

نوین کنکور

کنکور

امتحان نهایی

**نوین کنکور
شرط لازم و کافی
برای موفقیت**

novinkonkor.com

پاسخ تشریحی سوالات ریاضی کنکور تجربی تیر ۱۴۰۳

یحیی علی پناه

۰۹۱۴۱۸۰۲۰۳۳

<https://t.me/iranscondmath>

تیر ماه ۱۴۰۳

۱۱۱- حاصل عبارت $\frac{\sqrt[3]{2\sqrt{8}}}{\sqrt[3]{2\sqrt{2} \times 16}^{-\frac{3}{4}}}$ کدام است؟

(۴) $8\sqrt[3]{2}$

(۳) $8\sqrt{2}$

(۲) $16\sqrt[3]{2}$

(۱) $16\sqrt{2}$

پاسخ ۱۱۱- گزینه ۴.

$$\frac{\sqrt[3]{2 \times 2^{\frac{3}{2}}}}{\sqrt[3]{2 \times 2^{\frac{1}{2}} \times 2^{-3}}} = \frac{2^{\frac{5}{6}}}{2^{\frac{1}{6}} \times 2^{-3}} = 2^{\frac{5}{6} - \frac{1}{6} + 3} = 2^{\frac{10}{6}} = 8\sqrt[3]{2}$$

۱۱۲- اعداد طبیعی طوری دسته بندی شده اند که در هر دسته، کوچک ترین عضو $\frac{1}{3}$ بزرگ ترین عضو دسته است. میانگین

اعضای دسته پنجم، کدام است؟

(۴) $242\frac{1}{5}$

(۳) 242

(۲) $240\frac{1}{5}$

(۱) 240

پاسخ ۱۱۲- گزینه ۳.

$$A_1 = \{1, 2, 3\}, A_2 = \{4, \dots, 12\}, A_3 = \{13, \dots, 39\}, A_4 = \{40, \dots, 120\}, A_5 = \{121, \dots, 362\}$$

میانگین یک دسته از اعداد متوالی، برابر است با میانگین ابتدا و انتهای دسته.

$$\frac{121 + 362}{2} = 242$$

۱۱۳- در یک دنباله هندسی، جمله سوم جذر جمله چهارم و جمله پنجم برابر ۲۷ است. جمله اول دنباله چقدر از $\frac{1}{4}$ کمتر است؟

(۴) $\frac{1}{6}$

(۳) $\frac{1}{3}$

(۲) $\frac{3}{2}$

(۱) $\frac{5}{2}$

پاسخ ۱۱۳- گزینه ۴.

$$a_3 = \sqrt{a_4} \Rightarrow a_3^2 = a_4 \Rightarrow a_1^2 r^4 = a_1 r^3 \Rightarrow a_1 r = 1 \quad (*)$$

$$a_5 = 27 \quad (*) \Rightarrow a_1 r^4 = (a_1 r) r^3 = 27 \Rightarrow r = 3 \quad (*) \Rightarrow a_1 = \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

۱۱۴- اگر $\sqrt{x+a} - \sqrt{x-4} = 2$ باشد، حاصل عبارت $\sqrt{x+a} + \sqrt{x-4} - 2$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) $\frac{a}{4}$ (۴) $\frac{a}{2}$

پاسخ ۱۱۴- گزینه ۴.

$$A = \sqrt{x+a} + \sqrt{x-4} - 2 \Rightarrow A + 2 = \sqrt{x+a} + \sqrt{x-4}$$

طرفین رابطه اخیر را در مزدوج عبارت سمت راست ضرب میکنیم.

$$(A + 2)(\sqrt{x+a} - \sqrt{x-4}) = x + a - x + 4 = a + 4$$

از فرض سوال داریم:

$$\sqrt{x+a} - \sqrt{x-4} = 2$$

پس:

$$(A + 2) \times 2 = a + 4 \Rightarrow A = \frac{a}{2}$$

۱۱۵- بازه $(0, \frac{1}{2})$ ، بزرگترین بازه‌ای است که نمودار تابع $y = 2x^2 + \frac{3}{2}x + c$ پایین نمودار تابع $y = \frac{x}{|x|}$ قرار می‌گیرد.

