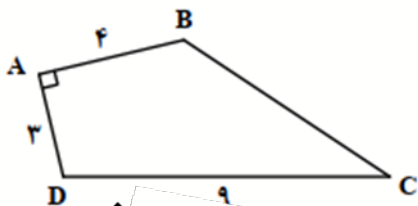
$$\frac{AB}{BC} = ?$$

$$\rightarrow BH^2 = 14 \times 6$$

$$\rightarrow BH = 1$$

$$\frac{AB}{BC} = \frac{14}{BH} = \frac{14}{1} = 14$$

۱۳۴- در چهارضلعی ABCD، از نقاط B و D دو پاره خط به ترتیب موازی AB و AD طوری رسم می‌کنیم تا یکدیگر را در نقطه M (درون چهارضلعی) قطع کنند. اگر $\widehat{BDC} = 2\widehat{BDM}$ باشد، فاصله نقطه M از وسط ضلع BC چقدر است؟

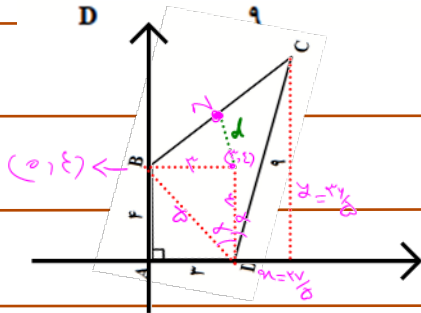


۱/۵ (۱)

۲ (۲)

۲/۵ (۳)

۳ (۴)



$$\frac{q}{p} = \frac{2}{5} \rightarrow p = \frac{2q}{5}$$

$$\frac{q}{p} = \frac{4}{5} \rightarrow q = \frac{4p}{5}$$

$$\rightarrow C = \left(\frac{2q}{5} + 4, \frac{4q}{5} \right) = \left(\frac{8q}{5}, \frac{4q}{5} \right)$$

$$N = \left(\frac{8q}{5} + 0, \frac{4q}{5} + 4 \right) = \left(\frac{8q}{5}, \frac{4q}{5} + 4 \right)$$

$$d = \sqrt{(4,2-3)^2 + (2,4-4)^2} = \sqrt{1+0} = 1$$

۱۳۵- نقاط $F(0,0)$ و $F'(a,0)$ کانون‌های یک بیضی و $A(0,-1)$ یک نقطه واقع بر آن است. اگر خروج از مرکز بیضی

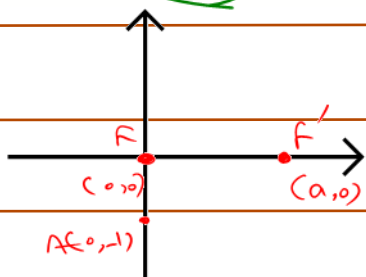
برابر $\frac{2}{\sqrt{5}}$ باشد، مقدار a کدام است؟

(۱) $2\sqrt{5}$

(۲) $-2\sqrt{5}$

(۳) $-4\sqrt{5}$

(۴) $4\sqrt{5}$



$$AF + AF' = 2A$$

$$1 + \sqrt{a^2 + 1} = 2A$$

$$e = \frac{c}{A} = \frac{a/2}{\frac{1}{2}(1 + \sqrt{a^2 + 1})} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\rightarrow \frac{a}{1 + \sqrt{a^2 + 1}} = \frac{2}{\sqrt{5}} \rightarrow \text{امتحان کردن اعداد} \rightarrow a = 4\sqrt{5}$$

۱۳۶- رابطه $f = \{(7, 1 - 3n^2), (1, -1), (2, n), (7, -2n), (\frac{1}{n}, 2)\}$ تابع است. مقدار تابع f در ۲، کدام است؟