مقدار c کدام است؟

- (۱) $-\frac{3}{4}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{1}{4}$ (۴) $-\frac{3}{8}$

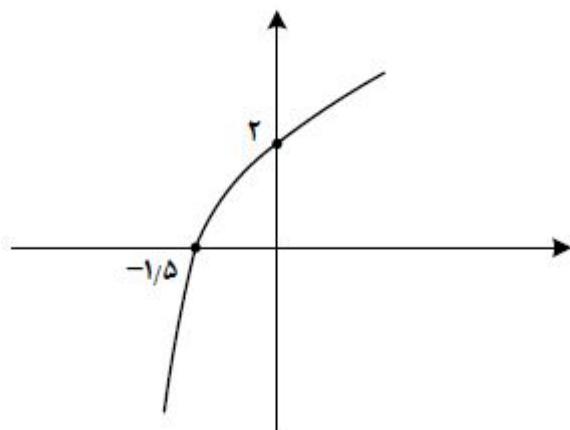
پاسخ ۱۱۵- گزینه ۳.

$$2x^2 + \frac{3}{2}x + c < \frac{x}{|x|}, \quad 0 < x < \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{x}{|x|} = 1$$

این دو نمودار هم‌دیگر را در نقطه $x = \frac{1}{2}$ قطع می‌کنند.

$$2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{2} \times \left(\frac{1}{2}\right) + c = 1 \Rightarrow c = -\frac{1}{4}$$

۱۱۶- شکل زیر، نمودار تابع $y = 1 - \log_c(ax - b)$ است. اگر $b + c = -\frac{3}{2}$ باشد، حاصل $(a + c)b$ کدام است؟



(۱) $-\frac{3}{5}$

(۲) -3

(۳) $-\frac{2}{5}$

(۴) -2

پاسخ ۱۱۶- گزینه ۳.

$$A(-1/5, 0) \Rightarrow 0 = 1 - \log_c(-1/5a - b) \Rightarrow \log_c(-1/5a - b) = 1$$

$$\Rightarrow -1/5a - b = c \Rightarrow b + c = -1/5a$$

با توجه به فرض سوال $b + c = -\frac{3}{2}$ پس $a = 1$

$$B(0, 2) \Rightarrow 2 = 1 - \log_c(-b) \Rightarrow \log_c(-b) = -1 \Rightarrow -b = \frac{1}{c}$$

$$\Rightarrow bc = -1, \quad s = b + c = \frac{3}{2}, \quad p = bc = -1 \Rightarrow x^2 - \frac{3}{2}x - 1 = 0$$

$$x_1 = -2, x_2 = 0.5, \quad c > 0 \Rightarrow c = 0.5, b = -2 \Rightarrow (a + c)b = (1 + 0.5) \times (-2) = -3$$

۱۱۷- اگر نقطه $(-\frac{1}{8}, -\frac{3}{5})$ روی تابع وارون تابع $y = \frac{x}{a + a|x|}$ باشد، مقدار a کدام است؟

(۴) $\frac{3}{5}$

(۳) 3

(۲) 5

(۱) $\frac{5}{27}$

پاسخ ۱۱۷- گزینه ۳.

$$-\frac{1}{8} = \frac{-\frac{3}{5}}{a + \frac{3}{5}a} \Rightarrow -\frac{1}{8} = \frac{-3}{8a} \Rightarrow a = 3$$

۱۱۸- اگر $\frac{1}{\sqrt{\cos^2 \alpha}} - \tan \alpha = \frac{1 + \sin \alpha}{|\cos \alpha|}$ و $\frac{|\sin \alpha|}{\cos \alpha} = -\frac{1}{\cot \alpha}$ باشد، انتهای کمان α در کدام ناحیه مثلثاتی است؟

(۱) چهارم (۲) سوم (۳) دوم (۴) اول

پاسخ ۱۱۸ - گزینه ۲ .
از رابطه اول داریم:

$$\frac{1}{|\cos \alpha|} - \frac{1 + \sin \alpha}{|\cos \alpha|} = \tan \alpha \Rightarrow \frac{-\sin \alpha}{|\cos \alpha|} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \Rightarrow \cos \alpha < 0$$

از رابطه دوم داریم:

$$\frac{|\sin \alpha|}{\cos \alpha} = -\tan \alpha = -\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \Rightarrow |\sin \alpha| = -\sin \alpha \Rightarrow \sin \alpha < 0$$

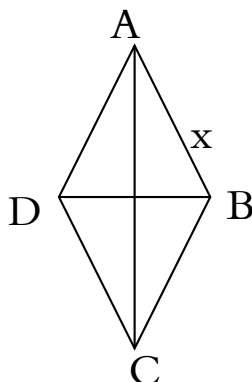
پس انتهای کمان α در ناحیه سوم است.

۱۱۹- در یک لوزی، اندازه هر ضلع برابر جذر حاصل ضرب طول قطرهای است. اگر A و B دو زاویه مجاور لوزی باشند، مقدار مثبت تانژانت $(\frac{A-B}{2})$ کدام است؟

(۱) $\sqrt{3}$ (۲) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) ۳

پاسخ ۱۱۹ - گزینه ۱.

فرض کنیم در لوزی، طول قطر AC برابر a و قطر BD برابر b و طول اضلاع لوزی برابر x باشد.



مساحت مثلث ABD را به دو روش حساب می‌کنیم.

$$S_{ABD} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} ab \right) = \frac{1}{4} x \cdot x \cdot \sin(A)$$

طبق فرض سوال $ab = x^2$ ، پس:

$$\sin(A) = \frac{1}{2} \Rightarrow A = 30^\circ \Rightarrow B = 150^\circ \Rightarrow \left| \tan\left(\frac{30^\circ - 150^\circ}{2}\right) \right| = \left| \tan(-60^\circ) \right| = \sqrt{3}$$

۱۲۰- اختلاف جواب‌های معادله مثلثاتی $\cos 2x = 3 \sin x - 1$ که در بازه $[0, \pi]$ قرار دارند، کدام است؟

$$\frac{2\pi}{3} \quad (4)$$

$$\frac{\pi}{6} \quad (3)$$

$$\frac{\pi}{3} \quad (2)$$

$$\frac{5\pi}{6} \quad (1)$$

پاسخ ۱۲۰- گزینه ۴.

$$1 - 2 \sin^2 x = 3 \sin x - 1 \Rightarrow 2 \sin^2 x + 3 \sin x - 2 = 0 \Rightarrow \sin x = \frac{1}{2}, \sin x = -2 \quad \times$$

$$\sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6} \Rightarrow \frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{6} = \frac{2\pi}{3}$$

۱۲۱- دوره تناوب $f(x) = \frac{1}{2} - \sin \frac{2x}{a}$ برابر $\frac{\pi}{3}$ است. دوره تناوب $y = \cos ax$ کدام است؟

$$12\pi \quad (4)$$

$$6\pi \quad (3)$$

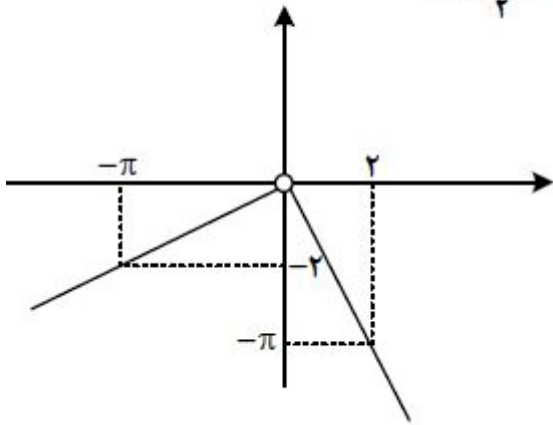
$$4\pi \quad (2)$$

$$3\pi \quad (1)$$

پاسخ ۱۲۱- گزینه ۳.

$$T_1 = \frac{2\pi}{\left|\frac{2}{a}\right|} = \frac{\pi}{3} \Rightarrow |a| = \frac{1}{3}, \quad y = \cos ax \Rightarrow T_2 = \frac{2\pi}{|a|} = 6\pi$$

۱۲۲- شکل زیر، نمودار تابع f است. مقدار $\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^-} \frac{\sin x}{|f(x)|} + \lim_{x \rightarrow (-\frac{\pi}{2})^+} \frac{|f(x)|}{\sin x}$ کدام است؟



$$1 - \frac{4}{\pi^2} \quad (1)$$

$$\frac{4}{\pi^2} - 1 \quad (2)$$

$$4\pi - \frac{1}{\pi^2} \quad (3)$$

$$4\pi + \frac{1}{\pi^2} \quad (4)$$

پاسخ ۱۲۲ - گزینه ۲.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{\pi}x, & x < 0, \\ -\frac{\pi}{2}x, & x > 0. \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{|\frac{-\pi}{2}| \times \frac{\pi}{2}} + \frac{\frac{2}{\pi} \times \frac{\pi}{2}}{-1} = \frac{4}{\pi^2} - 1$$