(۴) ۱

(۳) -۱

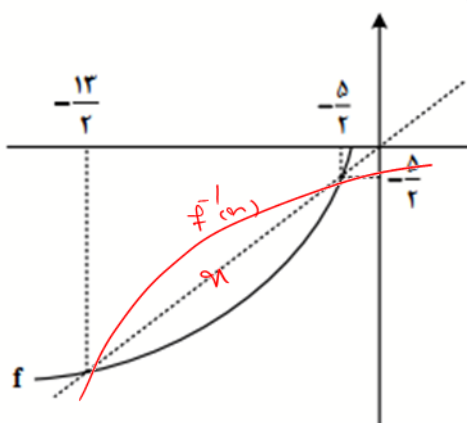
(۲) $\frac{1}{3}$

(۱) $-\frac{1}{3}$

$$1 - 3n^2 = -2n \rightarrow 3n^2 - 2n - 1 = 0 \rightarrow n = 1, -\frac{1}{3}$$

نقاط $(1, -1), (1, 2)$

۱۳۷- شکل زیر، نمودار تابع f را نشان می‌دهد. دامنه تابع $y = \sqrt{\frac{f^{-1}(x)}{x - f^{-1}(x)}}$ شامل چند عدد صحیح است؟



$$\frac{f^{-1}}{x - f^{-1}} > 0$$

$$x - f^{-1} < 0 \rightarrow x < f^{-1}$$

$$x \in (-\frac{13}{4}, -\frac{5}{4})$$

اعداد صحیح: -۳، -۴، -۵، -۶

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۴

(۴) ۵

۱۳۸- سهمی $y = 2ax^2 - 5x + 11a$ در نقطه A بر نیمساز ناحیه سوم محورهای مختصات مماس است. مقدار a، کدام است؟

$\frac{5}{2}$ (۴)

$\frac{1}{2}$ (۳)

$-\frac{1}{2}$ (۲)

$-\frac{5}{2}$ (۱)

$$2an^2 - 5n + 11a = n \rightarrow 2an^2 - 4n + 11a = 0 \rightarrow \Delta = 0 \rightarrow 4 - 4a(11a) = 0$$

$$an^2 - 4n + 11a = 0 \rightarrow \Delta = 0 \rightarrow 4 - 4a(11a) = 0$$

$$\rightarrow 1 - 11a^2 = 0 \rightarrow a = \begin{cases} -\frac{1}{\sqrt{11}} \\ \frac{1}{\sqrt{11}} \end{cases}$$

$a < 0 \rightarrow a = -\frac{1}{\sqrt{11}}$

۱۳۹- دامنه تابع $y = f(x)$ و $y = f(kx)$ برابر $[b, c]$ است. اگر $k = 2a^2 - a - 5$ باشد، حاصل ضرب مقادیر a کدام است؟

$\frac{2}{5}$ (۴)

$-\frac{2}{5}$ (۳)

۳ (۲)

-3 (۱)

$$2a^2 - a - 5 = 1 \rightarrow$$

$k = 1$

$$2a^2 - a - 6 = 0 \rightarrow P = -\frac{4}{4} = -1$$

۱۴۰- در یک دامنه محدود، برای چند مقدار مختلف a، بیشترین مقدار سهمی $y = ax^2 + x + 2a$ برابر $-\frac{1}{4}$ است؟

۱ (۴)

۲ (۳)

هیچ مقدار a (۲)

۳ (۱)

$$a < 0 \rightarrow \Delta = -\frac{1}{4a} \rightarrow \Delta = a\left(\frac{1}{4a^2}\right) - \frac{1}{4a} + 2a$$

$$= -\frac{1}{4a} + 2a = -\frac{1}{4} \rightarrow 11a^2 + 2a - 1 = 0$$

$$\rightarrow a = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 44}}{22} = \begin{cases} \frac{1}{11} \\ -\frac{1}{2} \end{cases}$$

@AlizadeMath

دبیر ریاضی اردبیل

0910-680-2582

نوین کنکور

کنکور

امتحان نهایی

**نوین کنکور
شرط لازم و کافی
برای موفقیت**

novinkonkor.com