۱۲۳- اگر $\lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{f(x)}{\sin x} = -\infty$ باشد، کدام مورد می تواند ضابطه f باشد؟

$$\left[\frac{3x}{\pi}\right] - 3 \quad (4)$$

$$2\left[\frac{x}{\pi}\right] + 3 \quad (3)$$

$$2\left[\frac{x}{\pi}\right] + 1 \quad (2)$$

$$\left[\frac{2x}{\pi}\right] - 1 \quad (1)$$

پاسخ ۱۲۳ - گزینه ۴.

$$\lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{f(x)}{\sin x} = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow \pi^-} \sin x = 0^+ \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \pi^-} f(x) < 0$$

چون گزینه ها شامل $\left[\frac{x}{\pi}\right]$ می باشد، این عبارت را ظاهر می کنیم.

$$x \rightarrow \pi^- \Rightarrow x < \pi \Rightarrow \frac{x}{\pi} < 1 \Rightarrow \frac{3x}{\pi} < 3 \Rightarrow \left[\frac{3x}{\pi}\right] < 3 \Rightarrow \left[\frac{3x}{\pi}\right] - 3 < 0$$

۱۲۴- تابع غیر صفر $f(x) = a[x] + b[x+1]$ در $\mathbb{R}$ پیوسته است. مقدار $\frac{f(a)}{a}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{1}{2}$

پاسخ ۱۲۴- گزینه ۲.

$$f(x) = a[x] + b[x] + b = (a+b)[x] + b$$

می دانیم تابع شامل عبارت جز صحیح در $\mathbb{R}$ پیوسته نیست. لذا باید ضریب جز صحیح برابر صفر باشد.

$$a+b=0 \Rightarrow f(x)=b=-a \Rightarrow \frac{f(a)}{a} = \frac{-a}{a} = -1$$

۱۲۵- خط مماس بر منحنی $f(x) = \sqrt{ax-1}$ در نقطه A از نقاط $(-1,1)$ و $(2,2)$ می گذرد. مقدار $f(5)$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) $\frac{\sqrt{23}}{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{32}}{3}$

پاسخ ۱۲۵- گزینه ۱

معادله خطی که از دو نقطه معلوم می گذرد به صورت $y = \frac{1}{3}x + \frac{4}{3}$ است. این خط را با منحنی $f(x)$ قطع می دهیم. چون خط بر منحنی مماس است پس ریشه مضاعف داریم:

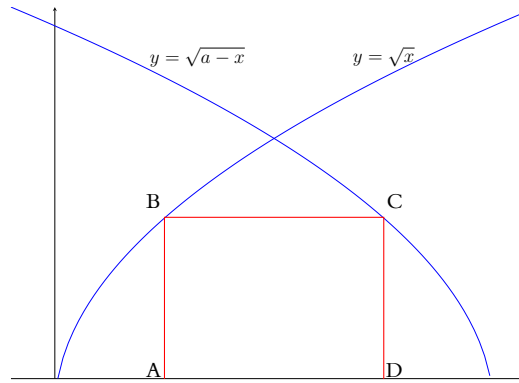
$$\sqrt{ax-1} = \frac{1}{3}x + \frac{4}{3} \Rightarrow x^2 + (8-9a)x + 25 = 0; \Delta = 0 \Rightarrow (8-9a)^2 = 100 \Rightarrow a = 2$$

$$f(x) = \sqrt{2x-1} \Rightarrow f(5) = 3$$

دقت کنید به ازای $a = \frac{2}{9}$ مقدار $f(5)$ تعریف نشده است.

- ۱۲۶- اگر مساحت بزرگ‌ترین مستطیلی که دو رأس آن بر محور x ها و دو رأس دیگر آن، یکی بر $y = \sqrt{x}$ و دیگری بر $y = \sqrt{a-x}$ واقع است برابر $\sqrt{2}$ باشد، مقدار a کدام است؟
- (۱) ۶ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۲

پاسخ ۱۲۶ - گزینه ۳.



در مستطیل $ABCD$ فرض کنیم $A(x, 0)$ باشد. با تغییر x مساحت مستطیل تغییر می‌کند. عرض دو نقطه $B(x, \sqrt{x})$ و $C(x_1, \sqrt{a-x_1})$ برابرند پس:

$$\sqrt{x} = \sqrt{a-x_1} \Rightarrow x = a-x_1 \Rightarrow x_1 = a-x$$

در نتیجه $D(a-x, 0)$ و طول AD برابر است با $a-2x$

$$S_{ABCD} = AB \times AD \Rightarrow S(x) = \sqrt{x}(a-2x)$$

$$S'(x) = \frac{a-2x}{2\sqrt{x}} - 2\sqrt{x} = 0 \Rightarrow a-2x = 4x \Rightarrow x = \frac{a}{6}$$

$$S\left(\frac{a}{6}\right) = \sqrt{2} \Rightarrow \sqrt{\frac{a}{6}}\left(a - \frac{a}{3}\right) = \sqrt{2} \Rightarrow \frac{a}{6}\left(\frac{2a}{3}\right) = 2 \Rightarrow a = 3$$

- ۱۲۷- اگر انحراف معیار داده‌های مثبت ۳، $2a$ و a برابر $\sqrt{14}$ باشد، مقدار $\frac{a}{3}$ کدام است؟

(۱) $1/5$ (۲) ۲ (۳) $3/5$ (۴) ۴

پاسخ ۱۲۷ - گزینه ۲.

$$\bar{x} = a + 1 \Rightarrow \sigma^2 = \frac{1 + (1-a)^2 + (a-2)^2}{3} = 14$$

$$\Rightarrow a^2 - 3a - 18 = 0 \Rightarrow a = 6, -2$$

با توجه به گزینه‌ها، $\frac{a}{3} = 2$

۱۲۸- چند تابع ثابت با ۴ زوج مرتب می توان نوشت، به طوری که دامنه آن اعداد طبیعی یک رقمی و بُرد آن اعداد زوج نامنفی یک رقمی باشند؟

- (۱) ۱۰۵۰ (۲) ۸۴۰ (۳) ۶۳۰ (۴) ۵۰۴

پاسخ ۱۲۸ - گزینه ۳.

$$D = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}, R = \{0, 2, 4, 8\}$$

$$\binom{9}{4} \times 5 = 630$$

۱۲۹- دو تاس را پرتاب می کنیم. با کدام احتمال یکی از اعداد ظاهر شده، بزرگ تر از دیگری است؟

- (۱) $\frac{7}{12}$ (۲) $\frac{5}{12}$ (۳) $\frac{1}{6}$ (۴) $\frac{5}{6}$

پاسخ ۱۲۹ - گزینه ۴.

کافیست احتمال اینکه اعداد ظاهر شده مساوی نباشند را بدست آوریم. $1 - \frac{6}{36} = \frac{5}{6}$

۱۳۰- احتمال کسب مدال دو ورزشکار یک تیم ملی در المپیک به ترتیب $\frac{5}{6}$ و $\frac{4}{6}$ است. احتمال اینکه فقط یکی از این دو ورزشکار مدال کسب کند، چقدر است؟

- (۱) $\frac{5}{12}$ (۲) $\frac{7}{12}$ (۳) $\frac{4}{12}$ (۴) $\frac{3}{12}$

پاسخ ۱۳۰ - گزینه ۱.

$$P(A).P(B') + P(A')P(B) = \frac{5}{6} \times \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \times \frac{4}{6} = \frac{5}{36} + \frac{4}{36} = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$$

۱۳۱- نقطه $A(-5, -1)$ یک رأس مثلثی است که یک ضلع آن روی خط $x - 2y = 1$ قرار دارد. اگر طول یک ضلع برابر فاصله رأس A از این خط بوده و نقطه $(-4, -2)$ داخل این مثلث باشد، بیشترین مساحت چنین مثلثی در ناحیه سوم محورهای مختصات کدام است؟

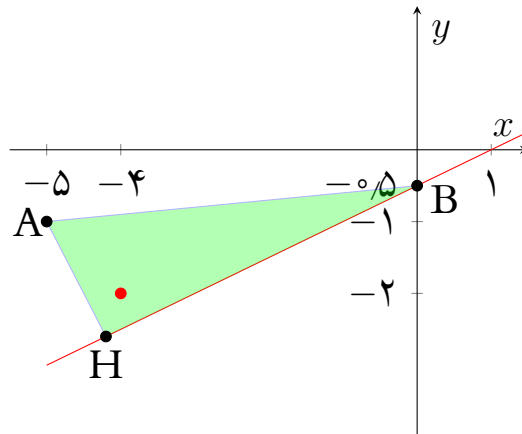
۶/۴ (۴)

۶ (۳)

۴/۲ (۲)

۴ (۱)

پاسخ ۱۳۱- گزینه ۲.



اگر B به صورت $B(0, -0.5)$ باشد مثلث بیشترین مساحت را دارد.

$$|AB| = \sqrt{25 + \frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{101}}{2}, \quad |AH| = \frac{|-5 + 2 - 1|}{\sqrt{1 + 4}} = \frac{4}{\sqrt{5}}$$

$$|BH|^2 = |AB|^2 - |AH|^2 \Rightarrow |BH| = \frac{21}{2\sqrt{5}}$$

$$S = \frac{1}{2}|AH||BH| = \frac{42}{10} = 4.2$$

۱۳۲- نقاط M و N به ترتیب روی اضلاع AB و BC در مثلث ABC انتخاب شده‌اند. اگر $2BN = 3NC$ و مساحت مثلث

ABC، ۳ برابر مساحت مثلث BMN باشد، مقدار $\frac{BM}{AM}$ کدام است؟

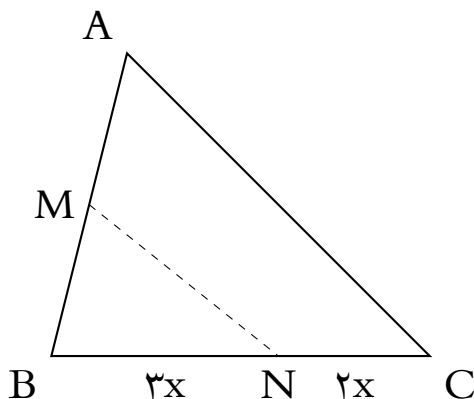
۱/۴ (۴)

۱/۲۵ (۳)

۵/۸ (۲)

۵/۷۵ (۱)

پاسخ ۱۳۲ - گزینه ۳.



$$S_{ABC} = 3S_{MBN} \Rightarrow \frac{1}{2}AB \cdot BC \cdot \sin B = 3 \times \frac{1}{2}BM \cdot BN \cdot \sin B$$

$$\Rightarrow AB \cdot BC = 3BM \cdot BN$$

$$\Rightarrow AB(5x) = 3BM(3x)$$

$$\Rightarrow \frac{BM}{AB} = \frac{5}{9} \Rightarrow \frac{BM}{AM} = \frac{5}{4} = 1.25$$

۱۳۳- در مثلث قائم الزاویه ABC، نقطه H، نقطه تلاقی ارتفاع وارد بر وتر است. اگر طول وتر 20 و کمترین فاصله H از رأس های مجاورش ۴ باشد، نسبت طول اضلاع قائمه این مثلث کدام است؟

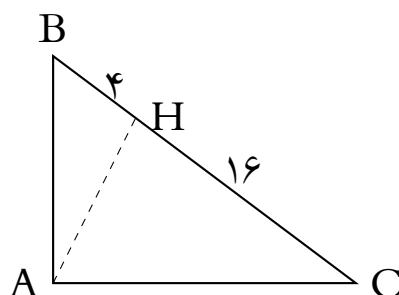
$$\frac{\sqrt{2}}{3} \quad (4)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (3)$$

$$3 \quad (2)$$

$$2 \quad (1)$$

پاسخ ۱۳۳- گزینه ۱.

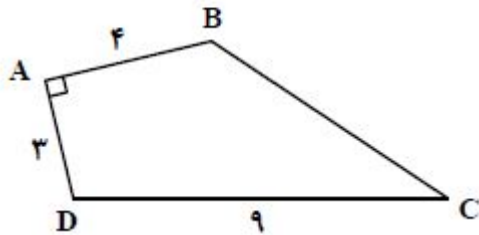


$$AH^2 = BH \cdot CH = 64 \Rightarrow AH = 8$$

دو مثلث ABH و ABC متشابه هستند.

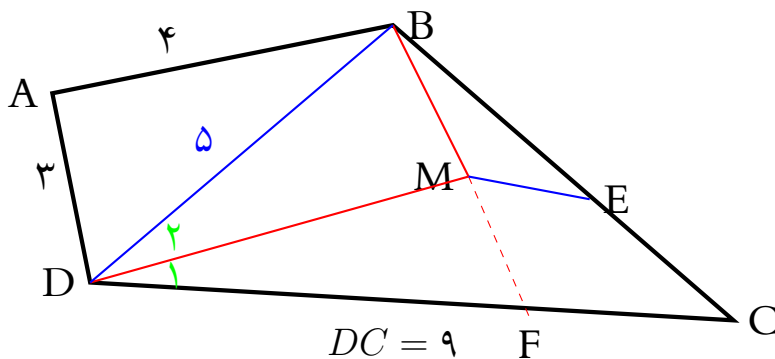
$$\frac{AC}{AB} = \frac{AH}{BH} = \frac{8}{4} = 2$$

۱۳۴- در چهارضلعی ABCD، از نقاط B و D دو پاره خط به ترتیب موازی AD و AB طوری رسم می کنیم تا یکدیگر را در نقطه M (درون چهارضلعی) قطع کنند. اگر $\widehat{BDM} = 2\widehat{BDC}$ باشد، فاصله نقطه M از وسط ضلع BC چقدر است؟



- $$\begin{array}{l} 1/\Delta \quad (1) \\ 2 \quad (2) \\ 2/\Delta \quad (3) \\ 3 \quad (4) \end{array}$$

پاسخ ۱۳۴ - گزینه ۲.



چون زاویه $A = 90^\circ$ پس $ABMD$ مستطیل است و $DM = 4$ ، $BM = 3$
 چون $D_1 = D_2$ لذا دو مثلث قائم الزاویه MDB و MDF همنهشت هستند پس $BM = MF = 3$ در
 نتیجه $DF = 5$ پس $FC = 4$.
 در مثلث BFC ، ME وسط دو ضلع را به هم وصل کرده پس برابر نصف قاعده است. $ME = 2$

۱۳۵- نقاط $F'(a, 0)$ و $F(0, 0)$ کانون‌های یک بیضی و $A(0, -1)$ یک نقطه واقع بر آن است. اگر خروج از مرکز بیضی

برابر $\frac{2}{\sqrt{5}}$ باشد، مقدار a کدام است؟

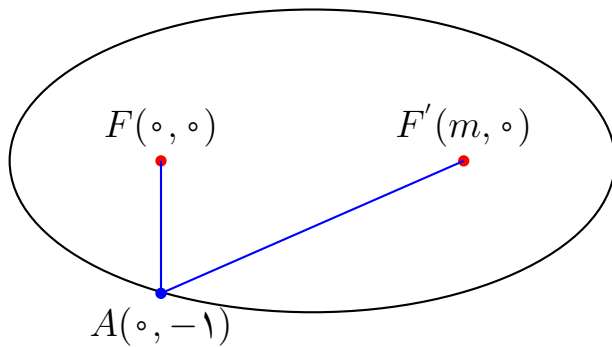
$$4\sqrt{5} \quad (4)$$

$$-4\sqrt{5} \quad (3)$$

$$-2\sqrt{5} \quad (2)$$

$$2\sqrt{5} \quad (1)$$

پاسخ ۱۳۵ - گزینه ۴.



طول قطر بزرگ را $2a$ نشان می‌دهیم و برای پرهیز از مشابهت حروف، کانون را به صورت $F'(m, 0)$ نمایش دادیم. هدف محاسبه m است.

$$e = \frac{c}{a} = \frac{2}{\sqrt{5}}, \quad c = \frac{m}{2} \Rightarrow \frac{m}{2a} = \frac{2}{\sqrt{5}} \Rightarrow 2a = \frac{m\sqrt{5}}{2}$$

$$AF + AF' = 2a \Rightarrow 1 + \sqrt{m^2 + 1} = \frac{m\sqrt{5}}{2}$$

$$m^2 + 1 = \frac{1}{4}(5m^2 - 4\sqrt{5}m + 4) \Rightarrow m = 0, 4\sqrt{5} \Rightarrow m = 4\sqrt{5}.$$

۱۳۶- رابطه $f = \{(7, 1 - 3n^2), (1, -1), (2, n), (7, -2n), (\frac{1}{n}, 2)\}$ تابع است. مقدار تابع f در ۲، کدام است؟

$$1 \quad (4)$$

$$-1 \quad (3)$$

$$\frac{1}{3} \quad (2)$$

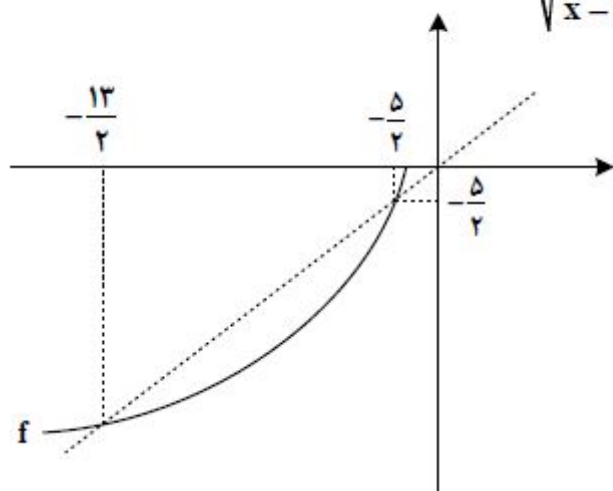
$$-\frac{1}{3} \quad (1)$$

پاسخ ۱۳۶ - گزینه ۱.

$$1 - 3n^2 = -2n \Rightarrow 3n^2 - 2n - 1 = 0 \Rightarrow n = 1 \quad (\times), \quad n = -\frac{1}{3} \quad (\checkmark)$$

$$\Rightarrow f(2) = -\frac{1}{3}$$

۱۳۷- شکل زیر، نمودار تابع f را نشان می دهد. دامنه تابع $y = \sqrt{\frac{f^{-1}(x)}{x - f^{-1}(x)}}$ شامل چند عدد صحیح است؟



- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۴
(۴) ۵

پاسخ ۱۳۷ - گزینه ۳.

وارون تابع نسبت به نیمساز ربع اول و سوم متقارن هست و در این شکل تابع در ربع سوم قرار دارد بنابراین $f^{-1}(x) < x$ چون $f^{-1}(x)$ بالای خط $y = x$ قرار دارد پس $f^{-1}(x) \geq x$ در نتیجه $x - f^{-1}(x) \leq 0$.

$$-\frac{13}{2} < x < -\frac{5}{2} \Rightarrow \frac{f^{-1}(x)}{x - f^{-1}(x)} > 0$$

$$\{-6, -5, -4, -3\} \subset Z$$

۱۳۸- سهمی $y = 2ax^2 - 5x + 18a$ در نقطه A بر نیمساز ناحیه سوم محورهای مختصات مماس است. مقدار a، کدام است؟

- (۱) $-\frac{5}{2}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{5}{2}$

پاسخ ۱۳۸ - گزینه ۲.

معادله سهمی و نیمساز را با هم قطع می دهیم. چون نیمساز بر سهمی مماس است، معادله اخیر ریشه مضاعف دارد.

$$2ax^2 - 5x + 18a = x \Rightarrow 2ax^2 - 6x + 18a = 0$$

$$\Delta = 36 - 4(2a)(18a) = 36(1 - 4a^2) = 0 \Rightarrow a = \pm \frac{1}{2}$$

اگر $a = \frac{1}{2}$ نمودار سهمی از ناحیه اول و دوم عبور می کند و قابل قبول نیست. $y = (x - \frac{5}{4})^2 + \frac{11}{4}$

اگر $a = -\frac{1}{2}$ نمودار سهمی از ناحیه سوم و چهارم عبور می کند و بر نیمساز ناحیه سوم مماس است. توجه: این استدلال که (چون سهمی بر نیمساز ناحیه سوم مماس هست لذا طول راس سهمی منفی است. نادرست می باشد. برای نمونه:

$$y = -\frac{1}{4}(x - 1)^2$$

۱۳۹- دامنه تابع $y = f(x)$ و $y = f(kx)$ برابر $[b, c]$ است. اگر $k = 2a^2 - a - 5$ باشد، حاصل ضرب مقادیر a کدام است؟
 (۱) -۳ (۲) ۳ (۳) $-2/5$ (۴) $2/5$

بر نیمساز ناحیه سوم مماس است و طول راس آن مثبت است.
 پاسخ ۱۳۹- گزینه ۱.

$$kx = x \Rightarrow k = 1 \Rightarrow 2a^2 - a - 6 = 0 \Rightarrow p = \frac{-6}{2} = -3$$

۱۴۰- در یک دامنه محدود، برای چند مقدار مختلف a ، بیشترین مقدار سهمی $y = ax^2 + x + 2a$ برابر $-\frac{1}{4}$ است؟
 (۱) ۳ (۲) هیچ مقدار a (۳) ۲ (۴) ۱

پاسخ ۱۴۰- گزینه ۴.

$$y_s = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{1}{4} \Rightarrow 8a^2 + 2a - 1 = 0 \Rightarrow a = -\frac{1}{2}, a = \frac{1}{4}$$

سهمی رو به پایین است پس $a < 0$. لذا یک مقدار قابل قبول است به شرطی که طول راس سهمی در بازه $[b, c]$ باشد.

یحیی علی پناه

کارشناسی : سال ۷۹ دانشگاه خوارزمی

کارشناسی ارشد : سال ۸۲ دانشگاه تهران

دکتری : دانشگاه تبریز ۳۳۰۲۰۹۱۲۸۰

نوین کنکور

کنکور

امتحان نهایی

**نوین کنکور
شرط لازم و کافی
برای موفقیت**

novinkonkor.com